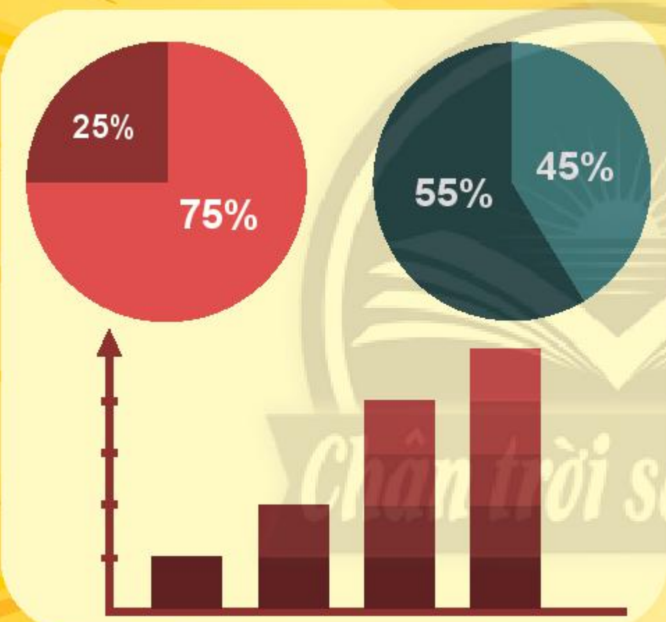
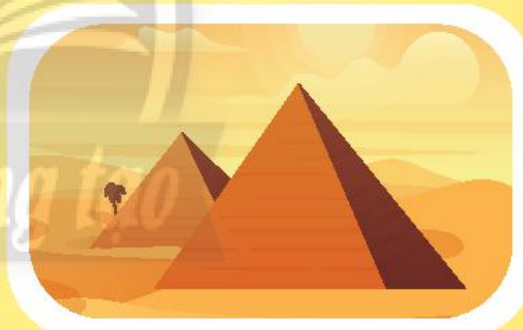
Chân trời sáng tạo

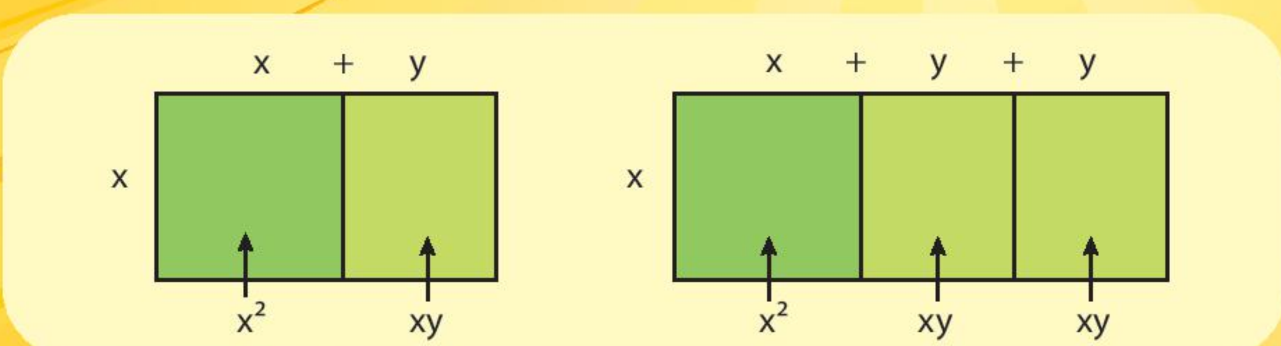
TRẦN NAM DŨNG (Tổng Chủ biên)
TRẦN ĐỨC HUYÊN – NGUYỄN THÀNH ANH (đồng Chủ biên)
NGUYỄN CAM – NGUYỄN VĂN HIỂN
NGÔ HOÀNG LONG – HUỲNH NGỌC THANH

TOÁN 8

TẬP MỘT







NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM

TRẦN NAM DŨNG (Tổng Chủ biên)
TRẦN ĐỨC HUYÊN – NGUYỄN THÀNH ANH (đồng Chủ biên)
NGUYỄN CAM – NGUYỄN VĂN HIỂN
NGÔ HOÀNG LONG – HUỲNH NGỌC THANH

TOÁN

(Bản in thử)

8

TẬP MỘT

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM

HƯỚNG DẪN SỬ DỤNG SÁCH

Mỗi bài học thường có các phần như sau:

 Hoạt động khởi động	Gợi mở vấn đề, dẫn dắt học sinh vào bài học.
 Hoạt động khám phá	Gợi ý một số vấn đề giúp học sinh tìm ra kiến thức mới.
	Kiến thức trọng tâm
Thực hành	Giúp học sinh làm những bài tập cơ bản áp dụng kiến thức vừa học.
Vận dụng	Ứng dụng kiến thức đã biết vào một tình huống, điều kiện mới hoặc để giải quyết vấn đề.
	Các kiến thức, kĩ năng học sinh đạt được sau mỗi bài học.
Em có biết?	Giúp các em tìm hiểu những điều kì diệu của Toán học và các ứng dụng của Toán học vào thực tế cuộc sống.

Hãy bảo quản, giữ gìn sách giáo khoa
để dành tặng các em học sinh lớp sau!

LỜI NÓI ĐẦU

Các em học sinh, quý thầy, cô giáo và phụ huynh thân mến!

Sách Toán 8 thuộc bộ sách giáo khoa **Chân trời sáng tạo** được biên soạn theo Chương trình giáo dục phổ thông năm 2018 của Bộ Giáo dục và Đào tạo.

Cấu trúc sách Toán 8 được chia thành hai tập.

Tập một bao gồm ba phần:

Số và Đại số gồm một chương: *Biểu thức đại số.*

Hình học và Đo lường gồm hai chương: *Các hình khối trong thực tiễn; Định lí Pythagore. Các loại tứ giác thường gặp.*

Một số yếu tố Thống kê và Xác suất gồm một chương: *Một số yếu tố thống kê.*

Cấu trúc mỗi bài học thường được thống nhất theo các bước: khởi động, khám phá, thực hành, vận dụng và cuối mỗi bài học có nội dung để học sinh tự đánh giá. Các bài học sẽ tạo nên môi trường học tập tương tác tích cực; đồng thời khai thác được các ứng dụng công nghệ thông tin vào học Toán.

Nội dung sách hướng đến mục đích đảm bảo dễ dạy, dễ học, gắn Toán học với thực tiễn. Các hoạt động học tập được chọn lọc phù hợp với lứa tuổi và khả năng nhận thức của học sinh, thể hiện tinh thần tích hợp, gắn bó môn Toán với các môn học khác, đáp ứng được nhu cầu của học sinh trên mọi miền đất nước.

Chúng tôi tin tưởng rằng với cách biên soạn này, sách giáo khoa Toán 8 sẽ hỗ trợ giáo viên hạn chế được những khó khăn trong quá trình dạy học, đồng thời giúp các em học sinh hứng thú hơn khi học tập.

Rất mong nhận được sự góp ý của quý thầy, cô giáo, phụ huynh và các em học sinh để sách ngày càng hoàn thiện hơn.

CÁC TÁC GIẢ

MỤC LỤC

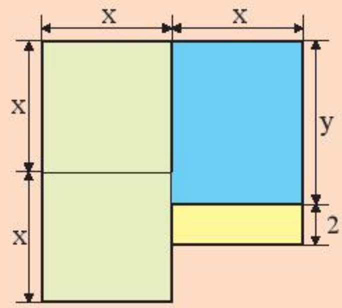
Chương 1 BIỂU THỨC ĐẠI SỐ

Trong chương này, các em sẽ học về đơn thức và đa thức nhiều biến, kế tiếp chúng ta sẽ tìm hiểu bảy hằng đẳng thức đáng nhớ và sau cùng là học về phân thức đại số.

Một đội đua tham dự cuộc đua thuyền trên một khúc sông dài 4 km. Lúc xuôi dòng thì đội đua có tốc độ trung bình là x km/h, còn khi ngược dòng thì tốc độ chậm hơn 1 km/h. Thời gian đội đua đi ngược dòng là $\frac{4}{x-1}$ giờ. Biểu thức $\frac{4}{x-1}$ được gọi là phân thức đại số.

Bài 1 ĐƠN THỨC VÀ ĐA THỨC NHIỀU BIẾN

Hình bên là bản vẽ sơ lược nền của một ngôi nhà (các kích thước tính theo m). Có thể biểu thị diện tích của nền nhà bằng một biểu thức chứa biến x và y không? Nếu có, trong biểu thức đó chứa các phép tính nào?



1. ĐƠN THỨC VÀ ĐA THỨC

1 Một số biểu thức được phân chia thành các nhóm như dưới đây:

Nhóm A	Nhóm B	Nhóm C
$2xy$; $-3x^2$; $\frac{1}{2}xy^2$; 10	$x^2 - 2x + 1$; $x^2 - \frac{1}{2}xy$	$\frac{x}{y}$; $2 - \sqrt{x}$

a) Các biểu thức ở nhóm A có đặc điểm gì phân biệt với các biểu thức ở nhóm B và nhóm C?

b) Các biểu thức ở nhóm A và nhóm B có đặc điểm gì chung, phân biệt với các biểu thức ở nhóm C?

Các biểu thức như ở nhóm A gọi là *đơn thức*; các biểu thức như ở nhóm A hoặc nhóm B gọi là *đa thức*. Các biểu thức như ở nhóm C không phải là đơn thức, cũng không phải là đa thức. Tổng quát, ta có định nghĩa sau đây.

Đơn thức là biểu thức đại số chỉ gồm một số, hoặc một biến, hoặc một tích giữa các số và các biến.
Đa thức là một tổng của những đơn thức. Mỗi đơn thức trong tổng gọi là một *hạng tử* của đa thức đó.

Chú ý:

a) Mỗi đơn thức cũng được coi là một đa thức (chỉ chứa một hạng tử).

b) Số 0 được gọi *đơn thức không*, cũng gọi là *đa thức không*.

Ví dụ 1. Cho các biểu thức sau:

$-3x;\quad 2xy + x - 1;\quad \frac{1}{2}x^2yz;\quad -xy + \frac{1}{4}xz;\quad -\sqrt{2};\quad \sqrt{x};\quad 3xy\left(-\frac{1}{4}\right)y^2;\quad \frac{x}{y}.$

Trong số các biểu thức trên, hãy chỉ ra:

a) Các đơn thức;

b) Các đa thức và số hạng tử của chúng.

Giải

a) Các đơn thức là: $-3x;\ \frac{1}{2}x^2yz;\ -\sqrt{2};\ 3xy\left(-\frac{1}{4}\right)y^2$.

b) Các đa thức gồm:

– Các đơn thức ở câu a) đều có một hạng tử;

– Đa thức $2xy + x - 1$ có ba hạng tử và đa thức $-xy + \frac{1}{4}xz$ có hai hạng tử.

Chú ý: Các biểu thức $\sqrt{x};\ \frac{x}{y}$ không phải là đơn thức cũng không phải là đa thức, vì biểu thức đầu chứa phép toán lấy căn bậc hai số học của biến x, biểu thức sau chứa phép toán chia giữa hai biến x và y.

Ví dụ 2. Tính giá trị của đa thức $A = x^2 - 4xy + 4y^2$ tại $x = 3,\ y = -\frac{1}{2}$.

Giải

Thay $x = 3,\ y = -\frac{1}{2}$ vào đa thức A ta được

$$A = 3^2 - 4 \cdot 3 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) + 4 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^2 = 9 + 6 + 1 = 16.$$

Thực hành 1. Cho các biểu thức sau:

$$ab - \pi r^2;\quad \frac{4\pi r^3}{3};\quad \frac{p}{2\pi};\quad x - \frac{1}{y};\quad 0;\quad \frac{1}{\sqrt{2}};\quad x^3 - x + 1.$$

Trong các biểu thức trên, hãy chỉ ra:

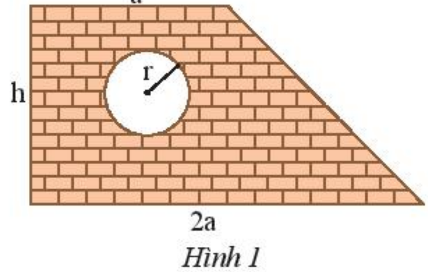
a) Các đơn thức;

b) Các đa thức và số hạng tử của chúng.

Vận dụng 1. Một bức tường hình thang có cửa sổ hình tròn với các kích thước như Hình 1 (tính bằng m).

a) Viết biểu thức biểu thị diện tích bức tường (không tính phần cửa sổ).

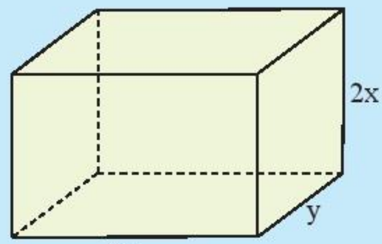
b) Tính giá trị diện tích trên khi a = 2 m; h = 3 m; r = 0,5 m (lấy π = 3,14; làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).



Hình 1

2. ĐƠN THỨC THU GỌN

2 Để tính thể tích của hình hộp chữ nhật ở Hình 2, bạn An viết $V = 3xy \,.\, 2x$, còn bạn Tâm viết $V = 6x^2y$. Nêu nhận xét về kết quả của hai bạn.



Hình 2

Đơn thức thu gọn là đơn thức chỉ gồm tích của một số với các biến mà mỗi biến chỉ xuất hiện một lần dưới dạng nâng lên luỹ thừa với số mũ nguyên dương.

Số nói trên gọi là *hệ số*, phần còn lại gọi là *phần biến* của đơn thức thu gọn.

Chú ý:

a) Tổng số mũ của tất cả các biến có trong đơn thức (có hệ số khác 0) gọi là *bậc của đơn thức* đó.

b) Ta coi một số khác 0 là đơn thức thu gọn, có hệ số bằng chính số đó và có bậc bằng 0.

c) Đơn thức không (số 0) không có bậc.

d) Khi viết đơn thức thu gọn ta thường viết hệ số trước, phần biến sau và các biến được viết theo thứ tự bảng chữ cái.

Ví dụ 3.

a) Đơn thức nào sau đây là đơn thức thu gọn? Chỉ ra hệ số và bậc của mỗi đơn thức đó.

$$3xyz; \quad -x^3y^2z; \quad -\sqrt{2}; \quad -2x \,.\, 3yz^2; \quad -\frac{1}{3}xyx^2.$$

b) Hãy thu gọn các đơn thức còn lại.

Giải

a) Các đơn thức thu gọn là:

$3xyz$, có hệ số là 3, bậc bằng $1 + 1 + 1 = 3$;

$-x^3y^2z$, có hệ số là -1, bậc bằng $3 + 2 + 1 = 6$;

$-\sqrt{2}$, có hệ số bằng $-\sqrt{2}$, bậc bằng 0.

$-2x \,.\, 3yz^2$ và $-\frac{1}{3}xyx^2$ không phải là đơn thức thu gọn, vì trong tích $-2x \,.\, 3yz^2$ có hai số là -2 và 3; $-\frac{1}{3}xyx^2$ có biến x xuất hiện hai lần.

b) Thu gọn:

$-2x \,.\, 3yz^2 = (-2 \,.\, 3)xyz^2 = -6xyz^2$;

$-\frac{1}{3}xyx^2 = -\frac{1}{3} \,.\, (x \,.\, x^2) \,.\, y = -\frac{1}{3} \,.\, x^{1+2} \,.\, y = -\frac{1}{3}x^3y.$

Chú ý:

a) Để thu gọn một đơn thức, ta nhóm các thừa số là các số rồi tính tích của chúng; nhóm các thừa số cùng một biến rồi viết tích của chúng thành luỹ thừa của biến đó.

b) Từ nay, khi nói đến đơn thức, nếu không nói gì thêm, ta hiểu đó là đơn thức thu gọn.

Thực hành 2. Thu gọn các đơn thức sau đây. Chỉ ra hệ số và bậc của chúng.

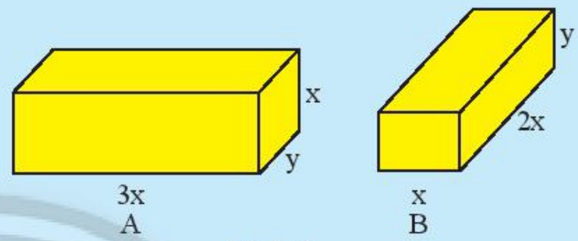
a) $12xy^2x$; b) $-y(2z)y$; c) x^3yx; d) $5x^2y^3z^4y$.

3. CỘNG, TRỪ ĐƠN THỨC ĐỒNG DẠNG

3 Cho hai hình hộp chữ nhật A và B có các kích thước như Hình 3.

a) Tính tổng thể tích của hình hộp chữ nhật A và B.

b) Viết biểu thức biểu diễn sự chênh lệch thể tích của A và B.



Hình 3

Hai đơn thức $3x^2y$ và $2x^2y$ có phần biến như nhau, đều là x^2y. Để cộng, trừ hai đơn thức này, áp dụng tính chất phân phối của phép nhân đối với phép cộng, ta thực hiện như sau:

$$3x^2y + 2x^2y = (3 + 2)x^2y = 5x^2y; \qquad 3x^2y - 2x^2y = (3 - 2)x^2y = x^2y.$$

Hai đơn thức đồng dạng là hai đơn thức có hệ số khác 0 và có cùng phần biến.

Để cộng, trừ (hay tìm *tổng*, *hiệu*) hai đơn thức đồng dạng, ta cộng, trừ hệ số của chúng và giữ nguyên phần biến.

Ví dụ 4. Mỗi cặp đơn thức sau có đồng dạng không? Nếu có, hãy tìm tổng và hiệu của chúng.

a) $4xy^3$ và $7xy^3$; b) xyx và $-3x^2y$; c) $2xy$ và xyz^2.

Giải

a) $4xy^3$ và $7xy^3$ là hai đơn thức đồng dạng, vì có hệ số khác 0 và cùng phần biến là xy^3. Ta có:

$$4xy^3 + 7xy^3 = (4 + 7)xy^3 = 11xy^3;$$
$$4xy^3 - 7xy^3 = (4 - 7)xy^3 = -3xy^3.$$

b) Ta có $xyx = xxy = x^2y$. Vậy hai đơn thức xyx và $-3x^2y$ có hệ số khác 0 và cùng phần biến là x^2y, do đó chúng là hai đơn thức đồng dạng. Ta có:

$$xyx + (-3x^2y) = x^2y - 3x^2y = (1 - 3)x^2y = -2x^2y;$$
$$xyx - (-3x^2y) = x^2y + 3x^2y = (1 + 3)x^2y = 4x^2y.$$

c) Ta thấy đơn thức xyz^2 chứa biến z, trong khi đơn thức $2xy$ không chứa biến z, do đó chúng có phần biến khác nhau. Bởi vậy, chúng không phải là hai đơn thức đồng dạng.

Thực hành 3. Mỗi cặp đơn thức sau có đồng dạng không? Nếu có, hãy tìm tổng và hiệu của chúng.

a) xy và $-6xy$; b) $2xy$ và xy^2; c) $-4yzx^2$ và $4x^2yz$.

4. ĐA THỨC THU GỌN

4 Cho hai đa thức $A = 5x^2 - 4xy + 2x - 4x^2 + xy$; $B = x^2 - 3xy + 2x$.

Tính giá trị của A và B tại $x = -2$; $y = \frac{1}{3}$. So sánh hai kết quả nhận được.

Sử dụng tính chất của các phép tính (giao hoán, kết hợp, phân phối), ta có thể biến đổi đa thức A như sau:

$$A = 5x^2 - 4xy + 2x - 4x^2 + xy = (5x^2 - 4x^2) + (-4xy + xy) + 2x$$
$$= (5 - 4)x^2 + (-4 + 1)xy + 2x$$
$$= x^2 - 3xy + 2x\ (= B).$$

Đa thức B không có hai hạng tử nào đồng dạng. Ta nói B là một *đa thức thu gọn*.

Đa thức thu gọn là đa thức không chứa hai hạng tử nào đồng dạng.

Chú ý:

a) Biến đổi một đa thức thành đa thức thu gọn gọi là *thu gọn* đa thức đó.

b) Để thu gọn một đa thức, ta nhóm các hạng tử đồng dạng với nhau và cộng các hạng tử đồng dạng đó với nhau.

c) Bậc của hạng tử có bậc cao nhất trong dạng thu gọn của đa thức gọi là *bậc của đa thức* đó.

Ví dụ 5. Thu gọn và tìm bậc của mỗi đa thức sau:

a) $A = 2a - 3b + 1 - a - 5 - 2b$; b) $B = x^2y + 3x - xy^2 + xy - 2x^2y - x$.

Giải

a) $A = (2a - a) + (-3b - 2b) + (1 - 5) = a - 5b - 4$.

Ba hạng tử của A lần lượt có bậc là 1; 1; 0. Do đó, bậc của A bằng 1.

b) $B = (x^2y - 2x^2y) + (3x - x) - xy^2 + xy = -x^2y + 2x - xy^2 + xy$.

Bốn hạng tử của B lần lượt có bậc là 3; 1; 3; 2. Do đó, bậc của B bằng 3.

Thực hành 4. Thu gọn và tìm bậc của mỗi đa thức sau:

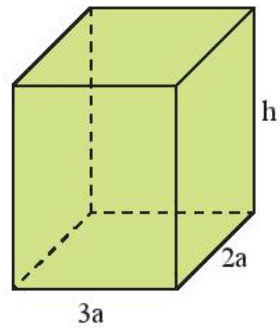
a) $A = x - 2y + xy - 3x + y^2$; b) $B = xyz - x^2y + xz - \frac{1}{2}xyz + \frac{1}{2}xz$.

Thực hành 5. Tính giá trị của đa thức $A = 3x^2y - 5xy - 2x^2y - 3xy$ tại $x = 3$; $y = -\frac{1}{2}$.

Vận dụng 2. Cho hình hộp chữ nhật có các kích thước như Hình 4 (tính theo cm).

a) Viết các biểu thức tính thể tích và diện tích xung quanh của hình hộp chữ nhật đó.

b) Tính giá trị của các đại lượng trên khi $a = 2$ cm; $h = 5$ cm.



Hình 4

BÀI TẬP

1. Chỉ ra các đơn thức, đa thức trong các biểu thức sau:

$$-3;\quad 2z;\quad \frac{1}{3}xy + 1;\quad -10x^2yz;\quad \frac{4}{xy};\quad 5x - \frac{z}{2};\quad 1 + \frac{1}{y}.$$

2. Thu gọn các đơn thức sau. Chỉ ra hệ số, phần biến và bậc của mỗi đơn thức.

$$5xyx;\quad -xyz\frac{2}{3}y;\quad -2x^2\left(-\frac{1}{6}\right)x.$$

3. Thu gọn và tìm bậc của mỗi đa thức sau:

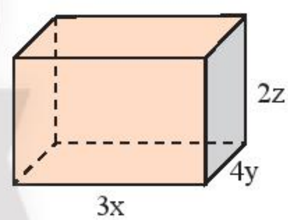
a) $M = x - 3 - 4y + 2x - y$;

b) $N = -x^2t + 13t^3 + xt^2 + 5t^3 - 4$.

4. Tính giá trị của đa thức $P = 3xy^2 - 6xy + 8xz + xy^2 - 10xz$ tại $x = -3$; $y = -\frac{1}{2}$; $z = 3$.

5. Viết biểu thức biểu thị thể tích V và diện tích xung quanh S của hình hộp chữ nhật trong Hình 5.

Tính giá trị của V, S khi $x = 4$ cm, $y = 2$ cm và $z = 1$ cm.



Hình 5

Sau bài học này, em đã làm được những gì?

– Nhận biết được đơn thức, đa thức nhiều biến.

– Thực hiện thu gọn đơn thức, đa thức.

– Tính được giá trị của đa thức khi biết giá trị của các biến.

Bài 2 CÁC PHÉP TOÁN VỚI ĐA THỨC NHIỀU BIẾN

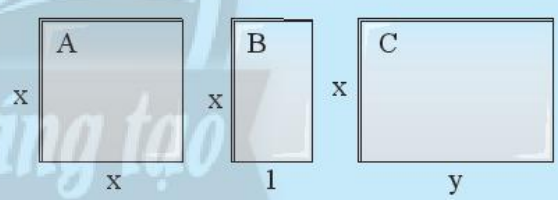
Trên một đoạn sông thẳng, xuất phát cùng lúc từ một bến thuyền, thuyền đi xuôi dòng với tốc độ $(v + 3)$ km/h, ca nô đi ngược dòng với tốc độ $(2v - 3)$ km/h.

Làm thế nào để tìm được quãng đường của mỗi phương tiện và khoảng cách giữa chúng sau khoảng thời gian t giờ kể từ khi rời bến?

1. CỘNG, TRỪ HAI ĐA THỨC

1 Tại một công trình xây dựng, người ta dùng ba loại tấm kính chống nắng A, B và C với kích thước như Hình 1 (tính bằng m). Giá tiền các tấm kính được tính theo diện tích với đơn giá a đồng/m^2. Tại đây có hai lần nhập vật liệu như bảng sau:

	Số tấm mỗi loại		
	A	**B**	**C**
Lần 1	2	4	5
Lần 2	4	3	6



Hình 1

a) Tính tổng số tiền mua kính của cả hai lần.

b) Số tiền lần 2 nhiều hơn lần 1 bao nhiêu?

Xét hai đa thức $A = 2x^2 - xy$; $B = x^2 + 3xy - y^2$. Ta thực hiện phép cộng, trừ hai đa thức này như sau:

$A + B = (2x^2 - xy) + (x^2 + 3xy - y^2)$

$= 2x^2 - xy + x^2 + 3xy - y^2$ (*quy tắc dấu ngoặc*)

$= (2x^2 + x^2) + (-xy + 3xy) - y^2$ (*tính chất giao hoán và kết hợp của phép cộng*)

$= 3x^2 + 2xy - y^2$; (*cộng, trừ đơn thức đồng dạng*)

$A - B = (2x^2 - xy) - (x^2 + 3xy - y^2)$

$= 2x^2 - xy - x^2 - 3xy + y^2$ (*quy tắc dấu ngoặc*)

$= (2x^2 - x^2) + (-xy - 3xy) + y^2$ (*tính chất giao hoán và kết hợp của phép cộng*)

$= x^2 - 4xy + y^2$. (*cộng, trừ đơn thức đồng dạng*)

Muốn cộng hay trừ hai đa thức ta làm như sau:
– Viết hai đa thức trong ngoặc và nối với nhau bằng dấu cộng (+) hay trừ (–).
– Bỏ dấu ngoặc rồi thu gọn đa thức thu được.

Ví dụ 1. Cho hai đa thức $P = a + 3b + ab^2$ và $Q = a^2b - ab^2 - 2b$. Tính $P + Q$ và $P - Q$.

Giải

$$P + Q = (a + 3b + ab^2) + (a^2b - ab^2 - 2b) = a + 3b + ab^2 + a^2b - ab^2 - 2b$$
$$= a + (3b - 2b) + a^2b + (ab^2 - ab^2) = a + b + a^2b.$$
$$P - Q = (a + 3b + ab^2) - (a^2b - ab^2 - 2b) = a + 3b + ab^2 - a^2b + ab^2 + 2b$$
$$= a + (3b + 2b) - a^2b + (ab^2 + ab^2) = a + 5b - a^2b + 2ab^2.$$

Thực hành 1. Cho hai đa thức $M = 1 + 3xy - 2x^2y^2$ và $N = x - xy + 2x^2y^2$.
Tính $M + N$ và $M - N$.

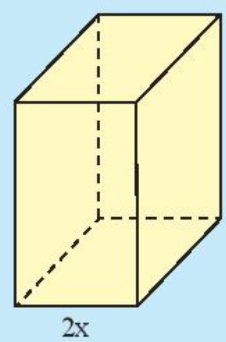
2. NHÂN HAI ĐA THỨC

Nhân hai đơn thức

2 Hình hộp chữ nhật A có chiều rộng 2x, chiều dài và chiều cao đều gấp k lần chiều rộng (Hình 2).

a) Tính diện tích đáy của A.

b) Tính thể tích của A.



Hình 2

Xét hai đơn thức $A = 2x^5y^2$ và $B = -3xy^2$.

Ta nhân hai đơn thức này như sau:

$$A . B = (2x^5y^2) . (-3xy^2)$$
$$= [2 . (-3)] . (x^5 . x) . (y^2 . y^2) \text{ (\textit{tính chất giao hoán và kết hợp của phép nhân})}$$
$$= -6x^6y^4.$$

Để nhân hai đơn thức, ta nhân các hệ số với nhau, nhân các luỹ thừa cùng biến, rồi nhân các kết quả đó với nhau.

Ví dụ 2. Thực hiện các phép nhân đơn thức sau:

a) $(-3x^4y^3) \,.\, (-4x^2)$; b) $(xy)^2 \,.\, \left(-\dfrac{1}{2}xy^3\right)$.

Giải

a) $(-3x^4y^3) \,.\, (-4x^2) = [(-3) \,.\, (-4)] \,.\, (x^4 \,.\, x^2) \,.\, y^3 = 12x^6y^3$.

b) $(xy)^2 \,.\, \left(-\dfrac{1}{2}xy^3\right) = (x^2y^2) \,.\, \left(-\dfrac{1}{2}xy^3\right) = \left(-\dfrac{1}{2}\right) . (x^2 . x) . (y^2 . y^3) = -\dfrac{1}{2}x^3y^5$.

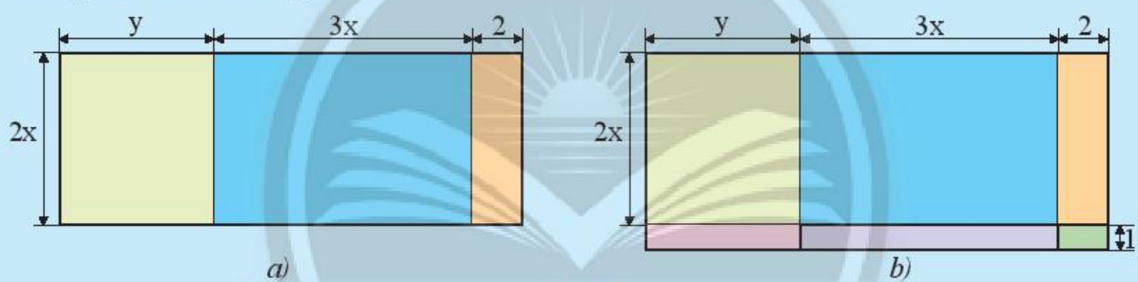
Thực hành 2. Thực hiện các phép nhân đơn thức sau:

a) $(4x^3) \,.\, (-6x^3y)$; b) $(-2y) \,.\, (-5xy^2)$; c) $(-2a)^3 \,.\, (2ab)^2$.

Nhân hai đa thức

a) Hình 3a là bản vẽ sơ lược sàn của một căn hộ (các kích thước tính theo m). Tính diện tích sàn này bằng những cách khác nhau.

b) Nếu vẽ cả ban công thì được sơ đồ như Hình 3b. Hãy tính tổng diện tích của sàn bao gồm cả ban công.



Hình 3

Xét đơn thức $A = 2x$ và hai đa thức $B = y + 3x + 2$; $C = 2x + 1$.

Ta nhân hai đa thức A và B như sau:

$A \,.\, B = 2x(y + 3x + 2)$

$= 2x \,.\, y + 2x \,.\, 3x + 2x \,.\, 2$ (*tính chất phân phối của phép nhân đối với phép cộng*)

$= 2xy + 6x^2 + 4x.$ (*tính chất giao hoán và kết hợp của phép nhân*)

Để nhân hai đa thức C và B, nhân từng hạng tử của C với B, rồi cộng các kết quả với nhau:

$C \,.\, B = (2x + 1)(y + 3x + 2) = 2x \,.\, (y + 3x + 2) + 1 \,.\, (y + 3x + 2)$

$= 2xy + 6x^2 + 4x + y + 3x + 2 = 2xy + 6x^2 + (4x + 3x) + y + 2$

$= 2xy + 6x^2 + 7x + y + 2.$

– Để nhân đơn thức với đa thức, ta nhân đơn thức đó với từng hạng tử của đa thức, rồi cộng các kết quả với nhau.

– Để nhân hai đa thức, ta nhân từng hạng tử của đa thức này với đa thức kia, rồi cộng các kết quả với nhau.

Ví dụ 3. Thực hiện các phép nhân:

a) $2xy(x^2 - 3y^2)$; b) $(x - y)(x^3 - x^2y)$.

Giải

a) $2xy(x^2 - 3y^2) = 2xy \cdot x^2 - 2xy \cdot 3y^2 = 2 \cdot (x \cdot x^2) \cdot y - 6 \cdot x \cdot (y \cdot y^2)$
$= 2x^3y - 6xy^3$.

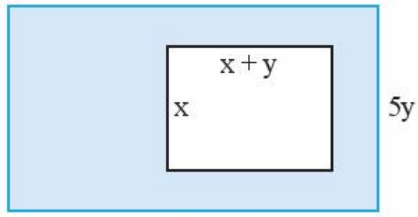
b) $(x - y)(x^3 - x^2y) = x(x^3 - x^2y) - y(x^3 - x^2y) = x \cdot x^3 - x \cdot x^2 \cdot y - y \cdot x^3 + y \cdot x^2 \cdot y$
$= x^4 - x^3y - x^3y + x^2y^2$
$= x^4 + (-x^3y - x^3y) + x^2y^2 = x^4 - 2x^3y + x^2y^2$.

Thực hành 3. Thực hiện các phép nhân:

a) $(-5a^4)(a^2b - ab^2)$; b) $(x + 2y)(xy^2 - 2y^3)$.

Vận dụng 1. Viết biểu thức tính khoảng cách giữa hai phương tiện trong tình huống ở (trang 12).

Vận dụng 2. Tính diện tích phần tô màu trong Hình 4.

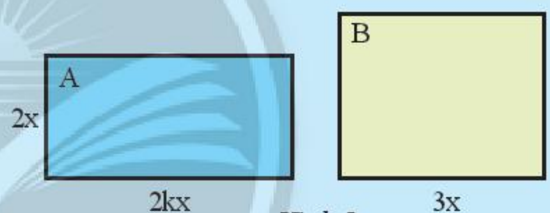


Hình 4

3. CHIA ĐA THỨC CHO ĐƠN THỨC

Chia đơn thức cho đơn thức

4 Hình chữ nhật A có chiều rộng 2x (cm), chiều dài gấp k (k > 1) lần chiều rộng. Hình chữ nhật B có chiều dài 3x (cm). Muốn hai hình chữ nhật này có diện tích bằng nhau thì B phải có chiều rộng bằng bao nhiêu?



Hình 5

Xét hai đơn thức $A = 3x^4y^2$ và $B = 4x^2y$.
Nếu có đơn thức C sao cho A = B . C thì ta nói A *chia hết cho* B, được *thương* là C và viết A : B = C.
Ta thực hiện phép chia A cho B như sau:

$$A : B = 3x^4y^2 : (4x^2y) = (3 : 4) \cdot (x^4 : x^2) \cdot (y^2 : y) = \frac{3}{4}x^2y.$$

Muốn chia đơn thức A cho đơn thức B (với A chia hết cho B), ta làm như sau:
– Chia hệ số của A cho hệ số của B.
– Chia luỹ thừa của từng biến trong A cho luỹ thừa của cùng biến đó trong B.
– Nhân các kết quả tìm được với nhau.

Ví dụ 4. Thực hiện phép chia $9x^7y^3z^4$ cho $3x^4y^2$.

Giải

$9x^7y^3z^4 : (3x^4y^2) = (9 : 3) \cdot (x^7 : x^4) \cdot (y^3 : y^2) \cdot z^4 = 3x^3yz^4$.

Thực hành 4. Thực hiện phép chia $8x^4y^5z^3$ cho $2x^3y^4z$.

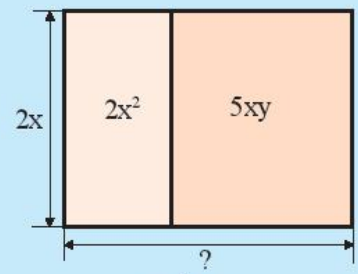
Vận dụng 3. Tính diện tích đáy của hình hộp chữ nhật có thể tích $V = 12x^2y$ và chiều cao bằng $3y$.

Chia đa thức cho đơn thức

5 Một bức tường được trang trí bởi hai tấm giấy dán có cùng chiều cao $2x$ (m) và có diện tích lần lượt là $2x^2$ (m^2) và $5xy$ (m^2).

a) Tính chiều rộng của mỗi tấm giấy, từ đó tìm chiều rộng của bức tường.

b) Từ kết quả trên, có thể biết được kết quả của phép chia đa thức $A = 2x^2 + 5xy$ cho đơn thức $B = 2x$ không? Hãy giải thích.



Hình 6

Xét đa thức A và đơn thức B bất kì.

Nếu có đa thức C sao cho A = B . C thì ta nói A *chia hết cho* B, được *thương* là C và viết A : B = C.

Ta có quy tắc sau đây:

Muốn chia một đa thức cho một đơn thức (trường hợp chia hết), ta chia từng hạng tử của đa thức cho đơn thức đó, rồi cộng các kết quả tìm được với nhau.

Ví dụ 5. Thực hiện các phép chia:

a) $(12a^2 - 6ab + 3a) : (3a)$;

b) $(x^4y^2 - 4xy^3) : (-2xy^2)$.

Giải

a) $(12a^2 - 6ab + 3a) : (3a) = [12a^2 : (3a)] + [-6ab : (3a)] + [3a : (3a)]$

$= (12 : 3) . (a^2 : a) + (-6 : 3) . (a : a) . b + (3 : 3) . (a : a)$

$= 4a - 2b + 1$.

b) $(x^4y^2 - 4xy^3) : (-2xy^2) = [x^4y^2 : (-2xy^2)] + [-4xy^3 : (-2xy^2)]$

$= [1 : (-2)] . (x^4 : x) . (y^2 : y^2) + [(-4) : (-2)] . (x : x) . (y^3 : y^2)$

$= -\frac{1}{2}x^3 + 2y$.

Thực hành 5. Thực hiện các phép chia:

a) $(5ab - 2a^2) : a$;

b) $(6x^2y^2 - xy^2 + 3x^2y) : (-3xy)$.

Vận dụng 4. Tính chiều cao của hình hộp chữ nhật có thể tích $V = 6x^2y - 8xy^2$ và diện tích đáy $S = 2xy$.

BÀI TẬP

1. Tính:

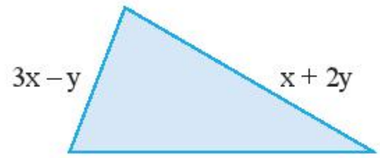
a) $x + 2y + (x - y)$;

b) $2x - y - (3x - 5y)$;

c) $3x^2 - 4y^2 + 6xy + 7 + (-x^2 + y^2 - 8xy + 9x + 1)$;

d) $4x^2y - 2xy^2 + 8 - (3x^2y + 9xy^2 - 12xy + 6)$.

2. Tìm độ dài cạnh còn thiếu của tam giác ở Hình 7, biết rằng tam giác có chu vi bằng $7x + 5y$.



Hình 7

3. Thực hiện các phép nhân:

a) $3x(2xy - 5x^2y)$;

b) $2x^2y(xy - 4xy^2 + 7y)$;

c) $\left(-\frac{2}{3}xy^2 + 6yz^2\right).\left(-\frac{1}{2}xy\right)$.

4. Thực hiện các phép nhân:

a) $(x - y)(x - 5y)$;

b) $(2x + y)(4x^2 - 2xy + y^2)$.

5. Thực hiện các phép chia:

a) $20x^3y^5 : (5x^2y^2)$;

b) $18x^3y^5 : [3(-x)^3y^2]$.

6. Thực hiện các phép chia:

a) $(4x^3y^2 - 8x^2y + 10xy) : (2xy)$;

b) $(7x^4y^2 - 2x^2y^2 - 5x^3y^4) : (3x^2y)$.

7. Tính giá trị của biểu thức.

a) $3x^2y - (3xy - 6x^2y) + (5xy - 9x^2y)$ tại $x = \frac{2}{3}$, $y = -\frac{3}{4}$;

b) $x(x - 2y) - y(y^2 - 2x)$ tại $x = 5$, $y = 3$.

8. Trên một dòng sông, để đi được 10 km, một chiếc xuồng tiêu tốn a lít dầu khi xuôi dòng và tiêu tốn (a + 2) lít dầu khi ngược dòng. Viết biểu thức biểu thị số lít dầu mà xuồng tiêu tốn để đi từ bến A ngược dòng đến bến B, rồi quay lại bến A. Biết khoảng cách giữa hai bến là b km.

9. a) Tính chiều dài của hình chữ nhật có diện tích bằng $6xy + 10y^2$ và chiều rộng bằng $2y$.

b) Tính diện tích đáy của hình hộp chữ nhật có thể tích bằng $12x^3 - 3xy^2 + 9x^2y$ và chiều cao bằng $3x$.

Sau bài học này, em đã làm được những gì?

– Thực hiện được phép cộng, trừ đa thức.

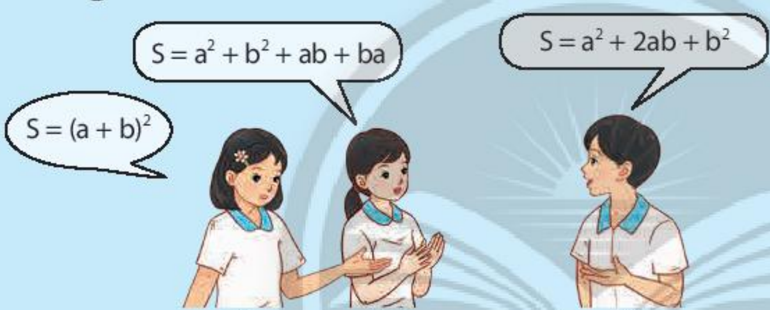
– Thực hiện được phép nhân hai đơn thức, nhân đơn thức với đa thức, nhân hai đa thức.

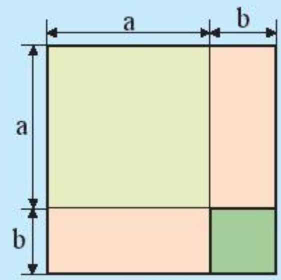
– Thực hiện được phép chia hết đơn thức cho đơn thức, đa thức cho đơn thức.

Bài 3 HẰNG ĐẲNG THỨC ĐÁNG NHỚ

1. BÌNH PHƯƠNG CỦA MỘT TỔNG, MỘT HIỆU

a) Ba bạn An, Mai và Bình viết biểu thức biểu thị tổng diện tích S của các phần tô màu trong Hình 1 như sau:





Hình 1

Kết quả của mỗi bạn có đúng không? Giải thích.

b) Thực hiện phép nhân và rút gọn đa thức của bạn An.

c) Bằng cách làm tương tự ở câu b), có thể biến đổi biểu thức $(a - b)^2$ thành biểu thức nào?

Ở 1, bằng phép nhân đa thức, ta đã biến đổi biểu thức $A = (a + b)^2$ thành biểu thức $B = a^2 + 2ab + b^2$. Từ đây cũng suy ra hai biểu thức này có giá trị bằng nhau với bất kì giá trị nào của các biến a và b. Ta nói hai biểu thức A và B bằng nhau hoặc đồng nhất với nhau và viết A = B hay

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2. \quad (1)$$

(1) được gọi là một *đồng nhất thức* hay *hằng đẳng thức*.

Nếu hai biểu thức P và Q nhận giá trị như nhau với mọi giá trị của biến thì ta nói P = Q là một *đồng nhất thức* hay *hằng đẳng thức*.

Các hằng đẳng thức nhận được từ 1 vẫn đúng khi thay a, b bằng các biểu thức.

Với hai biểu thức tuỳ ý A và B, ta có:

$$(A + B)^2 = A^2 + 2AB + B^2;$$
$$(A - B)^2 = A^2 - 2AB + B^2.$$

Ví dụ 1. Tính:

a) $(x + 3)^2$; b) $(2x - 3y)^2$; c) $(x^2 - 4y)^2$.

Giải

a) $(x + 3)^2 = x^2 + 2 \,.\, x \,.\, 3 + 3^2 = x^2 + 6x + 9$;

b) $(2x - 3y)^2 = (2x)^2 - 2 \,.\, 2x \,.\, 3y + (3y)^2 = 4x^2 - 12xy + 9y^2$;

c) $(x^2 - 4y)^2 = (x^2)^2 - 2 \,.\, x^2 \,.\, 4y + (4y)^2 = x^4 - 8x^2y + 16y^2$.

Ví dụ 2. Viết các biểu thức sau thành bình phương của một tổng hoặc một hiệu:

a) $4x^2 + 4xy + y^2$; b) $x^2 - x + \frac{1}{4}$.

Giải

a) $4x^2 + 4xy + y^2 = (2x)^2 + 2 \,.\, 2x \,.\, y + y^2 = (2x + y)^2$;

b) $x^2 - x + \frac{1}{4} = x^2 - 2 \,.\, x \,.\, \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2$.

Ví dụ 3. Tính nhanh:

a) 41^2; b) 49^2.

Giải

a) $41^2 = (40 + 1)^2 = 40^2 + 2 \,.\, 40 \,.\, 1 + 1^2 = 1\,600 + 80 + 1 = 1\,681$;

b) $49^2 = (50 - 1)^2 = 50^2 - 2 \,.\, 50 \,.\, 1 + 1^2 = 2\,500 - 100 + 1 = 2\,401$.

Thực hành 1. Tính:

a) $(3x + 1)^2$; b) $(4x + 5y)^2$; c) $\left(5x - \frac{1}{2}\right)^2$; d) $(-x + 2y^2)^2$.

Thực hành 2. Viết các biểu thức sau thành bình phương của một tổng hoặc một hiệu:

a) $a^2 + 10ab + 25b^2$; b) $1 + 9a^2 - 6a$.

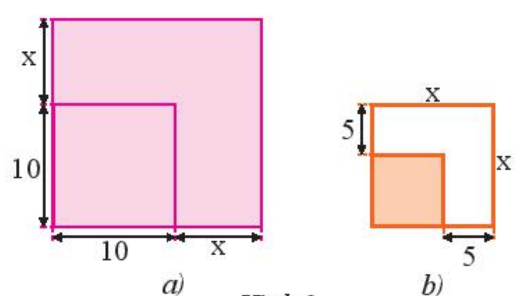
Thực hành 3. Tính nhanh:

a) 52^2; b) 98^2.

Vận dụng 1.

a) Một mảnh vườn hình vuông có cạnh 10 m được mở rộng cả hai cạnh thêm x (m) như Hình 2a. Viết biểu thức (dạng đa thức thu gọn) biểu thị diện tích mảnh vườn sau khi mở rộng.

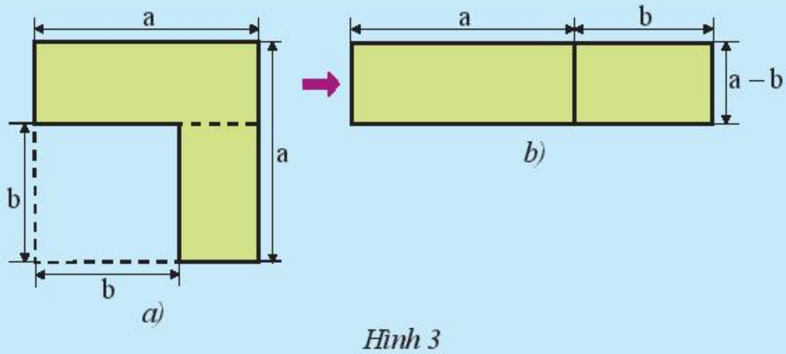
b) Một mảnh vườn hình vuông sau khi mở rộng mỗi cạnh 5 m thì được một mảnh vườn hình vuông với cạnh là x (m) như Hình 2b. Viết biểu thức (dạng đa thức thu gọn) biểu thị diện tích mảnh vườn trước khi mở rộng.



Hình 2

2. HIỆU CỦA HAI BÌNH PHƯƠNG

2 a) Từ Hình 3a, người ta cắt ghép tạo thành Hình 3b. Viết hai biểu thức khác nhau, mỗi biểu thức biểu thị diện tích (phần tô màu) của một trong hai hình bên.



Hình 3

b) Thực hiện phép nhân và rút gọn đa thức, biến đổi biểu thức $(a + b)(a - b)$ thành một đa thức thu gọn. Từ đó, có kết luận gì về diện tích của hai hình bên?

Với hai biểu thức tuỳ ý A và B, ta có:

$$A^2 - B^2 = (A + B)(A - B).$$

Ví dụ 4. Thực hiện các phép nhân:

a) $(x + 1)(x - 1)$; b) $(2x + 3y)(2x - 3y)$; c) $(x^2 + y)(x^2 - y)$.

Giải

a) $(x + 1)(x - 1) = x^2 - 1^2 = x^2 - 1$;

b) $(2x + 3y)(2x - 3y) = (2x)^2 - (3y)^2 = 4x^2 - 9y^2$;

c) $(x^2 + y)(x^2 - y) = (x^2)^2 - y^2 = x^4 - y^2$.

Ví dụ 5. Tính nhanh: a) $47 \,.\, 53$; b) $86^2 - 14^2$.

Giải

a) $47 \,.\, 53 = (50 - 3)(50 + 3) = 50^2 - 3^2 = 2\,500 - 9 = 2\,491$.

b) $86^2 - 14^2 = (86 + 14)(86 - 14) = 100 \,.\, 72 = 7\,200$.

Thực hành 4. Thực hiện các phép nhân:

a) $(4 - x)(4 + x)$; b) $(2y + 7z)(2y - 7z)$; c) $(x + 2y^2)(x - 2y^2)$.

Thực hành 5. Tính nhanh:

a) $82 \,.\, 78$; b) $87 \,.\, 93$; c) $125^2 - 25^2$.

Vận dụng 2. Giải đáp câu hỏi ở (trang 18).

3. LẬP PHƯƠNG CỦA MỘT TỔNG, MỘT HIỆU

3 Hoàn thành các phép nhân đa thức sau vào vở, thu gọn kết quả nhận được:

$(a + b)^3 = (a + b)(a + b)^2$	$(a - b)^3 = (a - b)(a - b)^2$
$= (a + b)(\ldots)$	$= (a - b)(\ldots)$
$= \ldots$	$= \ldots$

Với hai biểu thức tuỳ ý A và B, ta có:

$$(A + B)^3 = A^3 + 3A^2B + 3AB^2 + B^3;$$
$$(A - B)^3 = A^3 - 3A^2B + 3AB^2 - B^3.$$

Ví dụ 6. Tính:

a) $(x + 1)^3$; b) $(2x - y)^3$.

Giải

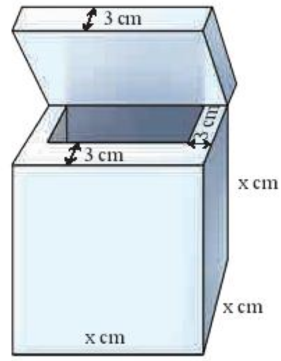
a) $(x + 1)^3 = x^3 + 3 \,.\, x^2 \,.\, 1 + 3 \,.\, x \,.\, 1^2 + 1^3 = x^3 + 3x^2 + 3x + 1$;

b) $(2x - y)^3 = (2x)^3 - 3 \,.\, (2x)^2 \,.\, y + 3 \,.\, (2x) \,.\, y^2 - y^3 = 8x^3 - 12x^2y + 6xy^2 - y^3$.

Thực hành 6. Tính:

a) $(x + 2y)^3$; b) $(3y - 1)^3$.

Vận dụng 3. Một thùng chứa dạng hình lập phương có độ dài cạnh bằng x (cm). Phần vỏ bao gồm nắp có độ dày 3 cm. Tính dung tích (sức chứa) của thùng, viết kết quả dưới dạng đa thức.



Hình 4

4. TỔNG VÀ HIỆU CỦA HAI LẬP PHƯƠNG

4 Sử dụng quy tắc chuyển vế và các tính chất của phép toán, hoàn thành các biến đổi sau vào vở:

$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$	$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$
$a^3 + b^3 = (a + b)^3 - 3a^2b - 3ab^2$	$a^3 - b^3 = (a - b)^3 + 3a^2b - 3ab^2$
$= (a + b)^3 - 3ab(a + b)$	$= (a - b)^3 + 3ab(a - b)$
$= (a + b)(\ldots)$	$= (a - b)(\ldots)$
$= \ldots$	$= \ldots$

Với hai biểu thức tuỳ ý A và B, ta có:

$$A^3 + B^3 = (A + B)(A^2 - AB + B^2);$$
$$A^3 - B^3 = (A - B)(A^2 + AB + B^2).$$

Ví dụ 7. Viết các đa thức sau dưới dạng tích:

a) $x^3 + 27$; b) $x^3 - 64$.

Giải

a) $x^3 + 27 = x^3 + 3^3 = (x + 3)(x^2 - 3x + 3^2) = (x + 3)(x^2 - 3x + 9)$;

b) $x^3 - 64 = x^3 - 4^3 = (x - 4)(x^2 + 4x + 4^2) = (x - 4)(x^2 + 4x + 16)$.

Ví dụ 8. Tính: a) $(x + 2)(x^2 - 2x + 4)$; b) $(y - 3)(y^2 + 3y + 9)$.

Giải

a) $(x + 2)(x^2 - 2x + 4) = (x + 2)(x^2 - 2x + 2^2) = x^3 + 2^3 = x^3 + 8$;

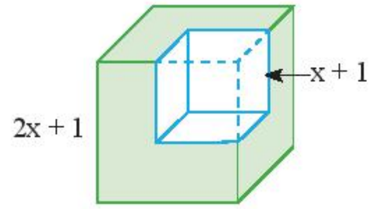
b) $(y - 3)(y^2 + 3y + 9) = (y - 3)(y^2 + 3y + 3^2) = y^3 - 3^3 = y^3 - 27$.

Thực hành 7. Viết các đa thức sau dưới dạng tích:

a) $8y^3 + 1$; b) $y^3 - 8$.

Thực hành 8. Tính: a) $(x + 1)(x^2 - x + 1)$; b) $\left(2x - \frac{1}{2}\right)\left(4x^2 + x + \frac{1}{4}\right)$.

Vận dụng 4. Từ một khối lập phương có cạnh bằng $2x + 1$, ta cắt bỏ một khối lập phương có cạnh bằng $x + 1$ (xem Hình 5). Tính thể tích phần còn lại, viết kết quả dưới dạng đa thức.



Hình 5

BÀI TẬP

1. Tính:

a) $(3x + 4)^2$; b) $(5x - y)^2$; c) $\left(xy - \frac{1}{2}y\right)^2$.

2. Viết các biểu thức sau thành bình phương của một tổng hoặc một hiệu:

a) $x^2 + 2x + 1$; b) $9 - 24x + 16x^2$; c) $4x^2 + \frac{1}{4} + 2x$.

3. Viết các biểu thức sau thành đa thức:

a) $(3x - 5)(3x + 5)$; b) $(x - 2y)(x + 2y)$; c) $\left(-x - \frac{1}{2}y\right)\left(-x + \frac{1}{2}y\right)$.

4. a) Viết biểu thức tính diện tích của hình vuông có cạnh bằng $2x + 3$ dưới dạng đa thức.
b) Viết biểu thức tính thể tích của khối lập phương có cạnh bằng $3x - 2$ dưới dạng đa thức.

5. Tính nhanh:

a) $38 . 42$; b) 102^2; c) 198^2; d) $75^2 - 25^2$.

6. Viết các biểu thức sau thành đa thức:

a) $(2x - 3)^3$; b) $(a + 3b)^3$; c) $(xy - 1)^3$.

7. Viết các biểu thức sau thành đa thức:

a) $(a - 5)(a^2 + 5a + 25)$; b) $(x + 2y)(x^2 - 2xy + 4y^2)$.

8. Viết các biểu thức sau thành đa thức:

a) $(a - 1)(a + 1)(a^2 + 1)$; b) $(xy + 1)^2 - (xy - 1)^2$.

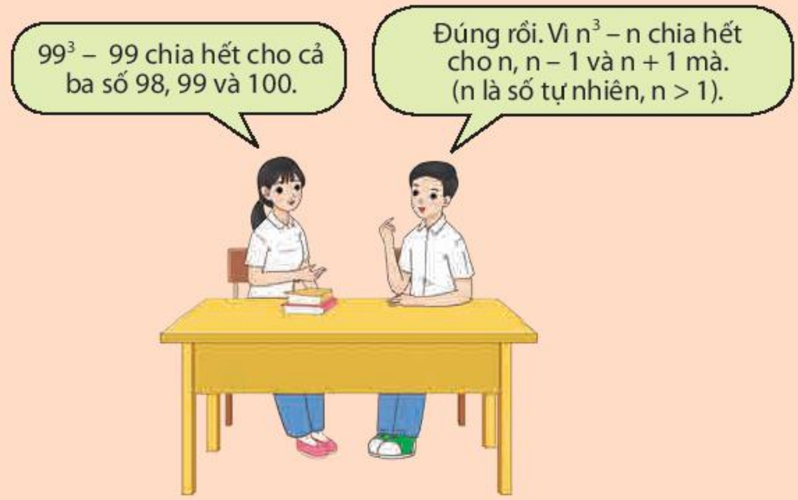
9. a) Cho $x + y = 12$ và $xy = 35$. Tính $(x - y)^2$. b) Cho $x - y = 8$ và $xy = 20$. Tính $(x + y)^2$.
c) Cho $x + y = 5$ và $xy = 6$. Tính $x^3 + y^3$. d) Cho $x - y = 3$ và $xy = 40$. Tính $x^3 - y^3$.

10. Cho hình hộp chữ nhật có chiều dài, chiều rộng, chiều cao đều bằng 5 cm. Thể tích của hình hộp chữ nhật sẽ tăng bao nhiêu nếu:
a) Chiều dài và chiều rộng tăng thêm a cm?
b) Chiều dài, chiều rộng, chiều cao đều tăng thêm a cm?

Sau bài học này, em đã làm được những gì?

- Nhận biết được các khái niệm: đồng nhất thức, hằng đẳng thức.
- Mô tả được các hằng đẳng thức: bình phương của một tổng; bình phương của một hiệu; hiệu hai bình phương; lập phương của một tổng; lập phương của một hiệu; tổng hai lập phương; hiệu hai lập phương.

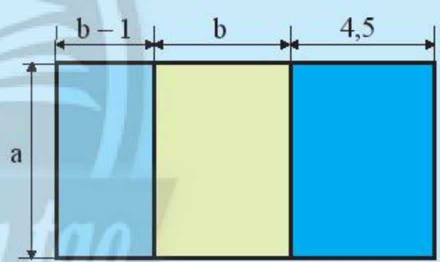
Bài 4 PHÂN TÍCH ĐA THỨC THÀNH NHÂN TỬ



Phát biểu của hai bạn có đúng không? Vì sao?

1. PHƯƠNG PHÁP ĐẶT NHÂN TỬ CHUNG

1 Tính diện tích của nền nhà có bản vẽ sơ lược như Hình 1 theo những cách khác nhau, biết a = 5; b = 3,5 (các kích thước tính theo mét).
Tính theo cách nào nhanh hơn?



Hình 1

Phân tích đa thức thành nhân tử (hay thừa số) là biến đổi đa thức đã cho thành một tích của những đa thức. Mỗi đa thức này gọi là một *nhân tử* của đa thức đã cho.

Ví dụ 1. Phân tích đa thức $A = 3xy - 6x^2y + 12x$ thành nhân tử.

Giải

$A = 3xy - 6x^2y + 12x = 3x \,.\, y - 3x \,.\, 2xy + 3x \,.\, 4 = 3x(y - 2xy + 4)$.

Ở Ví dụ 1, ta thấy rằng mỗi hạng tử của đa thức A đều có thể viết thành tích của 3x với một đơn thức. Ta gọi đơn thức 3x là *nhân tử chung* của các hạng tử của A. Sử dụng tính chất phân phối của phép nhân đối với phép cộng, ta viết được A thành tích của 3x với một đa thức. Cách làm như vậy gọi là phân tích đa thức A thành nhân tử bằng *phương pháp đặt nhân tử chung*.

Thực hành 1. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a) $P = 6x - 2x^3$; b) $Q = 5x^3 - 15x^2y$; c) $R = 3x^3y^3 - 6xy^3z + xy$.

2. PHƯƠNG PHÁP SỬ DỤNG HẰNG ĐẲNG THỨC

2 Tìm biểu thức thích hợp thay vào mỗi chỗ $\boxed{?}$, từ đó hoàn thành biến đổi sau vào vở để phân tích đa thức sau thành nhân tử:

a) $4x^2 - 9 = (\boxed{?})^2 - (\boxed{?})^2 = \ldots$; b) $x^2y^2 - \dfrac{1}{4}y^2 = (\boxed{?})^2 - (\boxed{?})^2 = \ldots$;

Ở 2 ta đã sử dụng hằng đẳng thức $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$ để phân tích đa thức thành nhân tử. Tuỳ trường hợp ta có thể sử dụng những hằng đẳng thức khác. Cách làm như vậy gọi là phân tích đa thức thành nhân tử bằng *phương pháp sử dụng hằng đẳng thức*.

Ví dụ 2. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a) $A = x^2 + 10x + 25$; b) $B = x^3 + 8y^3$; c) $C = 2ax^2 - 18ay^2$.

Giải

a) $A = x^2 + 10x + 25 = x^2 + 2 \,.\, x \,.\, 5 + 5^2 = (x + 5)^2$;

b) $B = x^3 + 8y^3 = x^3 + (2y)^3 = (x + 2y)[x^2 - x \,.\, 2y + (2y)^2] = (x + 2y)(x^2 - 2xy + 4y^2)$;

c) $C = 2ax^2 - 18ay^2 = 2a(x^2 - 9y^2) = 2a[x^2 - (3y)^2] = 2a(x + 3y)(x - 3y)$.

Thực hành 2. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a) $9x^2 - 16$; b) $4x^2 - 12xy + 9y^2$; c) $t^3 - 8$; d) $2ax^3y^3 + 2a$.

Vận dụng 1. Tìm một hình hộp chữ nhật có thể tích $2x^3 - 18x$ (với $x > 3$) mà độ dài các cạnh đều là biểu thức chứa x.

Vận dụng 2. Giải đáp câu hỏi ở (trang 23).

3. PHƯƠNG PHÁP NHÓM HẠNG TỬ

3 Hãy hoàn thành biến đổi sau vào vở để phân tích đa thức thành nhân tử:

$$a^2 + ab + 2a + 2b = (a^2 + ab) + (2a + 2b) = \ldots$$

Em có thể biến đổi theo cách khác để phân tích đa thức trên thành nhân tử không?

Ở 3 ta đã nhóm các hạng tử của đa thức thành các nhóm để làm xuất hiện nhân tử chung. Cách làm như vậy gọi là phân tích đa thức thành nhân tử bằng *phương pháp nhóm hạng tử*.

Ví dụ 3. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a) $x^2 - 3x + xy - 3y$; b) $x^2 - 4x + 4 - y^2$; c) $x^3 + 2x^2 - 2x - 1$.

Giải

a) $x^2 - 3x + xy - 3y = (x^2 - 3x) + (xy - 3y) = x(x - 3) + y(x - 3) = (x - 3)(x + y)$;

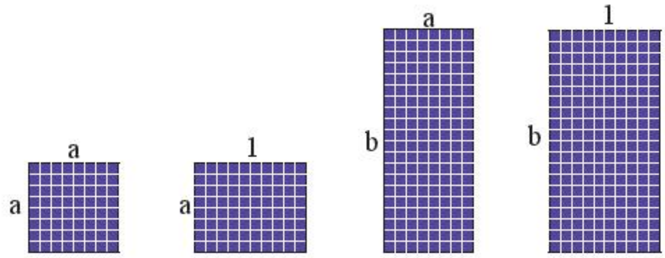
b) $x^2 - 4x + 4 - y^2 = (x^2 - 4x + 4) - y^2 = (x - 2)^2 - y^2 = (x - 2 + y)(x - 2 - y)$;

c) $x^3 + 2x^2 - 2x - 1 = (x^3 - 1) + (2x^2 - 2x) = (x - 1)(x^2 + x + 1) + 2x(x - 1) = (x - 1)(x^2 + 3x + 1)$.

Thực hành 3. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a) $a^3 - a^2b + a - b$;   b) $x^2 - y^2 + 2y - 1$.

Vận dụng 3. Có thể ghép bốn tấm pin mặt trời với kích thước như Hình 2 thành một hình chữ nhật không? Nếu có, tính độ dài các cạnh và diện tích hình chữ nhật đó. Biết $a = 0,8$; $b = 2$ (các kích thước tính theo mét).



Hình 2

BÀI TẬP

1. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a) $x^3 + 4x$;   b) $6ab - 9ab^2$;

c) $2a(x - 1) + 3b(1 - x)$;   c) $(x - y)^2 - x(y - x)$.

2. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a) $4x^2 - 1$;   b) $(x + 2)^2 - 9$;   c) $(a + b)^2 - (a - 2b)^2$.

3. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a) $4a^2 + 4a + 1$;   b) $-3x^2 + 6xy - 3y^2$;   c) $(x + y)^2 - 2(x + y)z + z^2$.

4. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a) $8x^3 - 1$;   b) $x^3 + 27y^3$;   c) $x^3 - y^6$.

5. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a) $4x^3 - 16x$;   b) $x^4 - y^4$;

c) $xy^2 + x^2y + \frac{1}{4}y^3$;   d) $x^2 + 2x - y^2 + 1$.

6. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a) $x^2 - xy + x - y$;   b) $x^2 + 2xy - 4x - 8y$;   c) $x^3 - x^2 - x + 1$.

7. Cho $y > 0$. Tìm độ dài cạnh của hình vuông có diện tích bằng $49y^2 + 28y + 4$.

Sau bài học này, em đã làm được những gì?

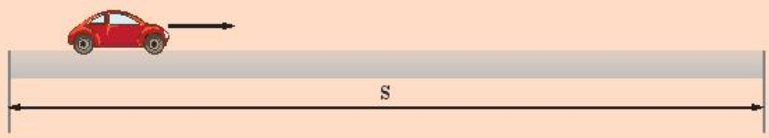
– Phân tích đa thức thành nhân tử bằng cách đặt nhân tử chung, vận dụng trực tiếp hằng đẳng thức, vận dụng hằng đẳng thức thông qua nhóm hạng tử và đặt nhân tử chung.

Bài 5 PHÂN THỨC ĐẠI SỐ

Một ô tô đi được quãng đường s (km) với tốc độ v (km/h) hết thời gian t (giờ).

Hãy lập các biểu thức tính một trong ba đại lượng s, v và t theo hai đại lượng còn lại.

Có phải tất cả các biểu thức đó đều là đa thức? Hãy giải thích.



1. PHÂN THỨC ĐẠI SỐ

1 a) Viết biểu thức biểu thị các đại lượng sau đây:

- Chiều rộng của hình chữ nhật có chiều dài bằng a (m) và diện tích bằng 3 m^2.
- Thời gian để một người thợ làm được x sản phẩm, biết rằng mỗi giờ người thợ đó làm được y sản phẩm.
- Năng suất trung bình của một mảnh ruộng gồm hai thửa, một thửa có diện tích a (ha) cho thu hoạch được m tấn lúa, thửa kia có diện tích b (ha) cho thu hoạch n tấn lúa.

b) Các biểu thức trên có đặc điểm nào giống nhau? Chúng có phải là đa thức không?

Một *phân thức đại số* (hay nói gọn là *phân thức*) là một biểu thức có dạng $\frac{A}{B}$, trong đó A, B là những đa thức và B khác đa thức không.

A được gọi là *tử thức* (hay *tử*), B được gọi là *mẫu thức* (hay *mẫu*).

Chú ý: Mỗi đa thức được coi là một phân thức với mẫu thức bằng 1.

Ví dụ 1. Chỉ ra các phân thức trong các biểu thức sau đây:

$$\frac{2x+1}{x-3};\quad \frac{ab}{a+b};\quad x^2+2x+1;\quad \sqrt{5};\quad \frac{\sqrt{x}}{x+1}.$$

Giải

Trong các biểu thức trên, $\frac{2x+1}{x-3}$; $\frac{ab}{a+b}$; x^2+2x+1; $\sqrt{5}$ là phân thức.

Biểu thức $\frac{\sqrt{x}}{x+1}$ không phải là phân thức, vì $\sqrt{x}$ không phải là đa thức.

Cho biểu thức $P = \frac{x^2 - 1}{2x + 1}$.

a) Tính giá trị của biểu thức tại $x = 0$.

b) Tại $x = -\frac{1}{2}$, giá trị của biểu thức có xác định không? Tại sao?

Điều kiện xác định của phân thức $\frac{A}{B}$ là điều kiện của biến để giá trị của mẫu thức B khác 0.

Khi thay các biến của phân thức bằng các giá trị cho trước của biến (thoả mãn điều kiện xác định), ta nhận được một biểu thức số. Giá trị của biểu thức này được gọi là *giá trị* của phân thức tại các giá trị đã cho của biến.

Ví dụ 2. Cho các phân thức $P = \frac{3x + 4}{x - 2}$ và $Q = \frac{x - y}{x + y}$.

a) Viết điều kiện xác định của mỗi phân thức đã cho.

b) Tìm giá trị của phân thức P tại $x = 3$.

c) Tìm giá trị của phân thức Q tại $x = 4, y = 2$ và tại $x = 3, y = -3$.

Giải

a) Điều kiện xác định của phân thức P là $x - 2 \neq 0$ hay $x \neq 2$.

Điều kiện xác định của phân thức Q là $x + y \neq 0$ (nghĩa là các giá trị của x và y thoả mãn $x + y \neq 0$).

b) Khi $x = 3 \neq 2$ (điều kiện xác định được thoả mãn), ta có $P = \frac{3 \cdot 3 + 4}{3 - 2} = \frac{13}{1} = 13$.

c) Khi $x = 4, y = 2$ thì $x + y = 6 \neq 0$ nên điều kiện xác định được thoả mãn. Khi đó

$$Q = \frac{4 - 2}{4 + 2} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}.$$

Khi $x = 3, y = -3$ thì $x + y = 3 + (-3) = 0$ nên điều kiện xác định không được thoả mãn. Vậy giá trị của phân thức Q tại $x = 3, y = -3$ không xác định.

Thực hành 1. Tìm giá trị của phân thức:

a) $\frac{x^2 - 2x + 1}{x + 2}$ tại $x = -3, x = 1$;

b) $\frac{xy - 3y^2}{x + y}$ tại $x = 3, y = -1$.

Thực hành 2. Viết điều kiện xác định của mỗi phân thức:

a) $\frac{1}{a + 4}$;

b) $\frac{xy^2}{x - 2y}$.

Vận dụng. Giá thành trung bình của một chiếc áo sơ mi được một xí nghiệp sản xuất cho bởi biểu thức $C(x) = \frac{0{,}0002x^2 + 120x + 1000}{x}$, trong đó x là số áo được sản xuất và C tính bằng nghìn đồng. Tính C khi $x = 100, x = 1\,000$.

2. HAI PHÂN THỨC BẰNG NHAU

3 Xét hai phân thức $M = \dfrac{x}{y}$ và $N = \dfrac{x^2 - x}{xy - y}$.

a) Tính giá trị của các phân thức trên khi $x = 3$, $y = 2$ và khi $x = -1$, $y = 5$.

Nêu nhận xét về giá trị của M và N khi cho x và y nhận những giá trị nào đó ($y \neq 0$ và $xy - y \neq 0$).

b) Nhân tử thức của phân thức này với mẫu thức của phân thức kia, rồi so sánh hai đa thức nhận được.

Ta nói hai phân thức $\dfrac{A}{B}$ và $\dfrac{C}{D}$ *bằng nhau* nếu $A \,.\, D = B \,.\, C$. Khi đó, ta viết

$$\frac{A}{B} = \frac{C}{D}.$$

Ví dụ 3. Hai phân thức $A = \dfrac{3x^2 - 9x}{x^2 - 9}$ và $B = \dfrac{3x}{x + 3}$ có bằng nhau không? Tại sao?

Giải

Ta có $(3x^2 - 9x) \,.\, (x + 3) = 3x^3 + 9x^2 - 9x^2 - 27x = 3x^3 - 27x$;

$(x^2 - 9) \,.\, 3x = 3x^3 - 27x$.

Do đó $(3x^2 - 9x) \,.\, (x + 3) = (x^2 - 9) \,.\, 3x$.

Vậy $\dfrac{3x^2 - 9x}{x^2 - 9} = \dfrac{3x}{x + 3}$, hay $A = B$.

Thực hành 3. Mỗi cặp phân thức sau đây có bằng nhau không? Tại sao?

a) $\dfrac{xy^2}{xy + y}$ và $\dfrac{xy}{x + 1}$;

b) $\dfrac{xy - y}{x}$ và $\dfrac{xy - x}{y}$.

3. TÍNH CHẤT CƠ BẢN CỦA PHÂN THỨC

4 Xét các phân thức $P = \dfrac{x^2y}{xy^2}$, $Q = \dfrac{x}{y}$, $R = \dfrac{x^2 + xy}{xy + y^2}$.

a) Các phân thức trên có bằng nhau không? Tại sao?

b) Có thể biến đổi như thế nào để chuyển Q thành P và R thành Q?

Tương tự như đối với phân số, ta có các tính chất cơ bản của phân thức sau đây:

Khi nhân cả tử và mẫu của một phân thức với cùng một đa thức khác đa thức không thì được một phân thức bằng phân thức đã cho.

$$\frac{A}{B}=\frac{A\,.\,C}{B\,.\,C}$$ (C là một đa thức khác đa thức không).

Khi chia cả tử và mẫu của một phân thức cho cùng một nhân tử chung của chúng thì được một phân thức bằng phân thức đã cho.

$$\frac{A}{B}=\frac{A:D}{B:D}$$ (D là một nhân tử chung của A và B).

Ví dụ 4. Dùng tính chất cơ bản của phân thức, hãy giải thích vì sao hai phân thức bằng nhau.

a) $\dfrac{x-y}{y^2-x^2}=\dfrac{-1}{x+y}$; b) $\dfrac{2x}{-x+4}=\dfrac{-2x}{x-4}$; c) $\dfrac{-12a^2bc}{9ab^3}=\dfrac{-4ac}{3b^2}$.

Giải

a) $\dfrac{x-y}{y^2-x^2}=\dfrac{-(y-x)}{(y+x)(y-x)}=\dfrac{-1}{x+y}$;

b) $\dfrac{2x}{-x+4}=\dfrac{2x(-1)}{(-x+4)(-1)}=\dfrac{-2x}{x-4}$;

c) $\dfrac{-12a^2bc}{9ab^3}=\dfrac{-4ac\,.\,3ab}{3b^2\,.\,3ab}=\dfrac{-4ac}{3b^2}$.

Nhận xét: Ở Ví dụ 4, các phân thức bên phải đều đơn giản hơn phân thức bên trái. Ta gọi các phép biến đổi ở trên là *rút gọn* phân thức.

Chú ý: Để rút gọn một phân thức, ta thường thực hiện như sau:

– Phân tích tử và mẫu thành nhân tử (nếu cần) để tìm nhân tử chung.

– Chia cả tử và mẫu cho nhân tử chung.

Ví dụ 5. Rút gọn phân thức $A=\dfrac{18x^2(x^2-2xy+y^2)}{27(x^4-x^3y)}$.

Giải

Ta có $A=\dfrac{18x^2(x^2-2xy+y^2)}{27(x^4-x^3y)}=\dfrac{2\,.\,9x^2(x-y)^2}{3\,.\,9x^3(x-y)}=\dfrac{2(x-y)}{3x}$.

Thực hành 4. Chứng tỏ hai phân thức $\dfrac{a^2-b^2}{a^2b+ab^2}$ và $\dfrac{a-b}{ab}$ bằng nhau theo hai cách khác nhau.

Thực hành 5. Rút gọn các phân thức sau:

a) $\dfrac{3x^2+6xy}{6x^2}$; b) $\dfrac{2x^2-x^3}{x^2-4}$; c) $\dfrac{x+1}{x^3+1}$.

BÀI TẬP

1. Trong các biểu thức sau, biểu thức nào là phân thức?

$\dfrac{3x+1}{2x-1}$; $2x^2-5x+3$; $\dfrac{x+\sqrt{x}}{3x+2}$.

2. Viết điều kiện xác định của các phân thức sau:

a) $\dfrac{4x-1}{x-6}$; b) $\dfrac{x-10}{x+3y}$; c) $3x^2-x+7$.

3. Tìm giá trị của phân thức:

a) $A=\dfrac{3x^2+3x}{x^2+2x+1}$ tại $x=-4$; b) $B=\dfrac{ab-b^2}{a^2-b^2}$ tại $a=4$, $b=-2$.

4. Mỗi cặp phân thức sau có bằng nhau không? Tại sao?

a) $\dfrac{3ac}{a^3b}$ và $\dfrac{6c}{2a^2b}$; b) $\dfrac{3ab-3b^2}{6b^2}$ và $\dfrac{a-b}{2b}$.

5. Tìm đa thức thích hợp thay vào $\boxed{?}$ trong các đẳng thức sau:

a) $\dfrac{2x+1}{x-1}=\dfrac{\boxed{?}}{x^2-1}$; b) $\dfrac{x^2+2x}{x^3+8}=\dfrac{\boxed{?}}{x^2-2x+4}$.

6. Rút gọn các phân thức sau:

a) $\dfrac{3x^2y}{2xy^5}$; b) $\dfrac{3x^2-3x}{x-1}$;

c) $\dfrac{ab^2-a^2b}{2a^2+a}$; d) $\dfrac{12(x^4-1)}{18(x^2-1)}$.

Sau bài học này, em đã làm được những gì?

– Nhận biết được phân thức, điều kiện xác định, giá trị của phân thức, hai phân thức bằng nhau.

– Sử dụng các tính chất cơ bản của phân thức để xét sự bằng nhau của hai phân thức, rút gọn phân thức.

Bài 6 CỘNG, TRỪ PHÂN THỨC

Tại một cuộc đua thuyền diễn ra trên một khúc sông từ A đến B dài 3 km. Mỗi đội thực hiện một vòng đua, xuất phát từ A đến B, rồi quay về A là đích. Một đội đua đạt tốc độ (x + 1) km/h khi xuôi dòng từ A đến B và đạt tốc độ (x – 1) km/h khi ngược dòng từ B về A.

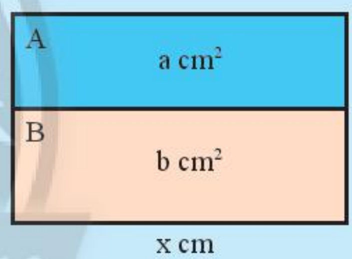
Thời gian thi của đội là bao nhiêu? Chiều về mất thời gian nhiều hơn chiều đi bao nhiêu giờ? Cần dùng phép tính nào để tìm các đại lượng đó?

1. CỘNG, TRỪ HAI PHÂN THỨC CÙNG MẪU

1 Một hình chữ nhật lớn được ghép bởi hai hình chữ nhật A và B lần lượt có diện tích là a cm^2, b cm^2 và có cùng chiều dài x cm (Hình 1).

a) Tính chiều rộng của hình chữ nhật lớn theo hai cách khác nhau.

b) Chiều rộng của B lớn hơn chiều rộng của A bao nhiêu? Biết b > a.



Hình 1

Muốn cộng (hoặc trừ) hai phân thức có cùng mẫu thức, ta cộng (hoặc trừ) các tử thức với nhau và giữ nguyên mẫu thức.

$$\frac{A}{B}+\frac{C}{B}=\frac{A+C}{B}; \qquad \frac{A}{B}-\frac{C}{B}=\frac{A-C}{B}.$$

Chú ý: Phép cộng phân thức có các tính chất giao hoán, kết hợp tương tự như đối với phân số.

Ví dụ 1. Thực hiện các phép cộng, trừ phân thức sau:

a) $\frac{x+y}{xy}+\frac{x-y}{xy}$; b) $\frac{x^2+5x}{x+2}-\frac{x-4}{x+2}$; c) $\frac{3x+2y}{x^2-y^2}-\frac{x}{x^2-y^2}$.

Giải

a) $\dfrac{x+y}{xy}+\dfrac{x-y}{xy}=\dfrac{x+y+x-y}{xy}=\dfrac{2x}{xy}=\dfrac{2}{y}$;

b) $\dfrac{x^2+5x}{x+2}-\dfrac{x-4}{x+2}=\dfrac{x^2+5x-(x-4)}{x+2}=\dfrac{x^2+5x-x+4}{x+2}$

$=\dfrac{x^2+4x+4}{x+2}=\dfrac{(x+2)^2}{x+2}=\dfrac{(x+2)(x+2)}{x+2}=x+2$;

c) $\dfrac{3x+2y}{x^2-y^2}-\dfrac{x}{x^2-y^2}=\dfrac{3x+2y-x}{x^2-y^2}=\dfrac{2x+2y}{(x+y)(x-y)}=\dfrac{2(x+y)}{(x+y)(x-y)}=\dfrac{2}{x-y}$.

Thực hành 1. Thực hiện các phép cộng, trừ phân thức sau:

a) $\dfrac{x}{x+3}+\dfrac{2-x}{x+3}$;   b) $\dfrac{x^2y}{x-y}-\dfrac{xy^2}{x-y}$;   c) $\dfrac{2x}{2x-y}+\dfrac{y}{y-2x}$.

2. CỘNG, TRỪ HAI PHÂN THỨC KHÁC MẪU

2 Cho hai phân thức $A=\dfrac{a+b}{ab}$ và $B=\dfrac{a-b}{a^2}$.

a) Tìm đa thức thích hợp thay vào mỗi $\boxed{?}$ sau đây:

$$\frac{a+b}{ab}=\frac{\boxed{?}}{a^2b};\qquad \frac{a-b}{a^2}=\frac{\boxed{?}}{a^2b}.$$

b) Sử dụng kết quả trên, tính A + B và A – B.

Nhận xét:

Quy đồng mẫu thức hai phân thức là biến đổi hai phân thức đã cho thành hai phân thức mới có cùng mẫu thức và lần lượt bằng hai phân thức đã cho.

Mẫu thức của các phân thức mới đó gọi là *mẫu thức chung* của hai phân thức đã cho.

Chú ý: Cho hai phân thức $\dfrac{A}{B}$ và $\dfrac{C}{D}$.

- Ta có $\dfrac{A}{B}=\dfrac{A\,.\,D}{B\,.\,D}$ và $\dfrac{C}{D}=\dfrac{B\,.\,C}{B\,.\,D}$.

Nghĩa là, ta luôn có thể quy đồng hai phân thức đã cho với mẫu thức chung là B . D (tích của hai mẫu thức).

- Nếu D là một nhân tử của B (B = D . P với P là một đa thức) thì lấy mẫu thức chung là B. Khi đó, ta quy đồng mẫu thức:

$$\frac{C}{D}=\frac{C\,.\,P}{D\,.\,P}=\frac{C\,.\,P}{B}\ \text{(giữ nguyên phân thức } \frac{A}{B}\text{)}.$$

(Tương tự cho trường hợp B là một nhân tử của D.)

- Nếu B và D có nhân tử chung là E ($B = E . M$, $D = E . N$ với M và N là những đa thức) thì lấy mẫu thức chung là E . M . N. Khi đó, ta quy đồng mẫu thức:

$$\frac{A}{B}=\frac{A.N}{B.N}=\frac{A.N}{E.M.N} \text{ và } \frac{C}{D}=\frac{C.M}{D.M}=\frac{C.M}{E.N.M}=\frac{C.M}{E.M.N}.$$

Ví dụ 2. Quy đồng mẫu thức của các cặp phân thức sau:

a) $\frac{2a}{a-5}$ và $\frac{-a}{a+5}$; b) $\frac{1}{3abc}$ và $\frac{a+b}{ab^2}$; c) $\frac{3}{a^2-4}$ và $\frac{a^2}{a+2}$.

Giải

a) Mẫu thức chung là $(a-5)(a+5)$.

$$\frac{2a}{a-5}=\frac{2a(a+5)}{(a-5)(a+5)}; \qquad \frac{-a}{a+5}=\frac{-a(a-5)}{(a+5)(a-5)}.$$

b) Ta có $3abc = ab . 3c$ và $ab^2 = ab . b$ nên mẫu thức chung là $ab . 3c . b = 3ab^2c$.

$$\frac{1}{3abc}=\frac{b}{3abc.b}=\frac{b}{3ab^2c}; \qquad \frac{a+b}{ab^2}=\frac{(a+b).3c}{ab^2.3c}=\frac{3ac+3bc}{3ab^2c}.$$

c) Ta có $a^2-4=(a+2)(a-2)$. Do đó, mẫu thức chung là a^2-4.

$$\frac{a^2}{a+2}=\frac{a^2(a-2)}{(a+2)(a-2)}=\frac{a^3-2a^2}{a^2-4}.$$

Nhờ quy đồng mẫu thức, ta đưa các phép tính cộng, trừ hai phân thức khác mẫu thức về phép tính cộng, trừ hai phân thức cùng mẫu thức.

Muốn cộng, trừ hai phân thức khác mẫu thức, ta thực hiện các bước:

– Quy đồng mẫu thức;

– Cộng, trừ các phân thức có cùng mẫu thức vừa tìm được.

Ví dụ 3. Thực hiện các phép cộng, trừ phân thức sau:

a) $\frac{2}{a}+\frac{1}{a-3}$; b) $\frac{2x}{x^2-4}-\frac{1}{x-2}$; c) $\frac{x}{xy-y^2}-\frac{y}{x^2-xy}$.

Giải

a) $\frac{2}{a}+\frac{1}{a-3}=\frac{2(a-3)}{a(a-3)}+\frac{a}{a(a-3)}=\frac{2a-6+a}{a(a-3)}=\frac{3a-6}{a(a-3)}$;

b) $\frac{2x}{x^2-4}-\frac{1}{x-2}=\frac{2x}{(x+2)(x-2)}-\frac{(x+2)}{(x+2)(x-2)}$

$$=\frac{2x-(x+2)}{(x+2)(x-2)}=\frac{x-2}{(x+2)(x-2)}=\frac{1}{x+2};$$

c) $\dfrac{x}{xy-y^2}-\dfrac{y}{x^2-xy}=\dfrac{x}{y(x-y)}-\dfrac{y}{x(x-y)}=\dfrac{x^2}{xy(x-y)}-\dfrac{y^2}{xy(x-y)}$

$$=\frac{x^2-y^2}{xy(x-y)}=\frac{(x+y)(x-y)}{xy(x-y)}=\frac{x+y}{xy}.$$

Chú ý: a) Phép cộng các phân thức cũng có các tính chất giao hoán, kết hợp:

- $\dfrac{A}{B}+\dfrac{C}{D}=\dfrac{C}{D}+\dfrac{A}{B}$;
- $\left(\dfrac{A}{B}+\dfrac{C}{D}\right)+\dfrac{E}{F}=\dfrac{A}{B}+\left(\dfrac{C}{D}+\dfrac{E}{F}\right)$.

Nhờ tính chất kết hợp, trong một dãy phép cộng nhiều phân thức, ta không cần đặt dấu ngoặc.

b) *Hai phân thức đối nhau* khi tổng của chúng bằng 0. Phân thức đối của $\dfrac{A}{B}$ kí hiệu là $-\dfrac{A}{B}$. Tương tự như với phân số, ta có tính chất:

$$-\frac{A}{B}=\frac{-A}{B}=\frac{A}{-B}.$$

c) Phép trừ phân thức có thể chuyển thành phép cộng với phân thức đối:

$$\frac{A}{B}-\frac{C}{D}=\frac{A}{B}+\left(-\frac{C}{D}\right).$$

Ví dụ 4. Thực hiện phép tính $\dfrac{2a}{(a+1)^2}+\dfrac{a}{a+1}+\dfrac{1-a}{a^2+2a+1}$.

Giải

$$\frac{2a}{(a+1)^2}+\frac{a}{a+1}+\frac{1-a}{a^2+2a+1}=\frac{2a}{(a+1)^2}+\frac{1-a}{(a+1)^2}+\frac{a}{a+1}=\frac{a+1}{(a+1)^2}+\frac{a}{a+1}$$

$$=\frac{1}{a+1}+\frac{a}{a+1}=\frac{1+a}{a+1}=1.$$

Thực hành 2. Thực hiện các phép cộng, trừ phân thức sau:

a) $\dfrac{a}{a-3}-\dfrac{3}{a+3}$; b) $\dfrac{1}{2x}+\dfrac{2}{x^2}$; c) $\dfrac{4}{x^2-1}-\dfrac{2}{x^2+x}$.

Thực hành 3. Thực hiện phép tính $\dfrac{x}{x+y}+\dfrac{2xy}{x^2-y^2}-\dfrac{y}{x+y}$.

Vận dụng. Viết biểu thức tính tổng thời gian đi và về, chênh lệch thời gian giữa đi và về của đội đua thuyền ở tình huống trong (trang 31). Tính giá trị của các đại lượng này khi v = 6 km/h.

BÀI TẬP

1. Thực hiện các phép cộng, trừ phân thức sau:

a) $\dfrac{a-1}{a+1}+\dfrac{3-a}{a+1}$; b) $\dfrac{b}{a-b}+\dfrac{a}{b-a}$; c) $\dfrac{(a+b)^2}{ab}-\dfrac{(a-b)^2}{ab}$.

2. Thực hiện các phép cộng, trừ phân thức sau:

a) $\dfrac{1}{2a}+\dfrac{2}{3b}$; b) $\dfrac{x-1}{x+1}-\dfrac{x+1}{x-1}$; c) $\dfrac{x+y}{xy}-\dfrac{y+z}{yz}$;

d) $\dfrac{2}{x-3}-\dfrac{12}{x^2-9}$; e) $\dfrac{1}{x-2}+\dfrac{2}{x^2-4x+4}$.

3. Thực hiện các phép tính sau:

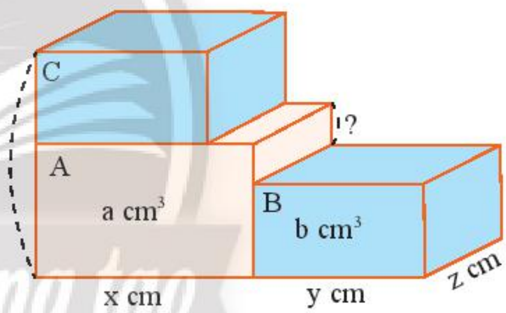
a) $\dfrac{x+2}{x-1}-\dfrac{x-3}{x-1}+\dfrac{x-4}{1-x}$; b) $\dfrac{1}{x+5}-\dfrac{1}{x-5}+\dfrac{2x}{x^2-25}$; c) $x+\dfrac{2y^2}{x+y}-y$.

4. Cùng đi từ thành phố A đến thành phố B cách nhau 450 km, xe khách chạy với tốc độ x (km/h); xe tải chạy với tốc độ y (km/h) (x > y). Nếu xuất phát cùng lúc thì xe khách đến thành phố B sớm hơn xe tải bao nhiêu giờ?

5. Có ba hình hộp chữ nhật A, B, C có chiều dài, chiều rộng và thể tích được cho như Hình 2. Hình B và C có các kích thước giống nhau, hình A có cùng chiều rộng với B và C.

a) Tính chiều cao của các hình hộp chữ nhật. Biểu thị chúng bằng các phân thức cùng mẫu số.

b) Tính tổng chiều cao của hình A và C, chênh lệch chiều cao của hình A và B.



Hình 2

Sau bài học này, em đã làm được những gì?

– Thực hiện được phép cộng, phép trừ hai phân thức đại số.

– Vận dụng được các tính chất giao hoán, kết hợp, quy tắc dấu ngoặc trong tính toán với phân thức đại số.

Bài 7 NHÂN, CHIA PHÂN THỨC

Ô tô A tiêu tốn a lít xăng để đi hết quãng đường x (km). Ô tô B tiêu tốn b lít xăng để đi hết quãng đường y (km).

Để đi được 100 km,

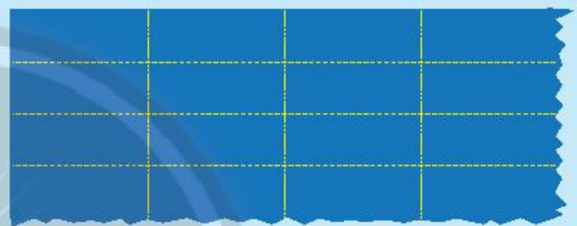
a) Mỗi ô tô tiêu tốn bao nhiêu lít xăng?

b) Ô tô A tiêu tốn lượng xăng gấp bao nhiêu lần ô tô B?

1. NHÂN HAI PHÂN THỨC

1 Một tấm bạt lớn hình chữ nhật có chiều dài a (m), chiều rộng b (m) được ghép bởi các tấm bạt bé hình chữ nhật có chiều dài và chiều rộng đều bằng $\frac{1}{k}$ chiều dài, chiều rộng của tấm bạt lớn.

Tính diện tích của mỗi tấm bạt bé theo a, b và k.



Hình 1

Tương tự phép nhân phân số, ta có quy tắc nhân hai phân thức như sau:

Muốn nhân hai phân thức, ta nhân các tử thức với nhau, các mẫu thức với nhau.

$$\frac{A}{B} \cdot \frac{C}{D} = \frac{A \,.\, C}{B \,.\, D}.$$

Cũng tương tự phép nhân các phân số, phép nhân các phân thức có các tính chất sau:

a) Tính chất giao hoán:

$$\frac{A}{B} \cdot \frac{C}{D} = \frac{C}{D} \cdot \frac{A}{B}.$$

b) Tính chất kết hợp:

$$\left(\frac{A}{B} \cdot \frac{C}{D}\right) \cdot \frac{E}{G} = \frac{A}{B} \cdot \left(\frac{C}{D} \cdot \frac{E}{G}\right).$$

c) Tính chất phân phối đối với phép cộng:

$$\frac{A}{B}\left(\frac{C}{D} + \frac{E}{G}\right) = \frac{A}{B} \cdot \frac{C}{D} + \frac{A}{B} \cdot \frac{E}{G}.$$

Ví dụ 1. Thực hiện các phép nhân phân thức sau:

a) $\frac{2ac}{3b}\cdot\frac{-6b^3}{8a^2c}$; b) $\frac{x^2-1}{x^2+4x}\cdot\frac{2x}{x-1}$.

Giải

a) $\frac{2ac}{3b}\cdot\frac{-6b^3}{8a^2c}=\frac{2ac\,.\,(-6b^3)}{3b\,.\,8a^2c}=\frac{2\,.\,(-6)\,.\,a\,.\,c\,.\,b^3}{3\,.\,8\,.\,b\,.\,a^2\,.\,c}=\frac{-b^2}{2a}$;

b) $\frac{x^2-1}{x^2+4x}\cdot\frac{2x}{x-1}=\frac{(x+1)(x-1)\,.\,2x}{x(x+4)\,.\,(x-1)}=\frac{2(x+1)}{x+4}$.

Ví dụ 2. Tính:

a) $\frac{x^2-4x+4}{x^2+2x+1}\cdot\frac{x+1}{x^2-2x}\cdot\frac{6x}{2x+4}$; b) $\frac{1}{4a}-\frac{1}{a+b}\cdot\left(\frac{a+b}{4a}-a^2b-ab^2\right)$.

Giải

a) $\frac{x^2-4x+4}{x^2+2x+1}\cdot\frac{x+1}{x^2-2x}\cdot\frac{6x}{2x+4}=\frac{(x-2)^2}{(x+1)^2}\cdot\frac{x+1}{x(x-2)}\cdot\frac{6x}{2(x+2)}$

$$=\frac{6x(x-2)^2(x+1)}{2x(x+1)^2(x-2)(x+2)}=\frac{3(x-2)}{(x+1)(x+2)};$$

b) $\frac{1}{4a}-\frac{1}{a+b}\cdot\left(\frac{a+b}{4a}-a^2b-ab^2\right)=\frac{1}{4a}-\frac{1}{a+b}\cdot\frac{a+b}{4a}+\frac{1}{a+b}\cdot ab(a+b)$

$$=\frac{1}{4a}-\frac{a+b}{4a(a+b)}+\frac{ab(a+b)}{a+b}=\frac{1}{4a}-\frac{1}{4a}+ab=ab.$$

Thực hành 1. Tính:

a) $\frac{3a^2}{10b^3}\cdot\frac{15b}{9a^4}$; b) $\frac{x-3}{x^2}\cdot\frac{4x}{x^2-9}$;

c) $\frac{a^2-6a+9}{a^2+3a}\cdot\frac{2a+6}{a-3}$; d) $\frac{x+1}{x}\cdot\left(x+\frac{2-x^2}{x^2-1}\right)$.

2. CHIA HAI PHÂN THỨC

2 Máy A xát được x tấn gạo trong a giờ; máy B xát được y tấn gạo trong b giờ.

a) Viết các biểu thức biểu thị số tấn gạo mỗi máy xát được trong 1 giờ (gọi là công suất của máy).

b) Công suất của máy A gấp bao nhiêu lần máy B? Viết biểu thức biểu thị số lần này.

c) Tính giá trị của biểu thức ở câu b) khi $x = 3$, $a = 5$, $y = 2$, $b = 4$.

Tương tự phép chia phân số, phép chia phân thức được thực hiện theo quy tắc sau:

Muốn chia phân thức $\frac{A}{B}$ cho phân thức $\frac{C}{D}$ (C khác đa thức không), ta nhân phân thức $\frac{A}{B}$ với phân thức $\frac{D}{C}$:

$$\frac{A}{B}:\frac{C}{D}=\frac{A}{B}\cdot\frac{D}{C}.$$

Nhận xét: Phân thức $\frac{D}{C}$ được gọi là phân thức *nghịch đảo* của phân thức $\frac{C}{D}$.

Ví dụ 3. Thực hiện các phép tính sau:

a) $\frac{x^2-4}{x^2+5x}:\frac{x+2}{2x}$;

b) $\frac{x^2}{y}\cdot\frac{xz}{y^2}:\frac{x^2}{yz}$.

Giải

a) $\frac{x^2-4}{x^2+5x}:\frac{x+2}{2x}=\frac{(x+2)(x-2)}{x(x+5)}\cdot\frac{2x}{x+2}=\frac{(x+2)(x-2)\ .\ 2x}{x(x+5)\ .\ (x+2)}=\frac{2(x-2)}{x+5}$;

b) $\frac{x^2}{y}\cdot\frac{xz}{y^2}:\frac{x^2}{yz}=\left(\frac{x^2}{y}\cdot\frac{xz}{y^2}\right):\frac{x^2}{yz}=\frac{x^3z}{y^3}\cdot\frac{yz}{x^2}=\frac{xz^2}{y^2}$.

Ví dụ 4. Thực hiện phép tính sau: $\frac{1}{x}-\frac{1}{x}:\frac{1}{x}+\frac{1}{x}\cdot\frac{x^2}{2}$.

Giải

$\frac{1}{x}-\frac{1}{x}:\frac{1}{x}+\frac{1}{x}\cdot\frac{x^2}{2}=\frac{1}{x}-1+\frac{x}{2}$ (*thực hiện phép nhân và phép chia*)

$=\frac{2-2x+x^2}{2x}$. (*thực hiện phép cộng và phép trừ*)

Thực hành 2. Thực hiện các phép tính sau:

a) $\frac{x^2-9}{x-2}:\frac{x-3}{x}$;

b) $\frac{x}{z^2}\cdot\frac{xz}{y^3}:\frac{x^3}{yz}$;

c) $\frac{2}{x}-\frac{2}{x}:\frac{1}{x}+\frac{4}{x}\cdot\frac{x^2}{2}$.

Vận dụng. Đường sắt và đường bộ từ thành phố A đến thành phố B có độ dài bằng nhau và bằng s (km). Thời gian để đi từ A đến B của tàu hoả là a (giờ), của ô tô khách là b (giờ) ($a < b$). Tốc độ của tàu hoả gấp bao nhiêu lần tốc độ của ô tô? Tính giá trị này khi $s = 350$, $a = 5$, $b = 7$.

BÀI TẬP

1. Thực hiện các phép nhân phân thức sau:

a) $\frac{4y}{3x^2} \cdot \frac{5x^3}{2y^3}$; b) $\frac{x^2-2x+1}{x^2-1} \cdot \frac{x^2+x}{x-1}$; c) $\frac{2x+x^2}{x^2-x+1} \cdot \frac{3x^3+3}{3x+6}$.

2. Thực hiện các phép chia phân thức sau:

a) $\frac{5x}{4y^3} : \left(-\frac{x^4}{20y}\right)$; b) $\frac{x^2-16}{x+4} : \frac{2x-8}{x}$; c) $\frac{2x+6}{x^3-8} : \frac{(x+3)^3}{2x-4}$.

3. Tính:

a) $\frac{4x^2+2}{x-2} \cdot \frac{3x+2}{x-4} \cdot \frac{4-2x}{2x^2+1}$; b) $\frac{x+3}{x} \cdot \frac{x+2}{x^2+6x+9} : \frac{x^2-4}{x^2+3x}$.

4. Tính:

a) $\left(\frac{1-x}{x} + x^2 - 1\right) : \frac{x-1}{x}$; b) $\left(\frac{1}{x^2} - \frac{1}{x}\right) \cdot \frac{x^2}{y} + \frac{x}{y}$; c) $\frac{3}{x} - \frac{2}{x} : \frac{1}{x} + \frac{1}{x} \cdot \frac{x^2}{3}$.

5. Tâm đạp xe từ nhà tới câu lạc bộ câu cá có quãng đường dài 15 km với tốc độ x (km/h). Lượt về thuận chiều gió nên tốc độ nhanh hơn lượt đi 4 km/h.

a) Viết biểu thức T biểu thị tổng thời gian hai lượt đi và về.

b) Viết biểu thức t biểu thị hiệu thời gian lượt đi đối với lượt về.

c) Tính T và t với x = 10.

Sau bài học này, em đã làm được những gì?

– Thực hiện được phép nhân, chia hai phân thức đại số.

– Vận dụng các tính chất giao hoán, kết hợp, phân phối của phép nhân đối với phép cộng trong tính toán với phân thức đại số.

BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG 1

CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

Chọn phương án đúng.

1. Biểu thức nào sau đây **không phải** là đa thức?

A. $\sqrt{2}x^2y$. B. $-\frac{1}{2}xy^2+1$. C. $\frac{1}{2z}x+y$. D. 0.

2. Đơn thức nào sau đây đồng dạng với đơn thức $-2x^3y$?

A. $\frac{1}{3}x^2yx$. B. $2x^3yz$. C. $-2x^3z$. D. $3xy^3$.

3. Biểu thức nào sau đây **không phải** là đa thức bậc 4?

A. $2x^2yz$. B. $x^4-\frac{3}{2}x^3y^2$. C. $x^2y+xyzt$. D. x^4-2^5.

4. Biểu thức nào sau đây **không phải** là phân thức?

A. x^2y+y. B. $\frac{3xy}{\sqrt{2}z}$. C. $\frac{\sqrt{x}}{2}$. D. $\frac{a+b}{a-b}$.

5. Kết quả của phép nhân $(x+y-1)(x+y+1)$ là

A. $x^2-2xy+y^2+1$. B. $x^2+2xy+y^2-1$.

C. $x^2-2xy+y^2-1$. D. $x^2+2xy+y^2+1$.

6. Kết quả của phép nhân $(2x+1)(4x^2-2x+1)$ là

A. $8x^3-1$. B. $4x^3+1$. C. $8x^3+1$. D. $2x^3+1$.

7. Khi phân tích đa thức $P=x^4-4x^2$ thành nhân tử thì được

A. $P=x^2(x-2)(x+2)$. B. $P=x(x-2)(x+2)$.

C. $P=x^2(x-4)(x+4)$. D. $P=x(x-4)(x+2)$.

8. Kết quả của phép trừ $\frac{2}{(x+1)^2}-\frac{1}{x^2-1}$ là

A. $\frac{3-x}{(x-1)(x+1)^2}$. B. $\frac{x-3}{(x-1)(x+1)^2}$.

C. $\frac{x-3}{(x+1)^2}$. D. $\frac{1}{(x-1)(x+1)^2}$.

9. Khi phân tích đa thức $R=4x^2-4xy+y^2$ thành nhân tử thì được

A. $R=(x+2y)^2$. B. $R=(x-2y)^2$.

C. $R=(2x+y)^2$. D. $R=(2x-y)^2$.

10. Khi phân tích đa thức $S=x^6-8$ thành nhân tử thì được

A. $S=(x^2+2)(x^4-2x^2+4)$. B. $S=(x^2-2)(x^4-2x^2+4)$.

C. $S=(x^2-2)(x^4+2x^2+4)$. D. $S=(x-2)(x^4+2x^2+4)$.

BÀI TẬP TỰ LUẬN

11. Tính giá trị của đa thức $P = xy^2z - 2x^2yz^2 + 3yz + 1$ khi $x = 1, y = -1, z = 2$.

12. Cho đa thức $P = 3x^2y - 2xy^2 - 4xy + 2$.

a) Tìm đa thức Q sao cho $Q - P = -2x^3y + 7x^2y + 3xy$.

b) Tìm đa thức M sao cho $P + M = 3x^2y^2 - 5x^2y + 8xy$.

13. Thực hiện các phép tính sau:

a) $x^2y(5xy - 2x^2y - y^2)$;

b) $(x - 2y)(2x^2 + 4xy)$.

14. Thực hiện các phép tính sau:

a) $18x^4y^3 : 12(-x)^3y$;

b) $x^2y^2 - 2xy^3 : \left(\frac{1}{2}xy^2\right)$.

15. Tính:

a) $(2x + 5)(2x - 5) - (2x + 3)(3x - 2)$;

b) $(2x - 1)^2 - 4(x - 2)(x + 2)$.

16. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử.

a) $(x - 1)^2 - 4$;

b) $4x^2 + 12x + 9$;

c) $x^3 - 8y^6$;

d) $x^5 - x^3 - x^2 + 1$;

e) $-4x^3 + 4x^2 + x - 1$;

g) $8x^3 + 12x^2 + 6x + 1$.

17. Cho $x + y = 3$ và $xy = 2$. Tính $x^3 + y^3$.

18. Thực hiện các phép tính sau:

a) $\frac{2x^2 - 1}{x - 2} + \frac{-x^2 - 3}{x - 2}$;

b) $\frac{x}{x + y} + \frac{y}{x - y}$;

c) $\frac{1}{x - 1} - \frac{2}{x^2 - 1}$;

d) $\frac{x + 2}{x^2 + xy} - \frac{y - 2}{xy + y^2}$;

e) $\frac{1}{2x^2 - 3x} - \frac{1}{4x^2 - 9}$;

g) $\frac{2x}{9 - x^2} + \frac{1}{x - 3} - \frac{1}{x + 3}$.

19. Thực hiện các phép tính sau:

a) $\frac{8y}{3x^2} \cdot \frac{9x^2}{4y^2}$;

b) $\frac{3x + x^2}{x^2 + x + 1} \cdot \frac{3x^3 - 3}{x + 3}$;

c) $\frac{2x^2 + 4}{x - 3} \cdot \frac{3x + 1}{x - 1} : \frac{x^2 + 2}{6 - 2x}$;

d) $\frac{2x^2}{3y^3} : \left(-\frac{4x^3}{21y^2}\right)$;

e) $\frac{2x + 10}{x^3 - 64} : \frac{(x + 5)^2}{2x - 8}$;

g) $\frac{1}{x + y}\left(\frac{x + y}{xy} - x - y\right) - \frac{1}{x^2} : \frac{y}{x}$.

20. Hôm qua, thanh long được bán với giá a đồng mỗi kilôgam. Hôm nay, người ta đã giảm giá 1 000 đồng cho mỗi kilôgam thanh long. Với cùng số tiền b đồng thì hôm nay mua được nhiều hơn bao nhiêu kilôgam thanh long so với hôm qua?

21. Trên một dòng sông, một con thuyền đi xuôi dòng với tốc độ $(x + 3)$ km/h và đi ngược dòng với tốc độ $(x - 3)$ km/h $(x > 3)$.

a) Xuất phát từ bến A, thuyền đi xuôi dòng trong 4 giờ, rồi đi ngược dòng trong 2 giờ. Tính quãng đường thuyền đã đi. Lúc này thuyền cách bến A bao xa?

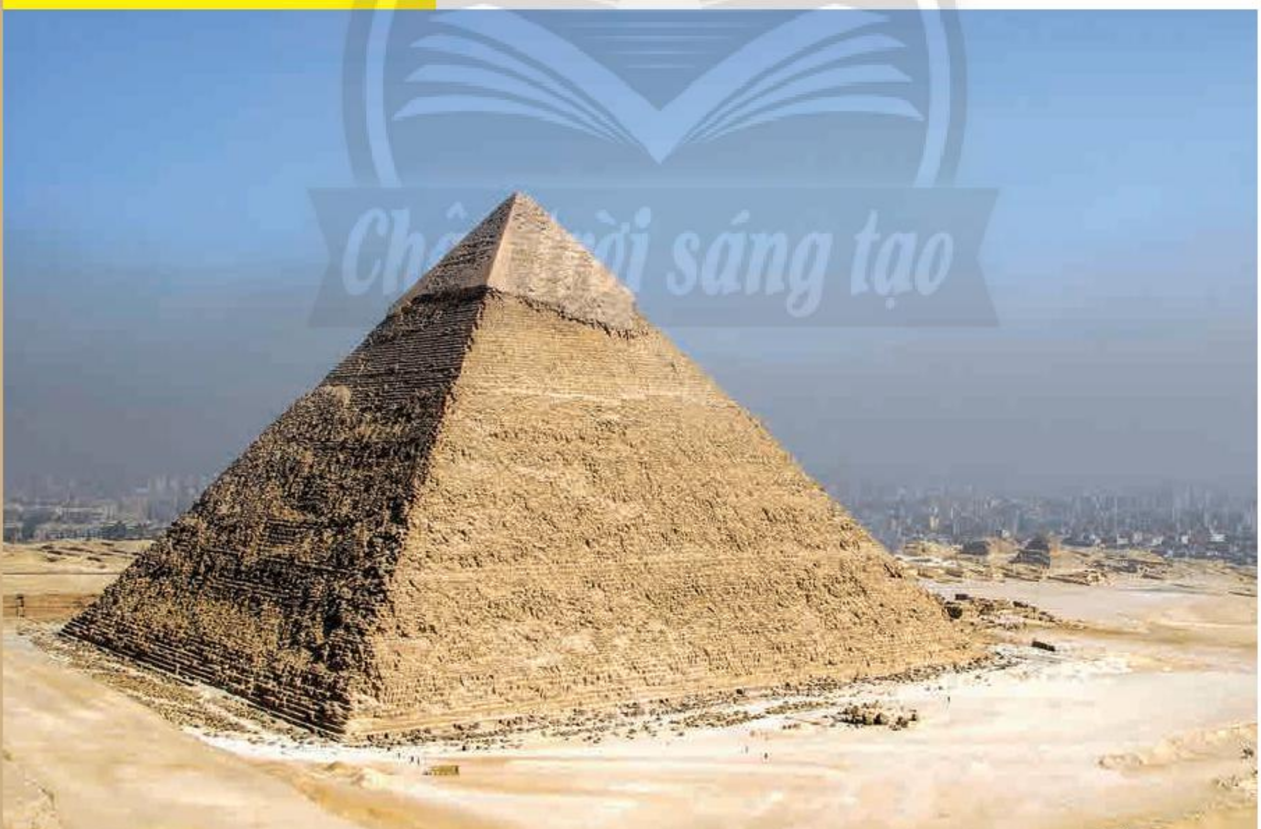
b) Xuất phát từ bến A, thuyền đi xuôi dòng đến bến B cách bến A 15 km, nghỉ 30 phút, rồi quay về bến A. Sau bao lâu kể từ lúc xuất phát thì thuyền quay về đến bến A?

Phần HÌNH HỌC VÀ ĐO LƯỜNG
HÌNH HỌC TRỰC QUAN

Chương 2

CÁC HÌNH KHỐI TRONG THỰC TIỄN

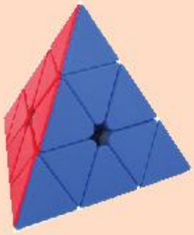
Trong chương này, các em sẽ tìm hiểu một số hình không gian quen thuộc, đó là hình chóp tam giác đều, hình chóp tứ giác đều và biết cách mô tả, tạo lập các hình đó. Các em cũng sẽ học cách tính diện tích xung quanh, thể tích của hình chóp tam giác đều, hình chóp tứ giác đều và giải quyết được một số vấn đề thực tiễn có liên quan.



Kim tự tháp Giza nổi tiếng của Ai Cập, một trong những kì quan của loài người, có dạng hình chóp tứ giác đều.

Bài 1 HÌNH CHÓP TAM GIÁC ĐỀU – HÌNH CHÓP TỨ GIÁC ĐỀU

Hãy cho biết các mặt bên của kim tự tháp và khối rubik ở bên dưới là các hình gì.



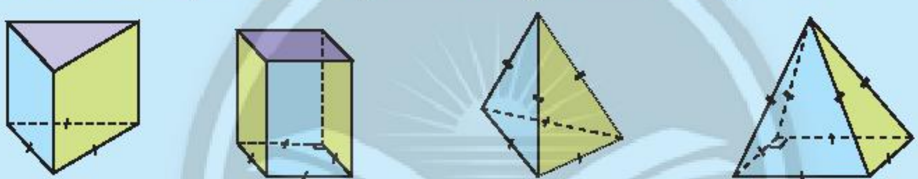
1. HÌNH CHÓP TAM GIÁC ĐỀU – HÌNH CHÓP TỨ GIÁC ĐỀU

Quan sát các hình không gian trong Hình 1 và trả lời các câu hỏi sau:

a) Các mặt bên của mỗi hình là hình gì?

b) Hình nào có các cạnh bên bằng nhau và đáy là hình tam giác đều?

c) Hình nào có các cạnh bên bằng nhau và đáy là hình vuông?



a) *b)* *c)* *d)*

Hình 1

Hình chóp tam giác đều

Hình S.ABC (Hình 2) là một *hình chóp tam giác đều.*

Trong hình này:

– S gọi là *đỉnh.*

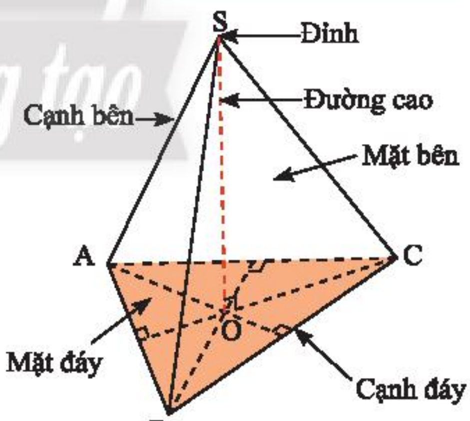
– Mặt ABC là một tam giác đều và được gọi là *mặt đáy* (gọi tắt là *đáy*).

– Các đoạn thẳng SA, SB, SC bằng nhau và được gọi là các *cạnh bên.*

– Ba mặt SAB, SBC, SCA là các tam giác cân bằng nhau và được gọi là ba *mặt bên.*

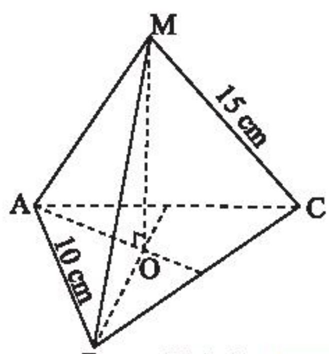
– Các đoạn thẳng AB, BC, CA được gọi là *cạnh đáy*.

– Gọi O là trọng tâm của mặt đáy, khi đó SO gọi là *đường cao*, độ dài SO gọi là *chiều cao.*



Hình 2

Thực hành 1. Hãy cho biết mặt bên, mặt đáy, đường cao, độ dài cạnh bên, độ dài cạnh đáy của hình chóp tam giác đều ở Hình 3.



Hình 3

Hình chóp tứ giác đều

Hình S.ABCD (Hình 4) là một *hình chóp tứ giác đều*.

Trong hình này:

– S gọi là *đỉnh*.

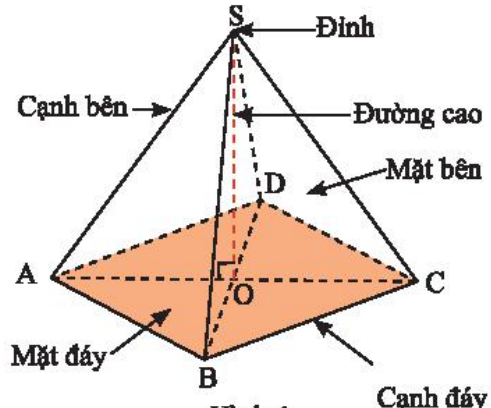
– Mặt ABCD là một hình vuông và được gọi là *mặt đáy* (gọi tắt là *đáy*).

– Các đoạn thẳng SA, SB, SC, SD bằng nhau và được gọi là các *cạnh bên*.

– Bốn mặt SAB, SBC, SCD, SDA là các tam giác cân bằng nhau và được gọi là bốn *mặt bên*.

– Các đoạn thẳng AB, BC, CD, DA được gọi là *cạnh đáy*.

– Gọi O là giao điểm hai đường chéo của mặt đáy, khi đó SO là *đường cao*, độ dài SO là *chiều cao*.

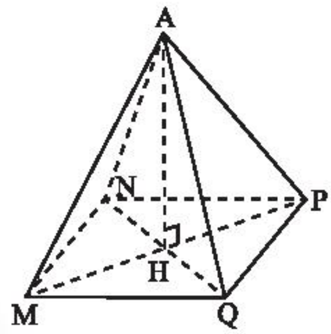


Hình 4

Thực hành 2. Cho hình chóp tứ giác đều A.MNPQ (Hình 5).

a) Hãy cho biết đỉnh, cạnh bên, mặt bên, cạnh đáy, mặt đáy, đường cao của hình chóp tứ giác đều đó.

b) Cho biết AM = 5 cm, MN = 4 cm. Tìm độ dài các cạnh AN, AP, AQ, NP, PQ, QM.



Hình 5

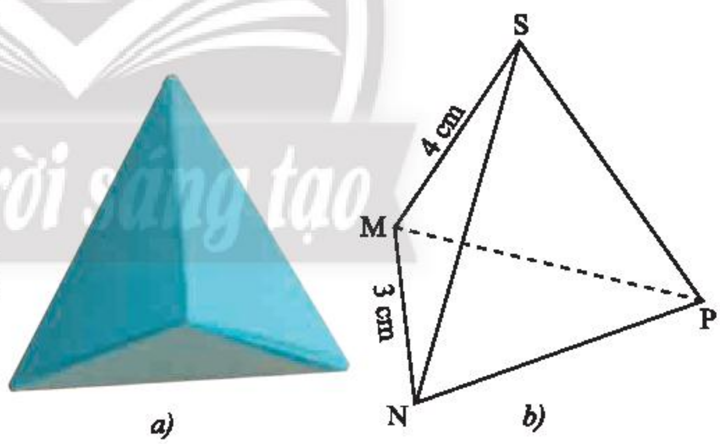
Vận dụng 1.

Chiếc hộp (Hình 6a) được vẽ lại như Hình 6b có dạng hình chóp tam giác đều S.MNP.

a) Hãy cho biết mặt đáy, mặt bên, cạnh bên của chiếc hộp đó.

b) Cho biết SM = 4 cm, MN = 3 cm. Tìm độ dài các cạnh còn lại của chiếc hộp.

c) Mỗi góc của tam giác đáy MNP bằng bao nhiêu độ?



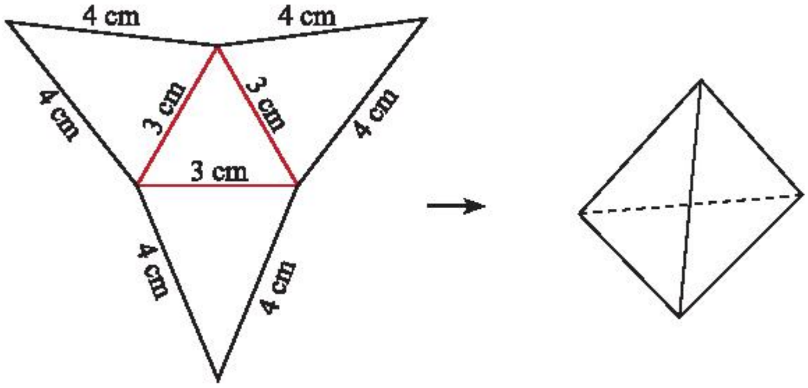
Hình 6

2. TẠO LẬP HÌNH CHÓP TAM GIÁC ĐỀU, HÌNH CHÓP TỨ GIÁC ĐỀU

Thực hành 3. Tạo lập hình chóp tam giác đều có độ dài cạnh đáy 3 cm và cạnh bên 4 cm theo hướng dẫn sau:

– Trên một tấm bìa, vẽ một hình tam giác đều và ba hình tam giác cân với kích thước như Hình 7a.

– Cắt tấm bìa như hình vẽ, rồi gấp theo các đường màu đỏ ta được hình chóp tam giác đều như Hình 7b.



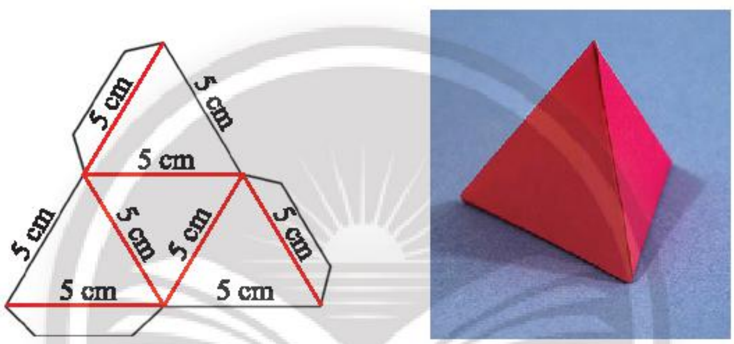
a) b)

Hình 7

Vận dụng 2.

Cắt, gấp và dán hộp quà hình chóp tam giác đều có độ dài cạnh đáy và cạnh bên bằng 5 cm.

Gợi ý: Cắt theo đường màu đen rồi gấp theo đường màu đỏ của Hình 8a.



a) b)

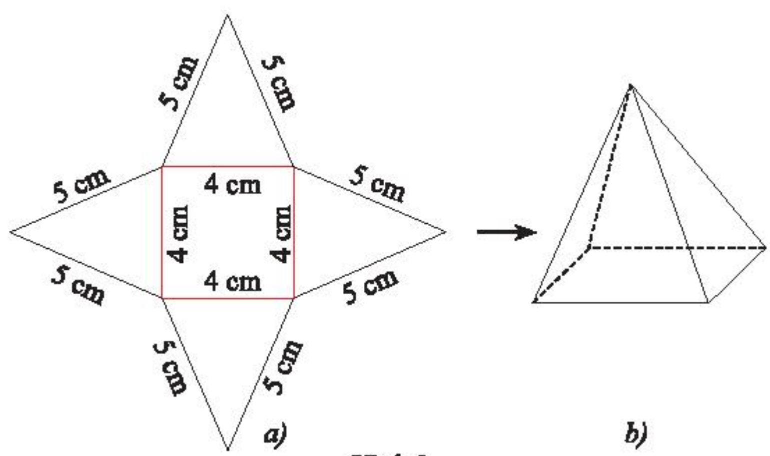
Hình 8

Thực hành 4.

Tạo lập hình chóp tứ giác đều có độ dài cạnh đáy 4 cm và cạnh bên 5 cm theo hướng dẫn sau:

– Trên một tấm bìa, vẽ một hình vuông và bốn hình tam giác cân với kích thước như Hình 9a.

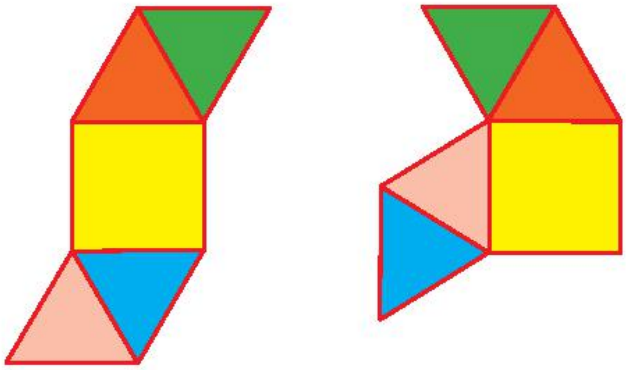
– Cắt tấm bìa như hình vẽ, rồi gấp theo các đường màu đỏ ta được hình chóp tứ giác đều như Hình 9b.



a) b)

Hình 9

Vận dụng 3. Tấm bìa nào sau đây có thể gấp thành hình chóp tứ giác đều?

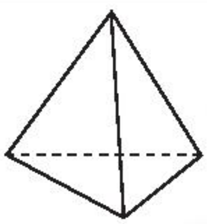
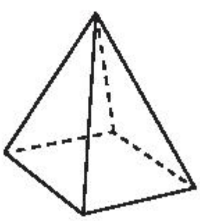


a) *b)*

Hình 10

BÀI TẬP

1. Quan sát hai hình dưới đây và thay mỗi dấu ? cho thích hợp.

Hình	Đáy	Mặt bên	Số đỉnh	Số cạnh đáy	Số cạnh bên	Số mặt
 Hình chóp tam giác đều	?	Tam giác cân	?	?	?	?
 Hình chóp tứ giác đều	Hình vuông	?	?	?	?	?

2. Cho hình chóp tứ giác đều S.MNPQ có cạnh bên SM = 15 cm và cạnh đáy MN = 8 cm. Hãy cho biết:

a) Mặt bên và mặt đáy của hình đó.

b) Độ dài các cạnh bên và cạnh đáy còn lại của hình đó.

3. Cho hình chóp tam giác đều S.DEF có cạnh bên SE = 5 cm và cạnh đáy EF = 3 cm. Hãy cho biết:

a) Mặt bên và mặt đáy của hình chóp.

b) Độ dài các cạnh bên và cạnh đáy còn lại của hình chóp.

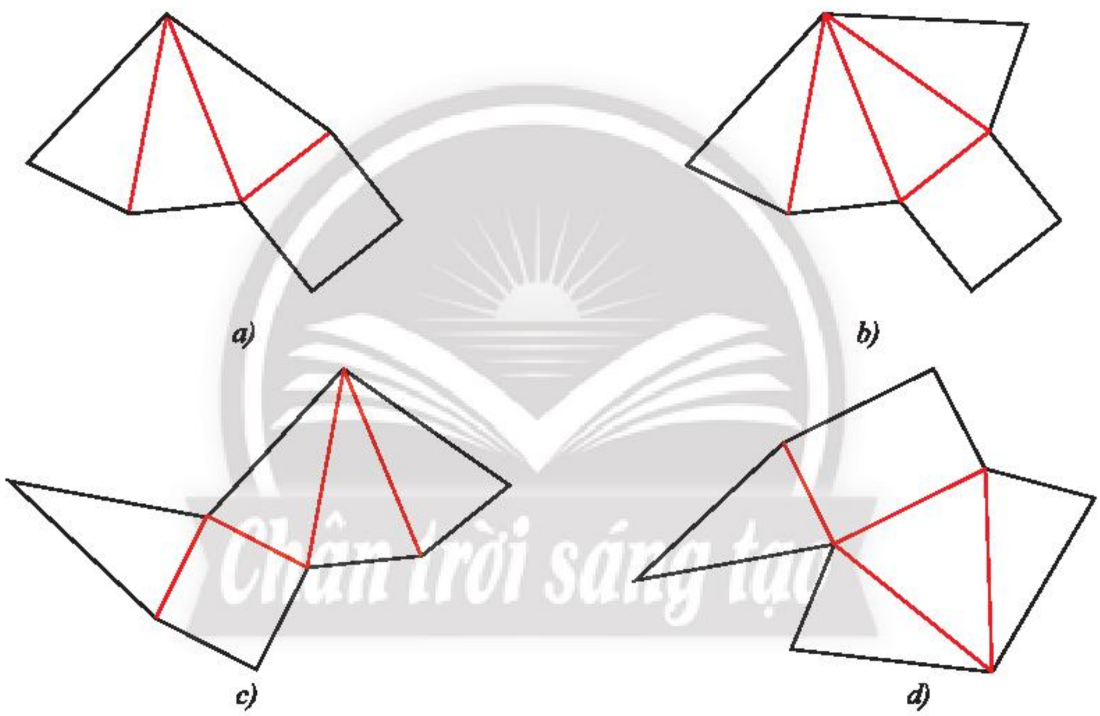
c) Số đo mỗi góc của mặt đáy.

4. Các phát biểu sau đúng hay sai? Nếu sai thì sửa lại cho đúng.

a) Hình chóp tam giác đều có các cạnh bên bằng nhau và đáy là hình tam giác có ba cạnh bằng nhau.

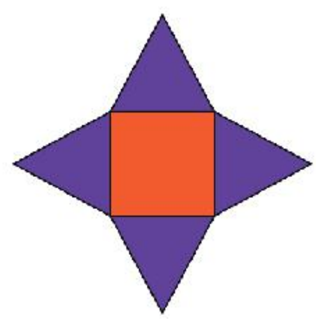
b) Hình chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng nhau.

5. Trong các tấm bìa dưới đây, tấm bìa nào gấp theo đường màu đỏ thì được một hình chóp tứ giác đều?



Hình 11

6. Chị Hà dự định gấp một hộp quà từ tấm bìa như Hình 12. Cái hộp mà chị Hà dự định gấp có dạng hình gì?



Hình 12

Em có biết?

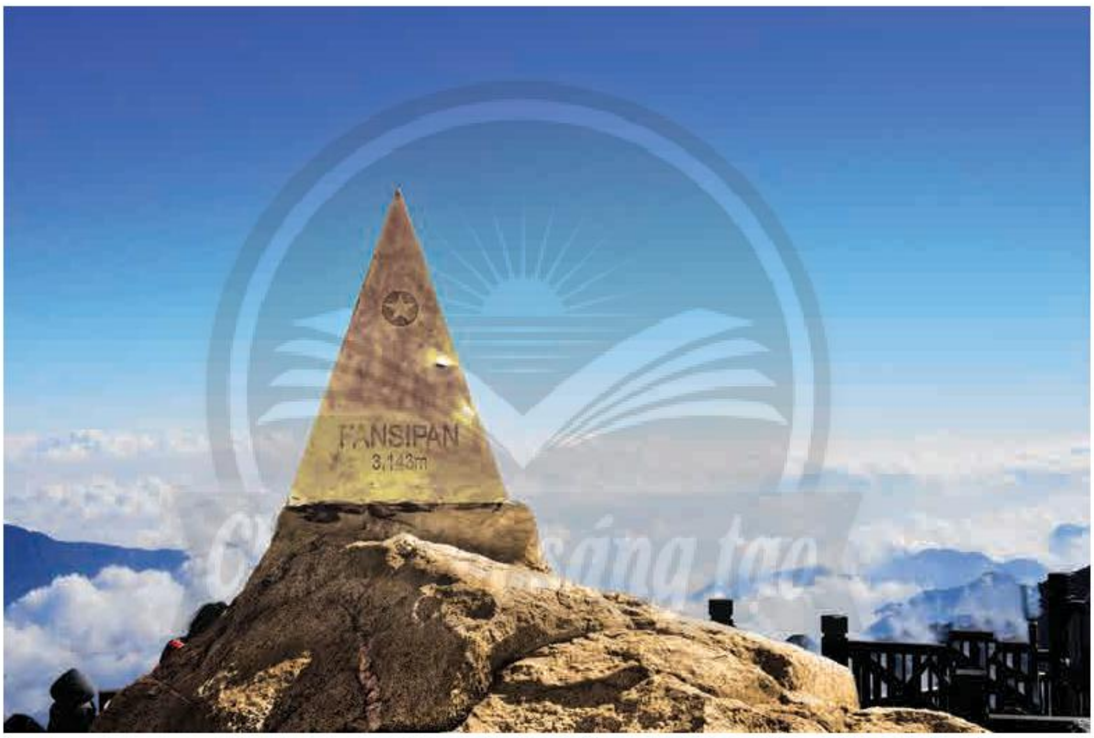
HÌNH CHÓP TAM GIÁC ĐỀU TRÊN ĐỈNH NÚI FANSIPAN

Fansipan là đỉnh núi cao nhất Việt Nam, với độ cao 3 143 m, nằm trong dãy núi Hoàng Liên Sơn, Việt Nam.

Để đánh dấu cột mốc ở đỉnh núi người ta đã dựng hình chóp tam giác đều bằng vật liệu inox. Khối chóp cân nặng hơn 20 kg, cao 99 cm. Trên ba mặt của hình này có khắc hình ngôi sao năm cánh và dòng chữ **FANSIPAN 3.143 m**. Những lúc bầu trời quang đãng, người ta sẽ thấy được ánh sáng lấp lánh trên đỉnh núi phản chiếu.

Fansipan được nhiều du khách trong nước và quốc tế biết đến. Người ta cũng thường gọi đó là nóc nhà Đông Dương.

(Nguồn: *vnexpress.net/nhung-nguoi-khai-sinh-chop-inox-tren-dinh-fansipan-4273689.html*)



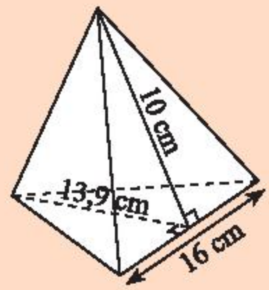
Sau bài học này, em đã làm được những gì?

– Mô tả được hình chóp tam giác đều và hình chóp tứ giác đều.

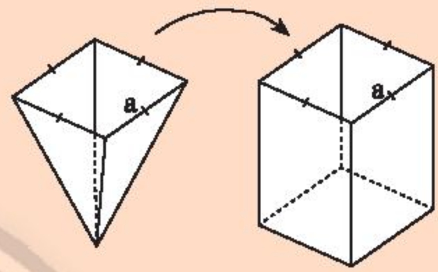
– Tạo lập được hình chóp tam giác đều và hình chóp tứ giác đều.

Bài 2 DIỆN TÍCH XUNG QUANH VÀ THỂ TÍCH CỦA HÌNH CHÓP TAM GIÁC ĐỀU, HÌNH CHÓP TỨ GIÁC ĐỀU

a) Bạn Mai cần dán giấy bóng kính màu xung quanh một chiếc lồng đèn hình chóp tam giác đều với kích thước như hình bên. Hỏi diện tích giấy mà Mai cần là bao nhiêu?



b) Bạn Hùng dùng một cái gàu hình chóp tứ giác đều để múc nước đổ vào một thùng chứa hình lăng trụ có cùng diện tích đáy và chiều cao như hình bên. Hãy dự đoán xem bạn Hùng phải đổ bao nhiêu gàu thì nước đầy thùng.



1. DIỆN TÍCH XUNG QUANH CỦA HÌNH CHÓP TAM GIÁC ĐỀU VÀ HÌNH CHÓP TỨ GIÁC ĐỀU

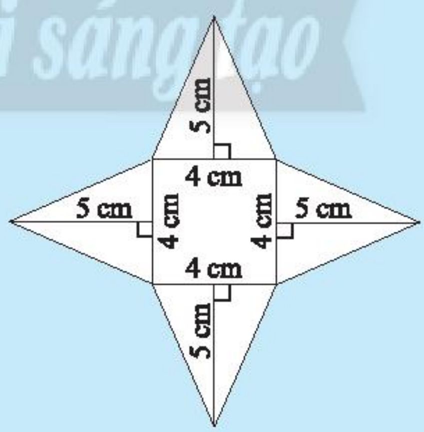
1 Nam làm một chiếc hộp hình chóp tứ giác đều như Hình 1a, sau đó Nam trải các mặt của chiếc hộp với các số đo đã cho như Hình 1b. Hãy cho biết:

a) Hình này có bao nhiêu mặt bên.

b) Diện tích của mỗi mặt bên.

c) Diện tích của tất cả mặt các bên.

d) Diện tích đáy của hình này.



Hình 1

Diện tích xung quanh của hình chóp tam giác đều (hình chóp tứ giác đều) bằng tổng diện tích của các mặt bên.

Chú ý: Diện tích toàn phần của hình chóp tam giác đều (hình chóp tứ giác đều) bằng tổng của diện tích xung quanh và diện tích đáy:

$$S_{tp} = S_{xq} + S_{đáy}$$

(S_{tp} là diện tích toàn phần, S_{xq} là diện tích xung quanh, $S_{đáy}$ là diện tích đáy).

Ví dụ 1. Tính diện tích xung quanh và diện tích toàn phần của chiếc hộp hình chóp tứ giác đều ở 1.

Giải

Diện tích xung quanh của chiếc hộp: $S_{xq} = 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 5 = 40$ (cm²).

Diện tích toàn phần của chiếc hộp: $S_{tp} = S_{xq} + S_{đáy} = 40 + 4 \cdot 4 = 56$ (cm²).

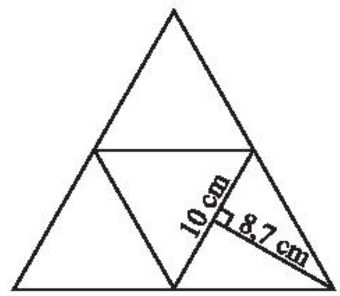
Ví dụ 2. Tính diện tích xung quanh của hình chóp tam giác đều biết độ dài cạnh đáy bằng 5 cm, chiều cao của tam giác mặt bên kẻ từ đỉnh của hình chóp tam giác đều bằng 6 cm.

Giải

Diện tích xung quanh của hình chóp tam giác đều:

$$S_{xq} = 3 \cdot \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 6 = 45 \text{ (cm}^2\text{)}.$$

Thực hành 1. Một tấm bìa (Hình 2) gấp thành hình chóp tam giác đều với các mặt đều là hình tam giác đều. Với số đo trên hình vẽ, hãy tính diện tích xung quanh và diện tích toàn phần của hình này.



Hình 2

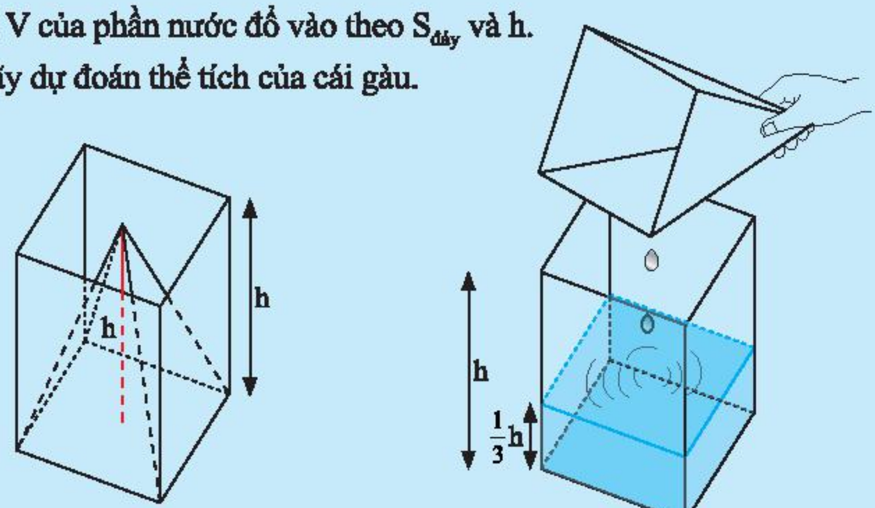
2. THỂ TÍCH CỦA HÌNH CHÓP TAM GIÁC ĐỀU VÀ HÌNH CHÓP TỨ GIÁC ĐỀU

2 Bạn Hùng có một cái gàu có dạng hình chóp tứ giác đều và một cái thùng (không chứa nước) có dạng hình lăng trụ đứng. Hai vật này có cùng diện tích đáy và chiều cao (Hình 3a).

Hùng múc đầy một gàu nước và đổ vào thùng thì thấy chiều cao của cột nước bằng $\frac{1}{3}$ chiều cao của thùng (Hình 3b). Gọi $S_{đáy}$ là diện tích đáy và h là chiều cao của cái gàu.

a) Tính thể tích V của phần nước đổ vào theo $S_{đáy}$ và h.

b) Từ câu a), hãy dự đoán thể tích của cái gàu.



a) *b)*

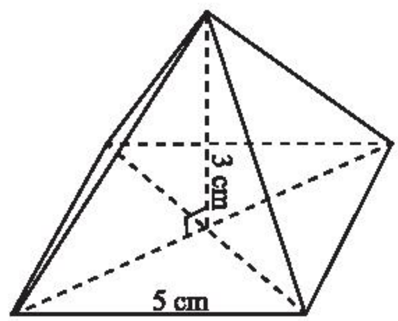
Hình 3

Thể tích của hình chóp tam giác đều (hình chóp tứ giác đều) bằng $\frac{1}{3}$ diện tích đáy nhân với chiều cao.

$$V = \frac{1}{3} \cdot S_{đáy} \cdot h$$

(V là thể tích, $S_{đáy}$ là diện tích đáy và h là chiều cao).

Ví dụ 3. Tính thể tích của hình chóp tứ giác đều có chiều cao 3 cm, độ dài cạnh của tứ giác đáy là 5 cm (Hình 4).



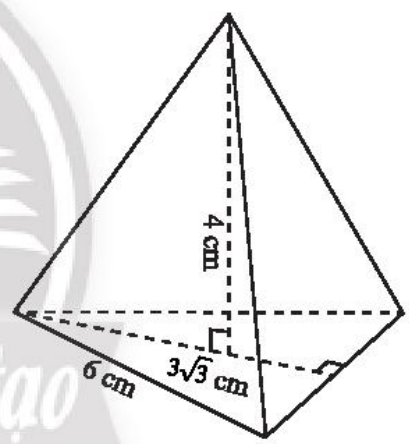
Hình 4

Giải

Thể tích của hình chóp tứ giác đều (Hình 4) là:

$V = \frac{1}{3} \cdot S_{đáy} \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 5^2 \cdot 3 = 25$ (cm^3).

Ví dụ 4. Tính thể tích của hình chóp tam giác đều (Hình 5), biết chiều cao hình chóp là 4 cm, tam giác đáy có cạnh 6 cm và chiều cao $3\sqrt{3}$ cm.



Hình 5

Giải

Diện tích đáy của hình chóp tam giác đều:

$S_{đáy} = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 3\sqrt{3} = 9\sqrt{3}$ (cm^2).

Thể tích của hình chóp tam giác đều là:

$V = \frac{1}{3} \cdot S_{đáy} \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 9\sqrt{3} \cdot 4 = 12\sqrt{3}$ (cm^3).

Ví dụ 5. Kim tự tháp Giza nổi tiếng ở Ai Cập có dạng hình chóp tứ giác đều với chiều cao khoảng 147 m và đáy là hình vuông cạnh khoảng 230 m.

(Nguồn: *https://www.britannica.com/topic/Pyramids-of-Giza*)

a) Tính thể tích của kim tự tháp Giza.

b) Đường cao của mặt bên xuất phát từ đỉnh của kim tự tháp đo được dài 186,6 m. Tính diện tích xung quanh của kim tự tháp Giza.

Giải

a) Thể tích của kim tự tháp Giza là: $V = \frac{1}{3} \cdot S_{đáy} \cdot h \approx \frac{1}{3} \cdot 230^2 \cdot 147 = 2\,592\,100$ (m^3).

b) Diện tích xung quanh của kim tự tháp Giza là: $S_{xq} \approx 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 230 \cdot 186{,}6 = 85\,836$ (m^2).

Thực hành 2. Tính thể tích của một chiếc hộp bánh ít có dạng hình chóp tứ giác đều, có độ dài cạnh đáy là 3 cm và chiều cao là 2,5 cm.

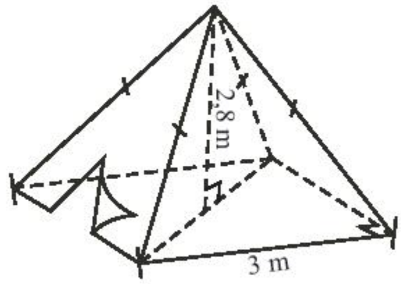
Hình 6

Thực hành 3. Hãy giải bài toán ở phần (trang 49).

Vận dụng 1. Một chiếc lều có dạng hình chóp tứ giác đều ở trại hè của học sinh có kích thước như Hình 7.

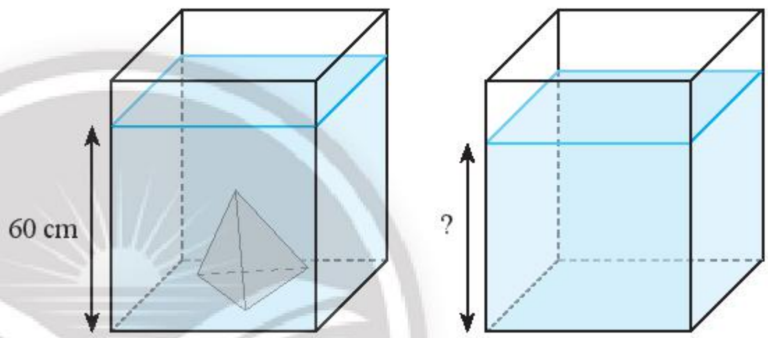
a) Tính thể tích không khí trong chiếc lều.

b) Tính diện tích vải lều (không tính các mép dán), biết chiều cao của mặt bên xuất phát từ đỉnh của chiếc lều là 3,18 m và lều này không có đáy.



Hình 7

Vận dụng 2. Một bể kính hình hộp chữ nhật có hai cạnh đáy là 60 cm và 30 cm. Trong bể có một khối đá hình chóp tam giác đều với diện tích đáy là 270 cm^2, chiều cao 30 cm. Người ta đổ nước vào bể sao cho nước ngập khối đá và đo được mực nước là 60 cm. Khi lấy khối đá ra thì mực nước của bể là bao nhiêu? Biết rằng bề dày của đáy bể và thành bể không đáng kể.

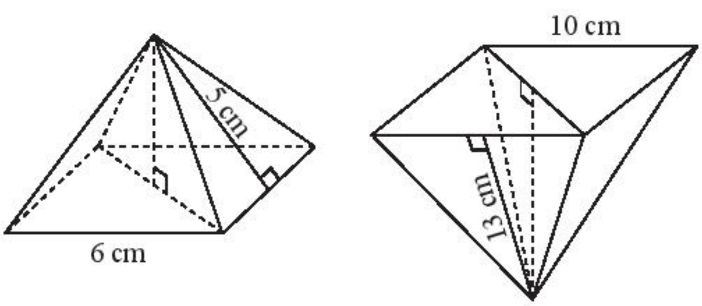


a) *b)*

Hình 8

BÀI TẬP

1. a) Tính diện tích xung quanh của mỗi hình chóp tứ giác đều dưới đây.



a) *b)*

Hình 9

b) Cho biết chiều cao của hình chóp tứ giác đều trong Hình 9a và Hình 9b lần lượt là 4 cm và 12 cm. Tính thể tích của mỗi hình.

2. Nhân dịp Tết Trung thu, Nam dự định làm một chiếc lồng đèn hình chóp tứ giác đều có độ dài cạnh đáy và đường cao của mặt bên tương ứng với cạnh đáy lần lượt là 30 cm và 40 cm. Em hãy giúp Nam tính xem phải cần bao nhiêu mét vuông giấy vừa đủ để dán tất cả các mặt của chiếc lồng đèn. Biết rằng nếp gấp không đáng kể.

3. a) Tính diện tích xung quanh của hình chóp tam giác đều có độ dài cạnh đáy là 10 cm, chiều cao của mặt bên xuất phát từ đỉnh của hình chóp tam giác đều là 12 cm.
b) Tính diện tích toàn phần và thể tích của hình chóp tứ giác đều có độ dài cạnh đáy là 72 dm, chiều cao là 68,1 dm, chiều cao của mặt bên xuất phát từ đỉnh của hình chóp tứ giác đều là 77 dm.

4. Bảo tàng Louvre (Pháp) có một kim tự tháp hình chóp tứ giác đều bằng kính (gọi là kim tự tháp Louvre) có chiều cao 21,3 m và cạnh đáy 34 m. Tính thể tích của kim tự tháp này.

(Nguồn: *https://www.pariscityvision.com/en/paris/museums*)

Hình 10

Sau bài học này, em đã làm được những gì?

- Tính được diện tích xung quanh, thể tích của hình chóp tam giác đều và hình chóp tứ giác đều.
- Giải quyết được một số vấn đề thực tiễn gắn với việc tính thể tích, diện tích xung quanh của hình chóp tam giác đều và hình chóp tứ giác đều.

BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG 2

CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

Chọn phương án đúng.

1. Trong các phát biểu sau, phát biểu nào **sai**?

Hình chóp tam giác đều có

A. ba cạnh bên bằng nhau.

B. các cạnh bên bằng nhau và đáy là hình tam giác có ba góc bằng nhau.

C. tất cả các cạnh bên bằng nhau và đáy là tam giác đều.

D. tất cả các cạnh đều bằng nhau.

2. Trong các phát biểu sau, phát biểu nào đúng?

Hình chóp tứ giác đều có

A. các mặt bên là tam giác đều.

B. tất cả các cạnh bằng nhau.

C. các cạnh bên bằng nhau và đáy là hình vuông.

D. các mặt bên là tam giác vuông.

3. Trong các phát biểu sau, phát biểu nào đúng?

Chiều cao của hình chóp tam giác đều là

A. độ dài đoạn thẳng nối từ đỉnh của hình chóp tới trung điểm của một cạnh đáy.

B. chiều cao của mặt đáy.

C. độ dài đường trung tuyến của một mặt bên của hình chóp.

D. độ dài đoạn thẳng nối từ đỉnh tới trọng tâm của tam giác đáy.

4. Hình chóp tam giác đều có diện tích đáy 30 cm^2, mỗi mặt bên có diện tích 42 cm^2, có diện tích toàn phần là

A. 126 cm^2. B. 132 cm^2.

C. 90 cm^2. D. 156 cm^2.

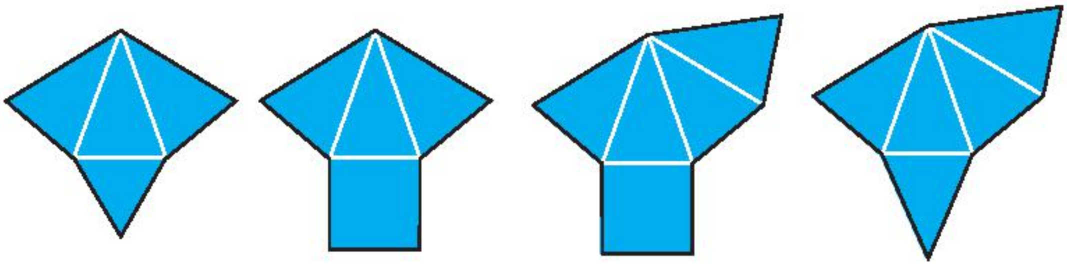
5. Hình chóp tứ giác đều có diện tích đáy 30 m^2, chiều cao 100 dm, có thể tích là

A. 100 m^3. B. 300 m^3.

C. 1 000 m^3. D. 300 dm^3.

BÀI TẬP TỰ LUẬN

6. Trong các tấm bìa ở Hình 1, tấm bìa nào gấp được hình chóp tam giác đều, tấm bìa nào gấp được hình chóp tứ giác đều?



a) *b)* *c)* *d)*

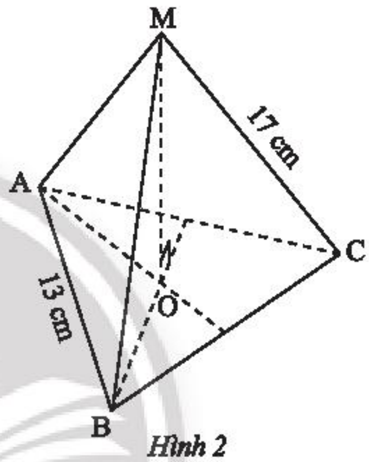
Hình 1

7. Quan sát hình chóp tam giác đều ở Hình 2 và cho biết:

a) Đỉnh, mặt đáy và các mặt bên của hình đó.

b) Độ dài cạnh MA và cạnh BC.

c) Đoạn thẳng nào là đường cao của hình đó.



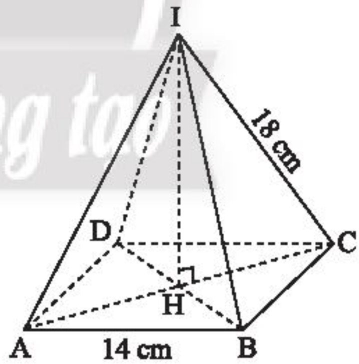
Hình 2

8. Quan sát hình chóp tứ giác đều ở Hình 3 và cho biết:

a) Mặt đáy và các mặt bên của hình đó.

b) Độ dài cạnh IB và cạnh BC.

c) Đoạn thẳng nào là đường cao của hình đó.



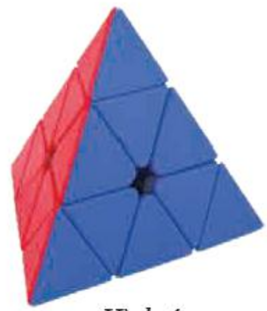
Hình 3

9. Tính diện tích xung quanh, diện tích toàn phần và thể tích của:

a) Hình chóp tam giác đều có chiều cao là 98,3 cm; tam giác đáy có độ dài cạnh là 40 cm và chiều cao là 34,6 cm; chiều cao mặt bên xuất phát từ đỉnh của hình chóp tam giác đều là 99 cm.

b) Hình chóp tứ giác đều có độ dài cạnh đáy là 120 cm, chiều cao là 68,4 cm, chiều cao mặt bên xuất phát từ đỉnh của hình chóp tứ giác đều là 91 cm.

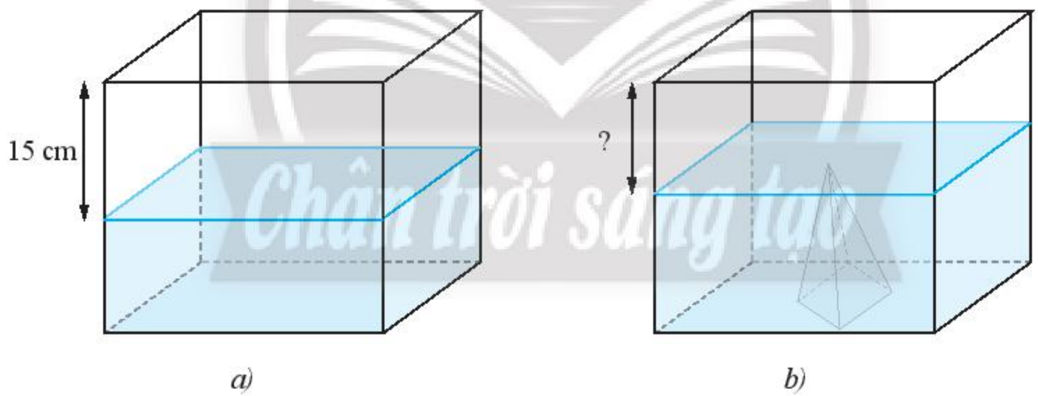
10. Tính thể tích khối rubik có dạng hình chóp tam giác đều (Hình 4). Biết khối rubik này có bốn mặt là các tam giác đều bằng nhau cạnh 4,7 cm và chiều cao 4,1 cm; chiều cao của khối rubik bằng 3,9 cm.



Hình 4

11. Lớp bạn Na dự định gấp 100 hộp đựng quà dạng hình chóp tam giác đều có tất cả các mặt đều là hình tam giác đều cạnh 5 cm để đựng các món quà gửi tặng cho học sinh khó khăn dịp Tết Trung thu. Cho biết chiều cao của mỗi mặt là 4,3 cm. Tính diện tích giấy cần để làm hộp, biết rằng phải tốn 20% diện tích giấy cho các mép giấy và các phần giấy bị bỏ đi.

12. Một bể kính hình hộp chữ nhật chứa nước có hai cạnh đáy là 50 cm và 40 cm, khoảng cách từ mực nước tới miệng bể là 15 cm. Người ta dự định đặt vào bể một khối đá hình chóp tứ giác đều cạnh đáy là 20 cm, chiều cao 15 cm. Khi đó khoảng cách mực nước tới miệng bể là bao nhiêu? Biết rằng bề dày của đáy bể và thành bể không đáng kể, sau khi đặt khối đá vào, nước ngập khối đá và không tràn ra ngoài.



Hình 5

HÌNH HỌC PHẲNG

Chương

3

ĐỊNH LÍ PYTHAGORE. CÁC LOẠI TỨ GIÁC THƯỜNG GẶP

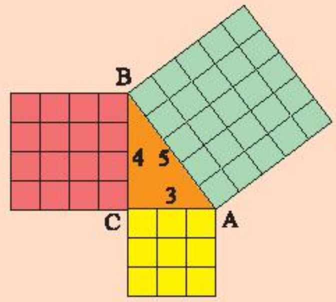
Trong chương này, các em sẽ tìm hiểu về định lí Pythagore, thể hiện mối liên hệ giữa độ dài ba cạnh của tam giác vuông. Chúng ta cũng sẽ học về tính chất của các tứ giác lồi thường gặp như: hình thang, hình bình hành, hình thoi, hình chữ nhật, hình vuông và đồng thời các em sẽ biết cách vận dụng các điều đã học để giải quyết một số vấn đề thực tiễn.

Cầu Rồng, Đà Nẵng

Định lí Pythagore và các tính chất của tứ giác giúp tính toán chính xác các khoảng cách trong xây dựng.

Bài 1 ĐỊNH LÍ PYTHAGORE

Hãy so sánh diện tích hình vuông màu xanh với tổng diện tích của hai hình vuông màu đỏ và màu vàng.



1. ĐỊNH LÍ PYTHAGORE

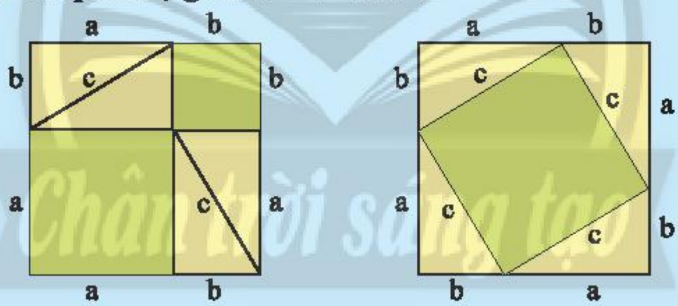
Cho một tam giác vuông có hai cạnh góc vuông là a, b và cạnh huyền là c.

– Lấy một tờ bìa lớn, cắt tám hình tam giác vuông bằng tam giác vuông đã cho và cắt hai hình vuông lớn cùng có cạnh bằng a + b.

– Đặt bốn tam giác vuông lên hình vuông thứ nhất như trong Hình 1a. Phần bìa không bị che lấp gồm hai hình vuông có cạnh lần lượt là a và b. Tính diện tích phần bìa đó theo a và b.

– Đặt bốn tam giác vuông còn lại lên hình vuông thứ hai như trong Hình 1b. Phần bìa không bị che lấp là hình vuông có cạnh là c. Tính diện tích phần bìa đó theo c.

– Rút ra kết luận về quan hệ giữa $a^2 + b^2$ và c^2.



a) *b)*

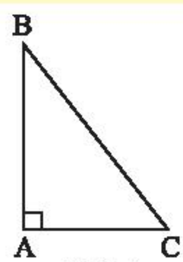
Hình 1

Ta có định lí sau:

Định lí Pythagore:

Trong một tam giác vuông, bình phương độ dài của cạnh huyền bằng tổng các bình phương độ dài của hai cạnh góc vuông.

GT	ΔABC, $\widehat{A} = 90^\circ$
KL	$BC^2 = AB^2 + AC^2$



Hình 2

Ví dụ 1.

a) Cho tam giác ABC vuông tại C có hai cạnh góc vuông là $a = 4$ cm, $b = 3$ cm. Tính độ dài cạnh huyền của tam giác vuông đó.

b) Cho tam giác vuông MNP có cạnh huyền $NP = 10$ dm và cạnh $MN = 6$ dm. Tính độ dài cạnh MP.

Giải

a) Gọi c là độ dài cạnh huyền của tam giác ABC vuông tại C. Áp dụng định lí Pythagore, ta có:

$$c^2 = a^2 + b^2 = 4^2 + 3^2 = 16 + 9 = 25 = 5^2.$$

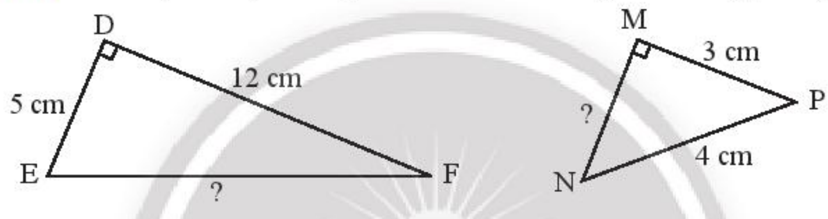
Vậy độ dài cạnh huyền là $c = 5$ cm.

b) Áp dụng định lí Pythagore vào tam giác vuông MNP có cạnh huyền NP, ta có:

$$NP^2 = MN^2 + MP^2, \text{ suy ra } MP^2 = NP^2 - MN^2 = 10^2 - 6^2 = 100 - 36 = 64 = 8^2.$$

Vậy $MP = 8$ dm.

Thực hành 1. Tính độ dài cạnh EF, MN của các tam giác vuông trong Hình 3.



Hình 3

Vận dụng 1. Một chiếc ti vi màn hình phẳng có chiều rộng và chiều dài đo được lần lượt là 72 cm và 120 cm. Tính độ dài đường chéo của màn hình chiếc ti vi đó theo đơn vị inch (biết 1 inch ≈ 2,54 cm).

Hình 4

2. ĐỊNH LÍ PYTHAGORE ĐẢO

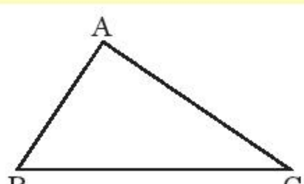
Vẽ vào vở tam giác ABC có $AB = 12$ cm, $AC = 5$ cm, $BC = 13$ cm, rồi xác định số đo $\widehat{BAC}$ bằng thước đo góc.

Khi biết độ dài ba cạnh của một tam giác, ta có thể kiểm tra xem tam giác đó có phải là tam giác vuông không nhờ vào định lí sau:

Định lí Pythagore đảo:

Nếu một tam giác có bình phương độ dài của một cạnh bằng tổng các bình phương độ dài của hai cạnh kia thì tam giác đó là tam giác vuông.

GT	ΔABC, $BC^2 = AB^2 + AC^2$
KL	$\widehat{A} = 90^\circ$



Hình 5

Ví dụ 2. Tìm tam giác vuông trong các tam giác sau:

a) Tam giác ABC có AB = 3 cm, BC = 5 cm, AC = 4 cm.

b) Tam giác MNP có MN = 20 m, NP = 12 m, PM = 16 m.

c) Tam giác OHK có OH = 6 dm, OK = 8 dm, KH = 12 dm.

Giải

a) Ta có $5^2 = 3^2 + 4^2$, suy ra $BC^2 = AB^2 + AC^2$. Vậy tam giác ABC vuông tại A.

b) Ta có $20^2 = 12^2 + 16^2$, suy ra $MN^2 = NP^2 + PM^2$. Vậy tam giác MNP vuông tại P.

c) Ta có KH là cạnh dài nhất và $12^2 \neq 6^2 + 8^2$, suy ra $KH^2 \neq OH^2 + OK^2$.

Vậy tam giác OHK không phải là tam giác vuông.

Thực hành 2. Tìm tam giác vuông trong các tam giác sau:

a) Tam giác EFK có EF = 9 m, FK = 12 m, EK = 15 m.

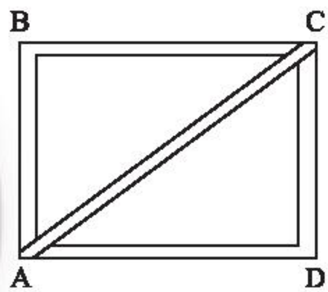
b) Tam giác PQR có PQ = 17 cm, QR = 12 cm, PR = 10 cm.

c) Tam giác DEF có DE = 8 m, DF = 6 m, EF = 10 m.

Vận dụng 2.

a) Nam dự định làm một cái êke từ ba thanh nẹp gỗ. Nam đã có hai thanh làm hai cạnh góc vuông dài 6 cm và 8 cm. Hỏi thanh nẹp còn lại Nam phải làm có độ dài bao nhiêu? (Giả sử các mối nối không đáng kể.)

b) Một khung gỗ ABCD (Hình 6) được tạo thành từ 5 thanh nẹp có độ dài như sau: AB = CD = 36 cm; BC = AD = 48 cm; AC = 60 cm. Chứng minh rằng $\widehat{ABC}$ và $\widehat{ADC}$ là các góc vuông.

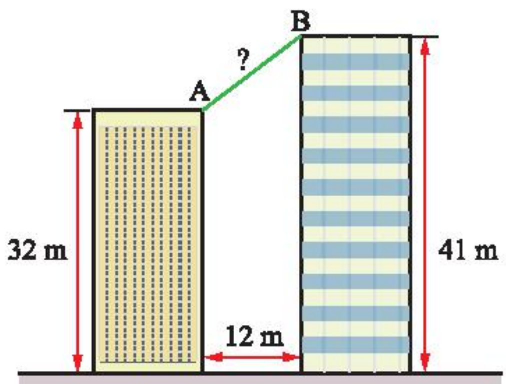


Hình 6

3. VẬN DỤNG ĐỊNH LÍ PYTHAGORE

Ta có thể vận dụng định lí Pythagore để tính nhiều yếu tố trong khoa học và đời sống như tính độ dài đoạn thẳng, khoảng cách giữa hai điểm, chiều dài, chiều cao của vật, …

Ví dụ 3. Tính khoảng cách giữa hai điểm A, B trong Hình 7.



Hình 7

Giải

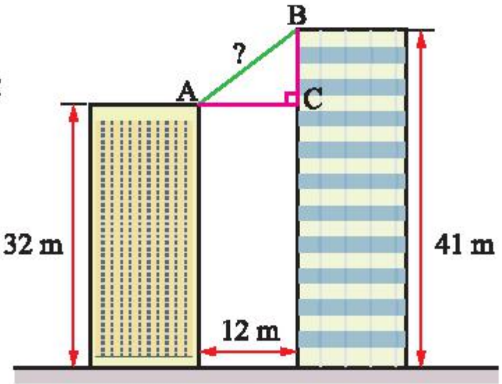
Vẽ tam giác vuông ABC như trong Hình 8, ta có:

AC = 12 m; BC = 41 – 32 = 9 (m).

Áp dụng định lí Pythagore vào tam giác ABC vuông tại C, ta có:

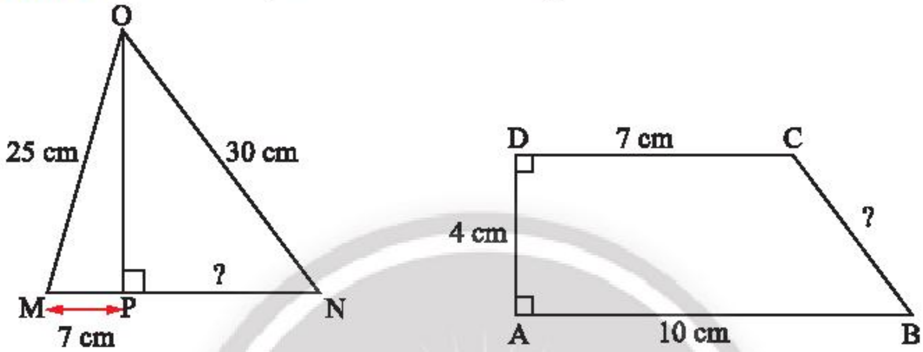
$AB^2 = AC^2 + BC^2 = 12^2 + 9^2 = 225 = 15^2$.

Vậy khoảng cách AB = 15 m.



Hình 8

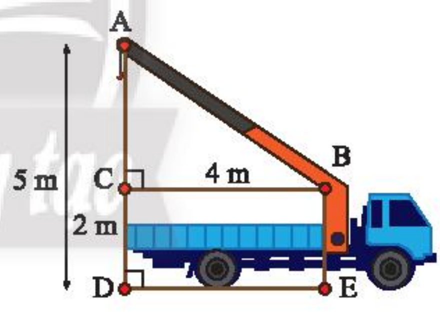
Thực hành 3. Tính các độ dài PN và BC trong Hình 9.



a) *b)*

Hình 9

Vận dụng 3. Tính chiều dài cần cẩu AB trong Hình 10.



Hình 10

BÀI TẬP

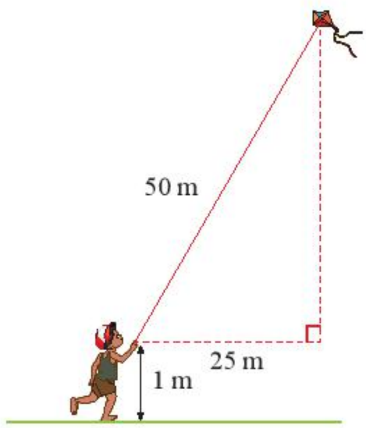
1. Cho tam giác ABC vuông tại A.

a) Tính độ dài cạnh BC nếu biết AB = 7 cm, AC = 24 cm.

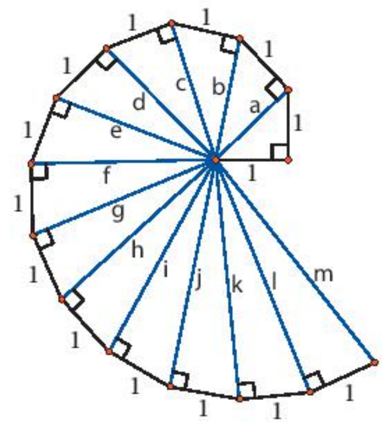
b) Tính độ dài cạnh AB nếu biết AC = 2 cm, BC = $\sqrt{13}$ cm.

c) Tính độ dài cạnh AC nếu biết BC = 25 cm, AB = 15 cm.

2. Tính độ cao của con diều so với mặt đất (Hình 11).



Hình 11

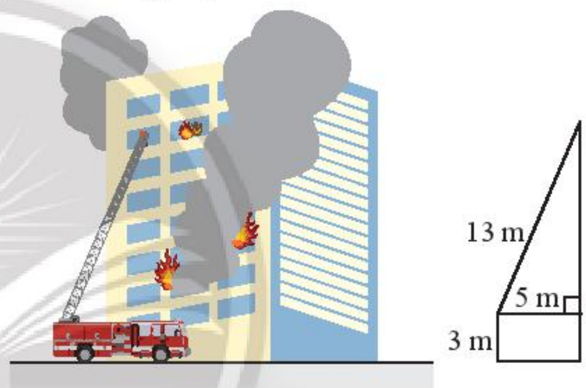


Hình 12

3. Lần lượt tính độ dài các cạnh huyền a, b, c, d của các tam giác vuông trong Hình 12. Hãy dự đoán kết quả của các cạnh huyền còn lại.

4. Chứng minh rằng tam giác ABC vuông trong các trường hợp sau:
   a) AB = 8 cm, AC = 15 cm, BC = 17 cm;
   b) AB = 29 cm, AC = 21 cm, BC = 20 cm;
   c) AB = 12 cm, AC = 37 cm, BC = 35 cm.

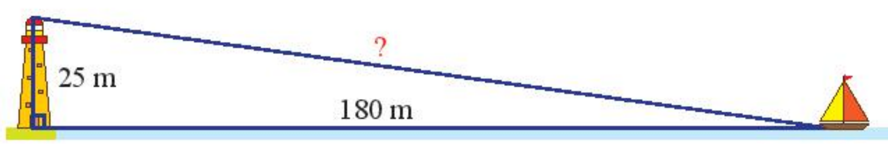
5. Cho biết thang của một xe cứu hoả có chiều dài 13 m, chân thang cách mặt đất 3 m và cách tường của toà nhà 5 m. Tính chiều cao mà thang có thể vươn tới.



a) *b)*

Hình 13

6. Một con thuyền đang neo ở một điểm cách chân tháp hải đăng 180 m. Cho biết tháp hải đăng cao 25 m. Hãy tính khoảng cách từ thuyền đến đỉnh tháp hải đăng.



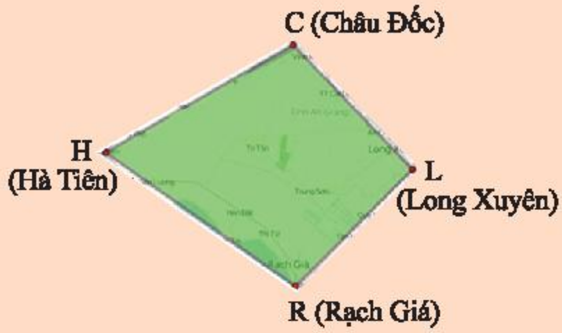
Hình 14

Sau bài học này, em đã làm được những gì?

– Giải thích được định lí Pythagore. Tính được độ dài cạnh trong tam giác vuông bằng cách sử dụng định lí Pythagore.
– Giải quyết được một số vấn đề thực tiễn gắn với việc vận dụng định lí Pythagore (ví dụ: tính khoảng cách giữa hai vị trí).

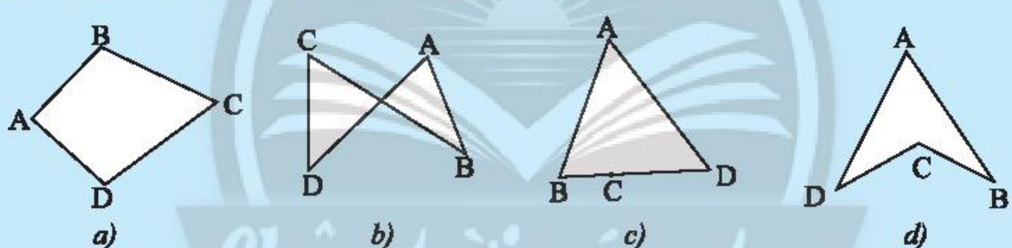
Bài 2 TỨ GIÁC

Hình màu xanh bên được trích ra từ bản đồ được gọi là Tứ giác Long Xuyên. Em hãy cho biết:
– Hình này được tạo bởi mấy đoạn thẳng?
– Các đoạn thẳng này nối các địa điểm nào?



1. TỨ GIÁC

1 Trong các hình tạo bởi bốn đoạn thẳng AB, BC, CD và DA sau đây, hình nào không có hai đoạn thẳng cùng nằm trên một đường thẳng?



Hình 1

Tứ giác ABCD là hình gồm bốn đoạn thẳng AB, BC, CD và DA, trong đó bất kì hai đoạn thẳng nào cũng không cùng nằm trên một đường thẳng.

Ví dụ 1. Tìm các tứ giác trong Hình 1.

Giải

Trong Hình 1, hình a), b), d) là các tứ giác.

Đỉnh và cạnh của tứ giác

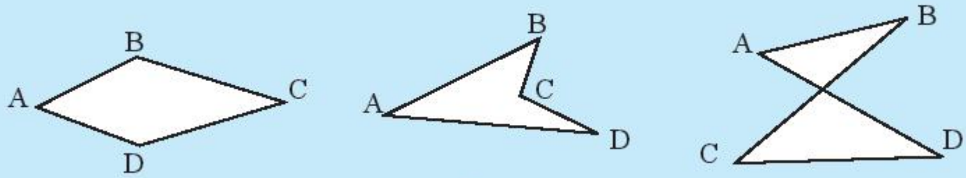
Tứ giác ABCD còn được gọi là tứ giác DCBA, CBAD, BADC, …

Các điểm A, B, C, D gọi là các *đỉnh*.

Các đoạn thẳng AB, BC, CD, DA gọi là các *cạnh*.

Tứ giác lồi

2 Vẽ các đường thẳng lần lượt chứa mỗi cạnh của các tứ giác sau đây và nêu nhận xét của em về vị trí của mỗi tứ giác đối với mỗi đường thẳng đã vẽ.

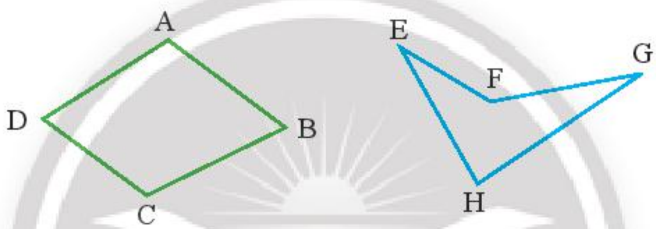


a) b) c)

Hình 2

Tứ giác lồi là tứ giác luôn nằm trong cùng một phần mặt phẳng được phân chia bởi đường thẳng chứa bất kì cạnh nào của tứ giác.

Ví dụ 2. Tìm tứ giác lồi trong các hình sau.

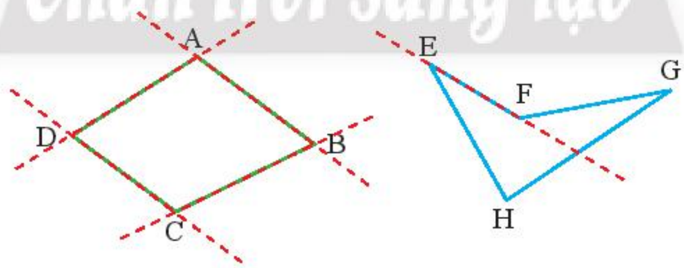


a) b)

Hình 3

Giải

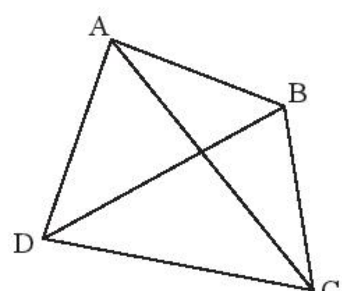
Kẻ các đường thẳng chứa các cạnh của tứ giác như trong Hình 4, ta thấy ABCD là tứ giác lồi còn EFGH không phải là tứ giác lồi.



a) b)

Hình 4

Chú ý: Từ nay, khi nói đến tứ giác mà không chú thích gì thêm, ta hiểu đó là tứ giác lồi.



Hình 5

Cạnh, góc, đường chéo của tứ giác

Trong một tứ giác:

a) *Hai cạnh kề nhau* là hai cạnh có chung một đỉnh.

Ví dụ: Trong Hình 5, BA và BC là hai cạnh kề nhau.

b) Hai cạnh kề nhau tạo thành một *góc của tứ giác.*

Ví dụ: Trong Hình 5, tứ giác ABCD có các góc là $\widehat{DAB}$, $\widehat{ABC}$, $\widehat{BCD}$, $\widehat{CDA}$. Các cặp góc $\widehat{DAB}$ và $\widehat{BCD}$; $\widehat{ABC}$ và $\widehat{CDA}$ được gọi là *cặp góc đối.*

c) *Hai cạnh đối nhau* là hai cạnh không có chung đỉnh nào.

Ví dụ: Trong Hình 5, AB và DC là hai cạnh đối nhau.

d) *Hai đỉnh đối nhau* là hai đỉnh không cùng nằm trên một cạnh.

Ví dụ: Trong Hình 5, A và C là hai đỉnh đối nhau.

e) *Đường chéo* là đoạn thẳng nối hai đỉnh đối nhau.

Ví dụ: Trong Hình 5, tứ giác ABCD có hai đường chéo là AC và BD.

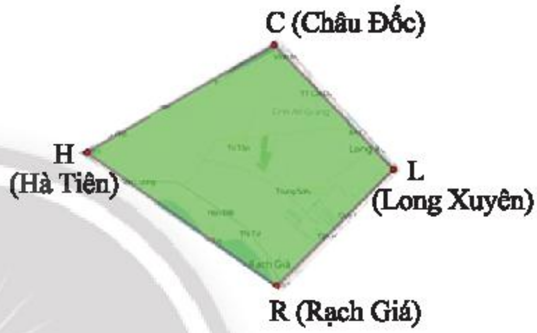
Thực hành 1. Vẽ tứ giác MNPQ và tìm:

– Hai đỉnh đối nhau;

– Hai đường chéo;

– Hai cạnh đối nhau.

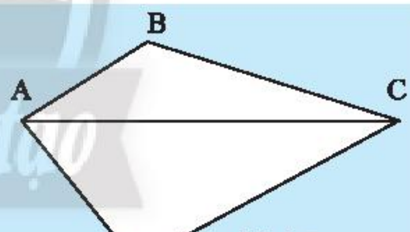
Vận dụng 1. Tìm các đỉnh, cạnh và đường chéo của tứ giác Long Xuyên CHRL (Hình 6).



Hình 6

2. TỔNG CÁC GÓC CỦA MỘT TỨ GIÁC

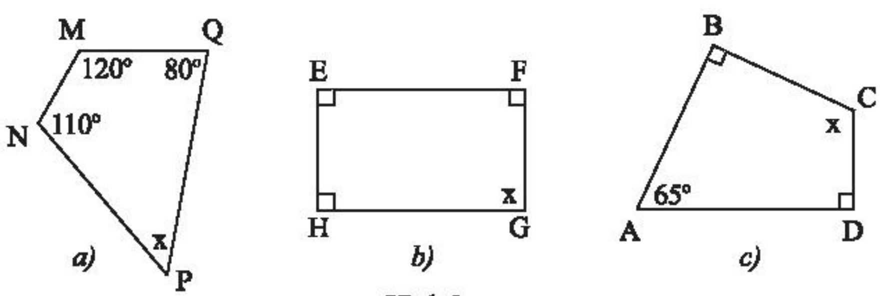
3 Đường chéo AC chia tứ giác ABCD thành hai tam giác ACB và ACD (Hình 7). Tính tổng các góc của tam giác ACB và tam giác ACD. Từ đó, ta có nhận xét gì về tổng các góc của tứ giác ABCD?



Hình 7

Tổng số đo các góc của một tứ giác bằng 360°.

Ví dụ 3. Tìm số đo x ở mỗi tứ giác sau:



Hình 8

Giải

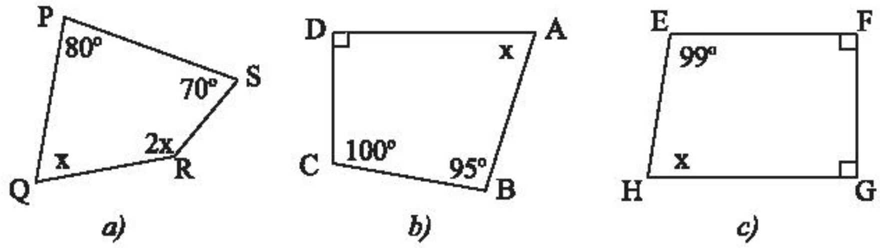
Do tổng số đo bốn góc của một tứ giác bằng 360° nên ta có:

Trong tứ giác MNPQ: x = 360° – (120° + 110° + 80°), suy ra x = 50°.

Trong tứ giác EFGH: x = 360° – (90° + 90° + 90°), suy ra x = 90°.

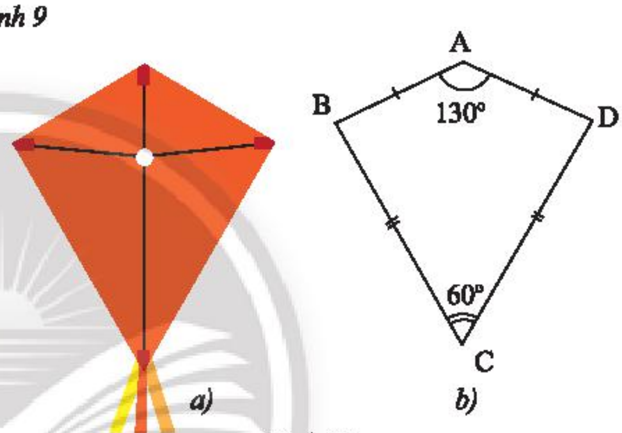
Trong tứ giác ABCD: x = 360° – (90° + 65° + 90°), suy ra x = 115°.

Thực hành 2. Tìm x trong mỗi tứ giác sau:



Hình 9

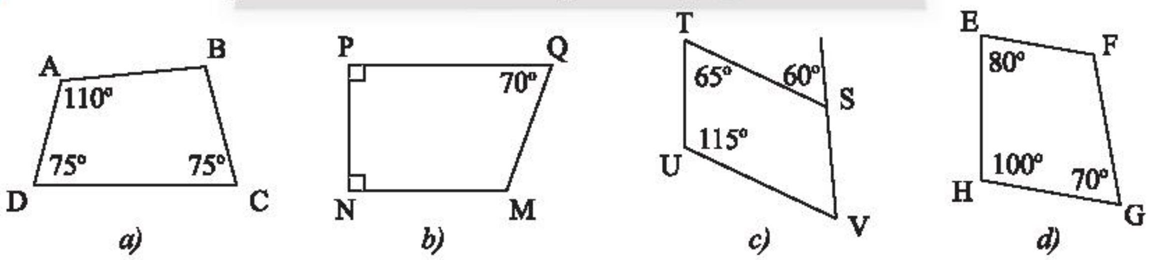
Vận dụng 2. Phần thân của cái diều ở Hình 10a được vẽ lại như Hình 10b. Tìm số đo các góc chưa biết trong hình.



Hình 10

BÀI TẬP

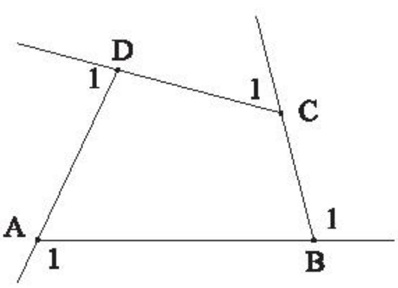
1. Tìm số đo các góc chưa biết của các tứ giác trong Hình 11.



Hình 11

2. Góc kề bù với một góc của tứ giác được gọi là *góc ngoài* của tứ giác đó.

Hãy tính tổng số đo bốn góc ngoài $\widehat{A}_1, \widehat{B}_1, \widehat{C}_1, \widehat{D}_1$ của tứ giác ABCD ở Hình 12.



Hình 12

3. Tứ giác ABCD có $\widehat{A} = 100^\circ$, góc ngoài tại đỉnh B bằng 110°, $\widehat{C} = 75^\circ$. Tính số đo góc D.

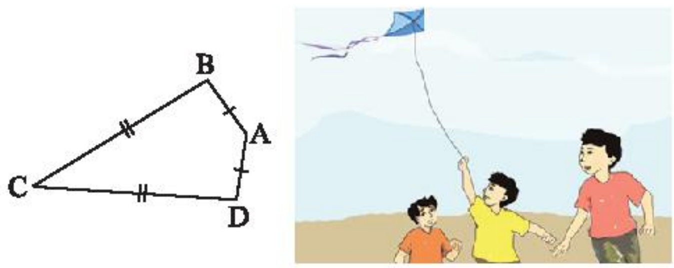
4. Tứ giác ABCD có góc ngoài tại đỉnh A bằng 65°, góc ngoài tại đỉnh B bằng 100°, góc ngoài tại đỉnh C bằng 60°. Tính số đo góc ngoài tại đỉnh D.

5. Tứ giác ABCD có số đo $\widehat{A} = x$, $\widehat{B} = 2x$, $\widehat{C} = 3x$, $\widehat{D} = 4x$. Tính số đo các góc của tứ giác đó.

6. Ta gọi tứ giác ABCD với AB = AD, CB = CD (Hình 13) là hình "cái diều".

a) Chứng minh rằng AC là đường trung trực của BD.

b) Cho biết $\widehat{B} = 95^\circ$, $\widehat{C} = 35^\circ$. Tính $\widehat{A}$ và $\widehat{D}$.

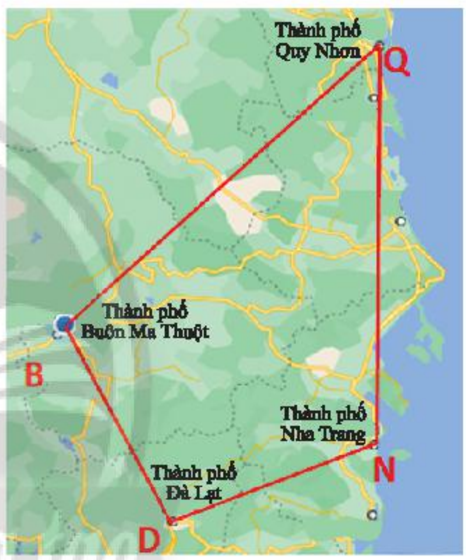


Hình 13

7. Trên bản đồ, tứ giác BDNQ với các đỉnh là các thành phố Buôn Ma Thuột, Đà Lạt, Nha Trang, Quy Nhơn.

a) Tìm các cạnh kề và cạnh đối của cạnh BD.

b) Tìm các đường chéo của tứ giác.



Hình 14

Sau bài học này, em đã làm được những gì?

– Mô tả được tứ giác. Nhận biết được tứ giác lồi.

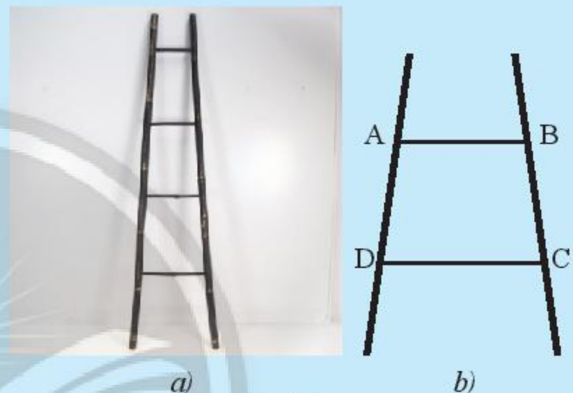
– Giải thích được định lí về tổng các góc của một tứ giác lồi bằng 360°.

Bài 3 HÌNH THANG – HÌNH THANG CÂN

Mái ngói của trụ sở Uỷ ban nhân dân Thành phố Hồ Chí Minh có hình dạng một tứ giác ABCD. Nêu nhận xét của em về hai cạnh AB và CD của tứ giác này.

1. HÌNH THANG – HÌNH THANG CÂN

1 Tứ giác ABCD (Hình 1b) là hình vẽ minh hoạ một phần của chiếc thang ở Hình 1a. Nêu nhận xét của em về hai cạnh AB và CD của tứ giác này.



Hình 1

Hình thang là tứ giác có hai cạnh đối song song.

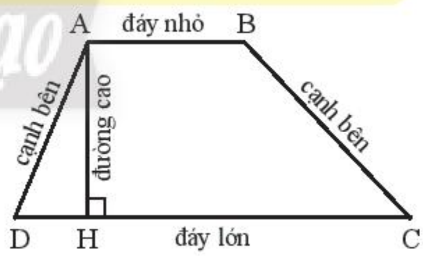
Hình 2 là hình thang ABCD với AB // CD. Ta có:

– Các đoạn thẳng AB, CD gọi là các *cạnh đáy* (hoặc *đáy*).

Nếu AB < CD thì AB là *đáy nhỏ*, CD là *đáy lớn*.

– Các đoạn thẳng AD, BC là các *cạnh bên*.

– AH là đường vuông góc kẻ từ A đến đường thẳng CD, đoạn thẳng AH gọi là *đường cao* của hình thang.

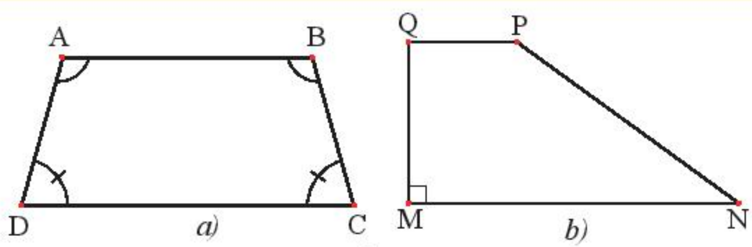


Hình 2

Hình thang cân là hình thang có hai góc kề một đáy bằng nhau.

Hình thang cân ABCD với hai đáy là AB và CD (Hình 3a) có $\widehat{A} = \widehat{B}$; $\widehat{C} = \widehat{D}$.

Hình thang có một góc vuông được gọi là *hình thang vuông* (Hình 3b).



Hình 3

Ví dụ 1. Tìm các góc chưa biết của hình thang ABCD có hai đáy là AB và CD trong các trường hợp sau:

a) $\widehat{A} = 90^\circ$ và $\widehat{B} = 40^\circ$;

b) $\widehat{C} = \widehat{D} = 80^\circ$.

Giải

a) Hình thang ABCD (AB // CD) có $\widehat{A} = 90^\circ$ nên là hình thang vuông. Suy ra $\widehat{D} = \widehat{A} = 90^\circ$. Áp dụng định lí tổng các góc của một tứ giác, ta có $\widehat{C} = 360^\circ - (90^\circ + 90^\circ + 40^\circ) = 140^\circ$.

b) Hình thang ABCD (AB // CD) có $\widehat{C} = \widehat{D} = 80^\circ$ nên là hình thang cân.

Suy ra $\widehat{A} = \widehat{B} = 180^\circ - 80^\circ = 100^\circ$.

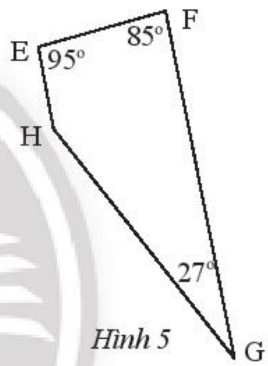
Thực hành 1. Tìm các góc chưa biết của hình thang MNPQ có hai đáy là MN và QP trong mỗi trường hợp sau và nêu nhận xét của em.

a) $\widehat{Q} = 90^\circ$ và $\widehat{N} = 125^\circ$;

b) $\widehat{P} = \widehat{Q} = 110^\circ$.

Vận dụng 1. Một mặt tường của chân tháp cột cờ Hà Nội có dạng hình thang cân ABCD (Hình 4). Cho biết $\widehat{D} = \widehat{C} = 75^\circ$. Tìm số đo $\widehat{A}$ và $\widehat{B}$.

Hình 4



Hình 5

Vận dụng 2. Tứ giác EFGH có các góc cho như trong Hình 5.

a) Chứng minh rằng EFGH là hình thang.

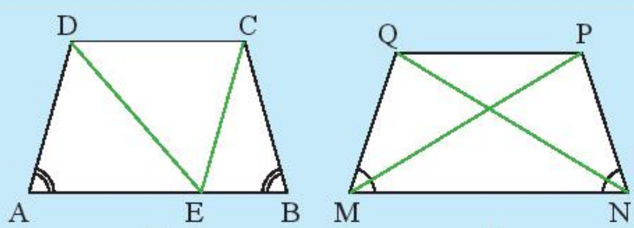
b) Tìm góc chưa biết của tứ giác.

2. TÍNH CHẤT CỦA HÌNH THANG CÂN

2 a) Cho hình thang cân ABCD có hai đáy là AB và CD (AB > CD). Qua C vẽ đường thẳng song song với AD và cắt AB tại E (Hình 6a).

i) Tam giác CEB là tam giác gì? Vì sao?

ii) So sánh AD và BC.



Hình 6

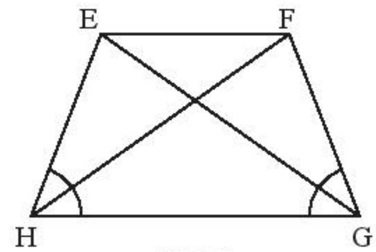
b) Cho hình thang cân MNPQ có hai đáy là MN và PQ (Hình 6b). So sánh MP và NQ. Giải thích.

Trong hình thang cân:

– Hai cạnh bên bằng nhau.

– Hai đường chéo bằng nhau.

Ví dụ 2. Tìm các đoạn thẳng bằng nhau có trên hình thang cân EFGH (EF // HG) trong Hình 7.



Hình 7

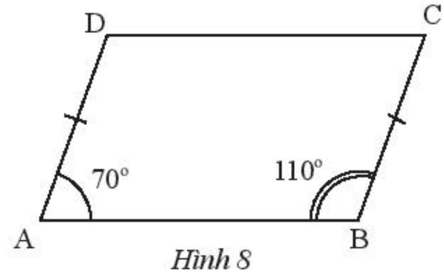
Giải

Hình thang cân EFGH có hai đáy là EF và HG nên có:

– Hai cạnh bên bằng nhau: EH = FG.

– Hai đường chéo bằng nhau: EG = HF.

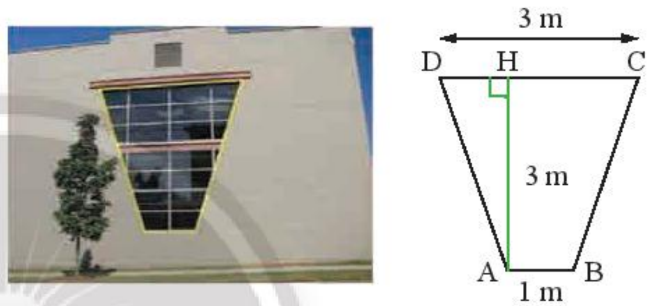
Chú ý: Nếu một hình thang là hình thang cân thì nó có hai cạnh bên bằng nhau, nhưng một hình thang có hai cạnh bên bằng nhau thì chưa chắc là hình thang cân. Chẳng hạn như hình thang ABCD trong Hình 8 có hai đáy là AB, CD và hai cạnh bên bằng nhau AD = BC nhưng không phải là hình thang cân vì hai góc A và B cùng kề một đáy không bằng nhau.



Hình 8

Thực hành 2. Tìm các đoạn thẳng bằng nhau trong hình thang cân MNPQ có hai đáy là MN và PQ.

Vận dụng 3. Một khung cửa sổ hình thang cân có chiều cao 3 m, hai đáy là 3 m và 1 m (Hình 9). Tìm độ dài hai cạnh bên và hai đường chéo.



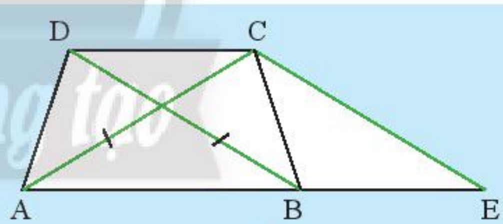
Hình 9

3. DẤU HIỆU NHẬN BIẾT HÌNH THANG CÂN

3 Cho hình thang ABCD có hai đáy là AB, CD và có hai đường chéo bằng nhau (Hình 10). Vẽ đường thẳng đi qua C, song song với BD và cắt AB tại E.

a) Tam giác CAE là tam giác gì? Vì sao?

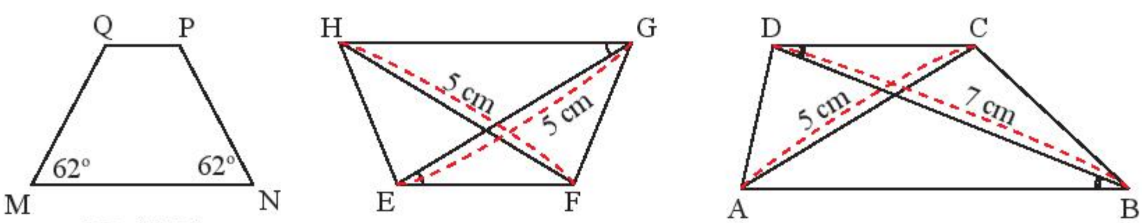
b) So sánh tam giác ABD và tam giác BAC.



Hình 10

– Hình thang có hai góc kề một đáy bằng nhau là hình thang cân.
– Hình thang có hai đường chéo bằng nhau là hình thang cân.

Ví dụ 3. Tìm hình thang cân trong các hình thang sau.



PQ // MN

a) *b)* *c)*

Hình 11

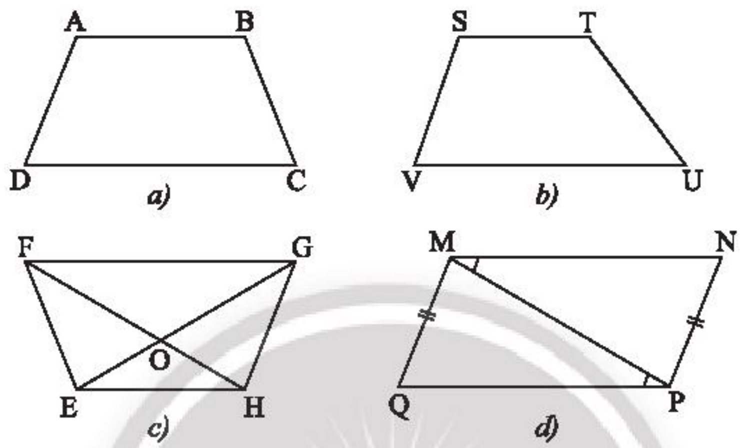
Giải

Hình thang MNPQ (PQ // MN) trong Hình 11a có hai góc kề một đáy bằng nhau nên là hình thang cân.

Hình thang EFGH (EF // HG) trong Hình 11b có hai đường chéo EG và FH bằng nhau nên là hình thang cân.

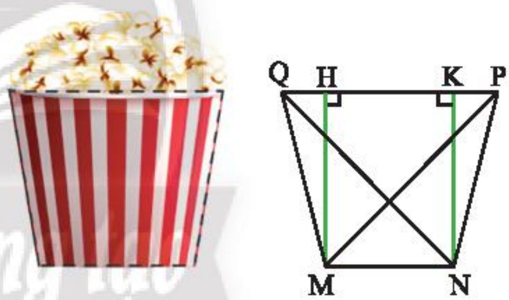
Hình thang ABCD trong Hình 11c có hai đường chéo AC và BD không bằng nhau nên không là hình thang cân.

Thực hành 3. Sử dụng thước đo góc và thước đo độ dài để tìm hình thang cân trong các tứ giác ở Hình 12.



Hình 12

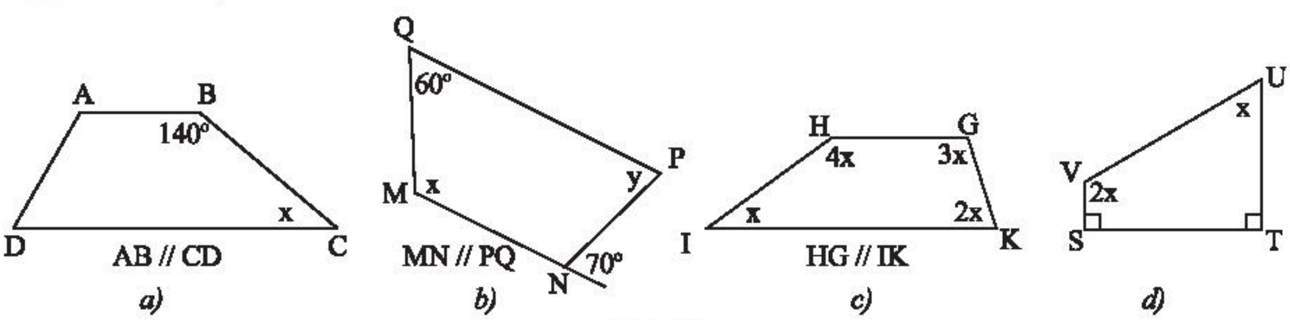
Vận dụng 4. Mặt cắt của một li giấy đựng bỏng ngô có dạng hình thang cân MNPQ (Hình 13) với hai đáy MN = 6 cm, PQ = 10 cm và độ dài hai đường chéo MP = NQ = $8\sqrt{2}$ cm. Tính độ dài đường cao và cạnh bên của hình thang.



Hình 13

BÀI TẬP

1. Tìm x và y ở các hình sau.



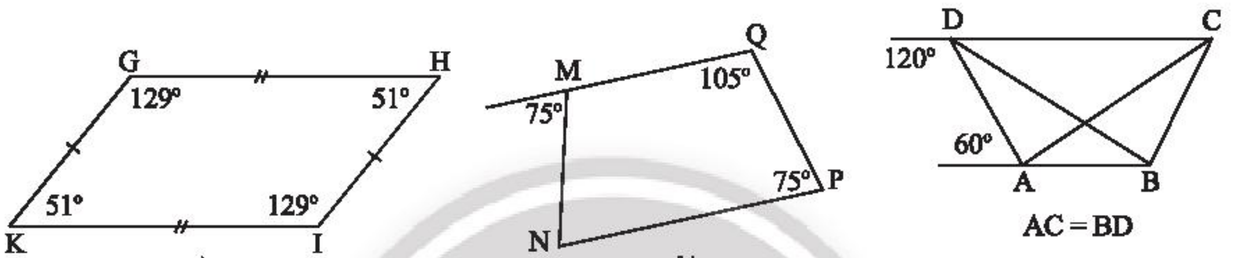
Hình 14

2. Cho tứ giác ABCD có AB = AD, BD là tia phân giác của góc B. Chứng minh rằng ABCD là hình thang.

3. Cho tam giác nhọn ABC có AH là đường cao. Tia phân giác của góc B cắt AC tại M. Từ M kẻ đường thẳng vuông góc với AH và cắt AB tại N. Chứng minh rằng:
a) Tứ giác BCMN là hình thang;
b) BN = MN.

4. Cho tam giác ABC vuông tại A (AB < AC). Tia phân giác của góc B cắt AC tại D. Trên BC lấy điểm E sao cho BE = BA.
a) Chứng minh rằng $\Delta ABD = \Delta EBD$.
b) Kẻ đường cao AH của tam giác ABC. Chứng minh rằng tứ giác ADEH là hình thang vuông.
c) Gọi I là giao điểm của AH với BD, đường thẳng EI cắt AB tại F. Chứng minh rằng tứ giác ACEF là hình thang vuông.

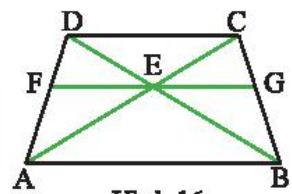
5. Tứ giác nào trong Hình 15 là hình thang cân?



a) b) c)

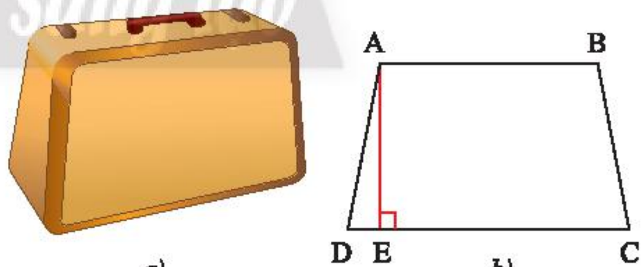
Hình 15

6. Cho hình thang cân ABCD có AB // CD. Qua giao điểm E của AC và BD, ta vẽ đường thẳng song song với AB và cắt AD, BC lần lượt tại F và G (Hình 16). Chứng minh rằng EG là tia phân giác của góc CEB.



Hình 16

7. Mặt bên của một chiếc va li (Hình 17a) có dạng hình thang cân và được vẽ lại như Hình 17b. Biết hình thang đó có độ dài đường cao là 60 cm, cạnh bên là 61 cm và đáy lớn là 92 cm. Tính độ dài đáy nhỏ.



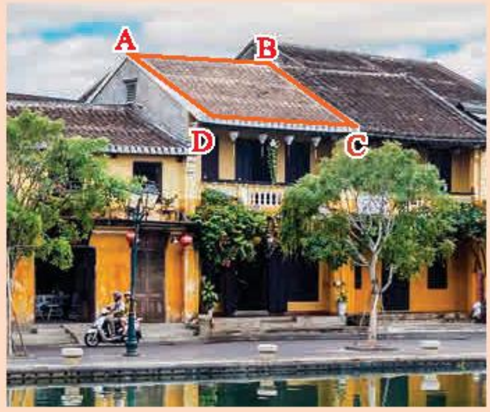
a) b)

Hình 17

Sau bài học này, em đã làm được những gì?
– Nhận biết hình thang, hình thang cân, hình thang vuông.
– Giải thích được tính chất về góc kề một đáy, cạnh bên, đường chéo của hình thang cân.
– Nhận biết được dấu hiệu để một hình thang là hình thang cân (ví dụ: hình thang có hai đường chéo bằng nhau là hình thang cân).

Bài 4 HÌNH BÌNH HÀNH – HÌNH THOI

Quan sát hình chụp các mái nhà ở phố cổ Hội An, em thấy các cạnh đối của tứ giác ABCD có gì đặc biệt?

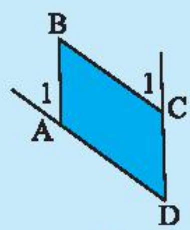


1. HÌNH BÌNH HÀNH

Định nghĩa

1 Hình 1a là hình ảnh của một thước vẽ truyền dùng để phóng to hay thu nhỏ một hình vẽ có sẵn. Dùng thước đo góc để đo số đo của các cặp góc $\widehat{A_1}$ và $\widehat{D}$, $\widehat{C_1}$ và $\widehat{D}$ của tứ giác ABCD (Hình 1b) rồi rút ra nhận xét về mối quan hệ giữa các cặp cạnh AB và CD; AD và BC.

a)



b)

Hình 1

Hình bình hành là tứ giác có các cạnh đối song song.

Ví dụ 1. Chứng minh tứ giác ABCD trong Hình 2 là hình bình hành.

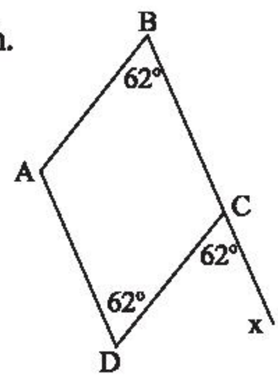
Giải

Ta có:

AD // BC (vì có hai góc so le trong bằng nhau $\widehat{ADC} = \widehat{DCx}$),

AB // DC (vì có hai góc đồng vị bằng nhau $\widehat{ABC} = \widehat{DCx}$).

Tứ giác ABCD có các cạnh đối song song, suy ra ABCD là hình bình hành.



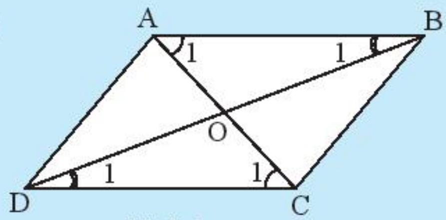
Hình 2

Tính chất

2 Cho tứ giác ABCD có các cạnh đối song song. Gọi O là giao điểm của hai đường chéo. Hãy chứng tỏ:

– Tam giác ABC bằng tam giác CDA.

– Tam giác OAB bằng tam giác OCD.



Hình 3

Định lí

Trong hình bình hành:

– Các cạnh đối bằng nhau.

– Các góc đối bằng nhau.

– Hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường.

Ví dụ 2. Tìm các đoạn thẳng và các góc bằng nhau có trong hình của 2.

Giải

Trong hình bình hành ABCD với O là giao điểm của hai đường chéo, ta có:

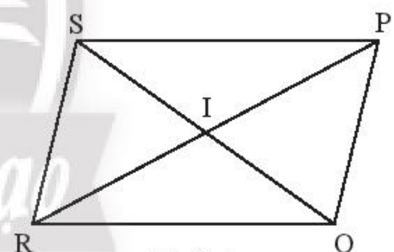
AB = CD; AD = BC; OA = OC; OB = OD;

$\widehat{BAD} = \widehat{BCD}$; $\widehat{ABC} = \widehat{ADC}$; $\widehat{BAC} = \widehat{ACD}$;

$\widehat{DAC} = \widehat{ACB}$; $\widehat{ABD} = \widehat{BDC}$; $\widehat{DBC} = \widehat{BDA}$;

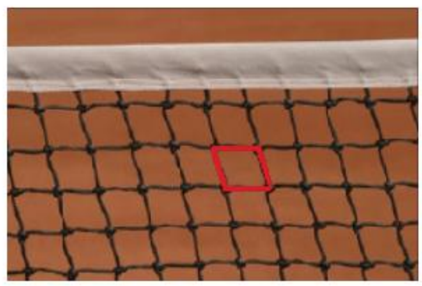
$\widehat{AOB} = \widehat{COD}$; $\widehat{AOD} = \widehat{COB}$; $\widehat{AOC} = \widehat{BOD}$.

Thực hành 1. Cho hình bình hành PQRS với I là giao điểm của hai đường chéo (Hình 4). Hãy chỉ ra các đoạn thẳng bằng nhau và các góc bằng nhau có trong hình.

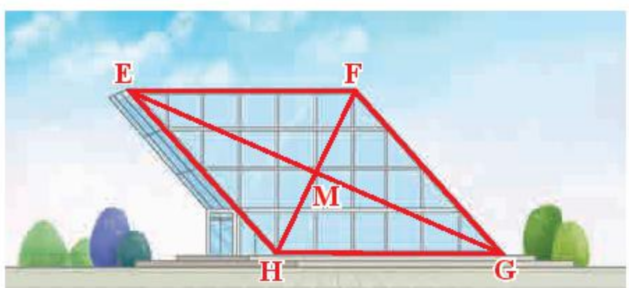


Hình 4

Vận dụng 1. Mắt lưới của một lưới bóng chuyền có dạng hình tứ giác có các cạnh đối song song. Cho biết độ dài hai cạnh của tứ giác này là 4 cm và 5 cm. Tìm độ dài hai cạnh còn lại.


Hình 5

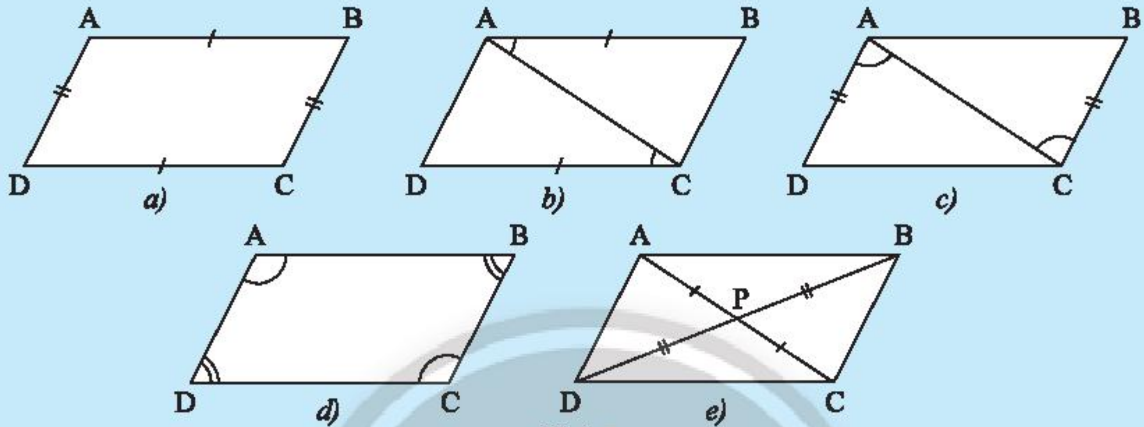
Vận dụng 2. Mặt trước của một công trình xây dựng được làm bằng kính có dạng hình bình hành EFGH với M là giao điểm của hai đường chéo (Hình 6). Cho biết EF = 40 m, EM = 36 m, HM = 16 m. Tính độ dài cạnh HG và độ dài hai đường chéo.



Hình 6

Dấu hiệu nhận biết

3 Cho tứ giác ABCD có P là giao điểm của hai đường chéo. Giải thích tại sao AB // CD và AD // BC trong mỗi trường hợp sau:
Trường hợp 1: AB = CD và AD = BC (Hình 7a).
Trường hợp 2: AB // CD và AB = CD (Hình 7b).
Trường hợp 3: AD // BC và AD = BC (Hình 7c).
Trường hợp 4: $\widehat{A} = \widehat{C}$, $\widehat{B} = \widehat{D}$ (Hình 7d).
Trường hợp 5: PA = PC, PB = PD (Hình 7e).

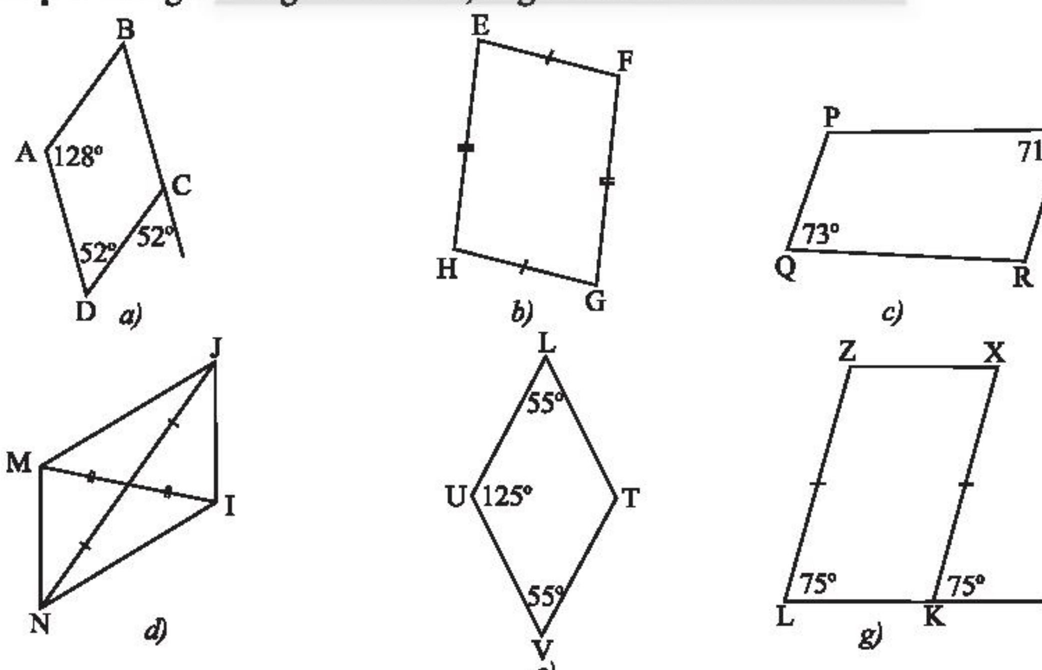


Hình 7

Ta có các dấu hiệu nhận biết một tứ giác là hình bình hành như sau:

1. Tứ giác có các cạnh đối song song là hình bình hành.
2. Tứ giác có các cạnh đối bằng nhau là hình bình hành.
3. Tứ giác có hai cạnh đối song song và bằng nhau là hình bình hành.
4. Tứ giác có các góc đối bằng nhau là hình bình hành.
5. Tứ giác có hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường là hình bình hành.

Ví dụ 3. Trong các tứ giác ở Hình 8, tứ giác nào là hình bình hành?



Hình 8

Giải

– Tứ giác ABCD có các cạnh đối song song nên là hình bình hành.

– Tứ giác EFGH có các cạnh đối bằng nhau nên là hình bình hành.

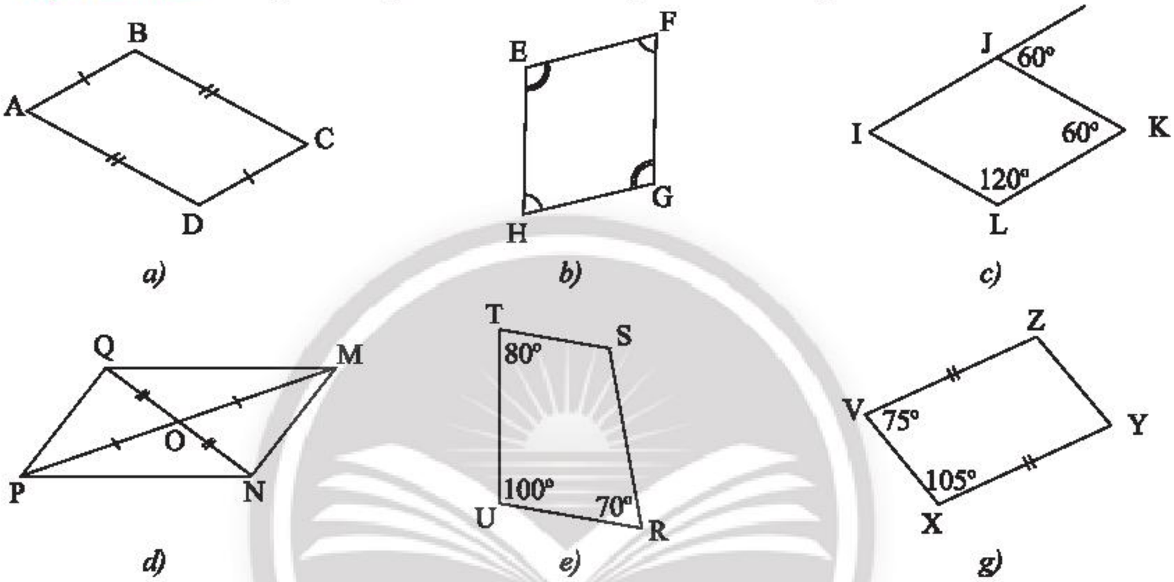
– Tứ giác PQRS có hai góc đối không bằng nhau nên không là hình bình hành.

– Tứ giác MNIJ có hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm mỗi đường nên là hình bình hành.

– Tứ giác UVTL có các góc đối bằng nhau nên là hình bình hành.

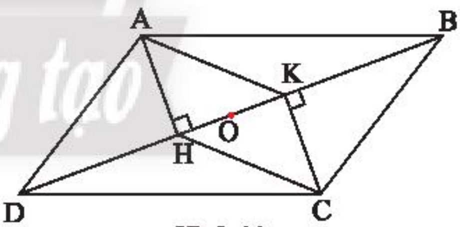
– Tứ giác LKXZ có hai cạnh đối LZ và KX vừa song song vừa bằng nhau nên là hình bình hành.

Thực hành 2. Trong các tứ giác ở Hình 9, tứ giác nào không là hình bình hành?



Hình 9

Vận dụng 3. Quan sát Hình 10, cho biết ABCD và AKCH đều là hình bình hành. Chứng minh ba đoạn thẳng AC, BD và HK có cùng trung điểm O.



Hình 10

2. HÌNH THOI

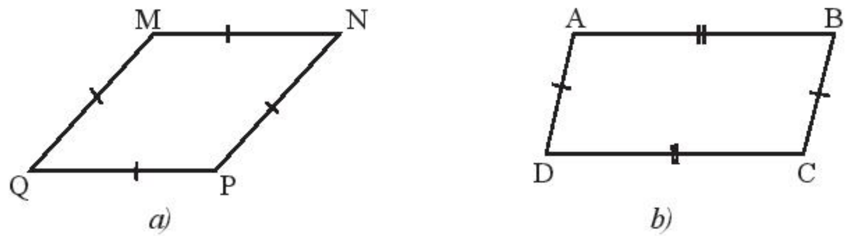
Định nghĩa

4 Hình 11a là hình chụp tấm lưới thép được đan thành nhiều mắt. Hình 11b là hình vẽ phóng to của một mắt lưới. Đo độ dài các cạnh của tứ giác ABCD và rút ra nhận xét.

Hình 11

Hình thoi là tứ giác có bốn cạnh bằng nhau.

Ví dụ 4. Trong các tứ giác ở Hình 12, tứ giác nào là hình thoi?



Hình 12

Giải

– Tứ giác MNPQ có bốn cạnh bằng nhau nên là hình thoi.

– Tứ giác ABCD chỉ có các cạnh đối bằng nhau nên chỉ là hình bình hành và không phải là hình thoi.

Tính chất

5 a) Hình thoi có là hình bình hành không?

b) Cho hình thoi ABCD có O là giao điểm của hai đường chéo (Hình 13b). Các tam giác OAB, OCB, OCD, OAD có bằng nhau không?

Hình 13

Hình thoi cũng là hình bình hành nên hình thoi có đầy đủ các tính chất của một hình bình hành.

Định lí

Trong hình thoi:

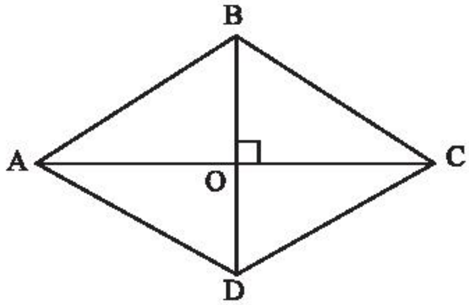
– Hai đường chéo vuông góc với nhau.

– Hai đường chéo là các đường phân giác của các góc của hình thoi.

Ví dụ 5. Cho hình thoi ABCD có O là giao điểm của hai đường chéo.

a) Tính AB khi biết OA = 4 cm và OB = 3 cm.

b) Tính $\widehat{BAD}$ khi biết $\widehat{BAO} = 32°$.



Hình 14

Giải

a) Do hai đường chéo của hình thoi vuông góc với nhau nên áp dụng định lí Pythagore vào tam giác OAB vuông tại O ta có:

$AB = \sqrt{OA^2 + OB^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$ (cm).

b) Do hai đường chéo là các đường phân giác của các góc của hình thoi nên ta có:

$$\widehat{BAD} = 2\widehat{BAO} = 64°.$$

Thực hành 3. Cho hình thoi MNPQ có I là giao điểm của hai đường chéo.

a) Tính MP khi biết MN = 10 dm, IN = 6 dm.

b) Tính $\widehat{IMN}$ khi biết $\widehat{MNP} = 128°$.

Vận dụng 4. Tính độ dài cạnh của các khuy áo hình thoi có độ dài hai đường chéo lần lượt là 3,2 cm và 2,4 cm.

Hình 15

Dấu hiệu nhận biết

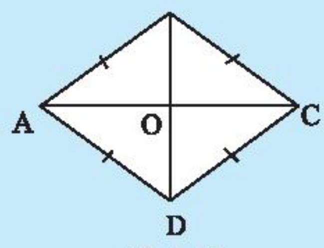
6 Cho ABCD là một hình bình hành. Giải thích tại sao tứ giác ABCD có bốn cạnh bằng nhau trong mỗi trường hợp sau:

Trường hợp 1: AB = AD.

Trường hợp 2: AC vuông góc với BD.

Trường hợp 3: AC là phân giác góc BAD.

Trường hợp 4: BD là phân giác góc ABC.

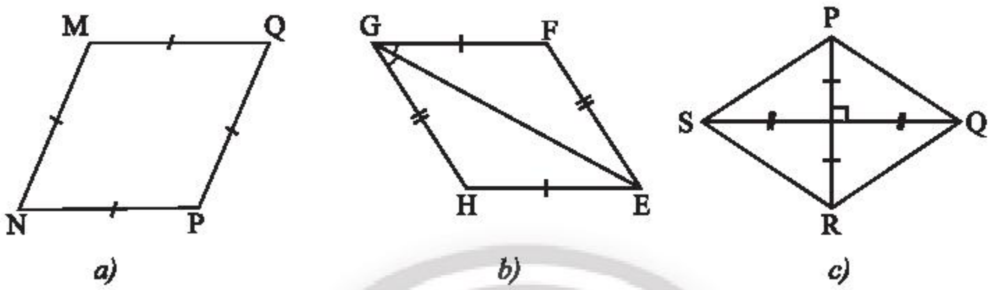


Hình 16

Ta có các dấu hiệu nhận biết một tứ giác là hình thoi như sau:

1. Hình bình hành có hai cạnh kề bằng nhau là hình thoi.
2. Hình bình hành có hai đường chéo vuông góc với nhau là hình thoi.
3. Hình bình hành có một đường chéo là phân giác của một góc là hình thoi.

Ví dụ 6. Chứng minh các tứ giác trong Hình 17 là hình thoi.



Hình 17

Giải

– Tứ giác MNPQ có bốn cạnh bằng nhau nên là hình thoi.

– Tứ giác EFGH là hình bình hành có đường chéo là phân giác của một góc nên là hình thoi.

– Tứ giác PQRS là hình bình hành có hai đường chéo vuông góc với nhau nên là hình thoi.

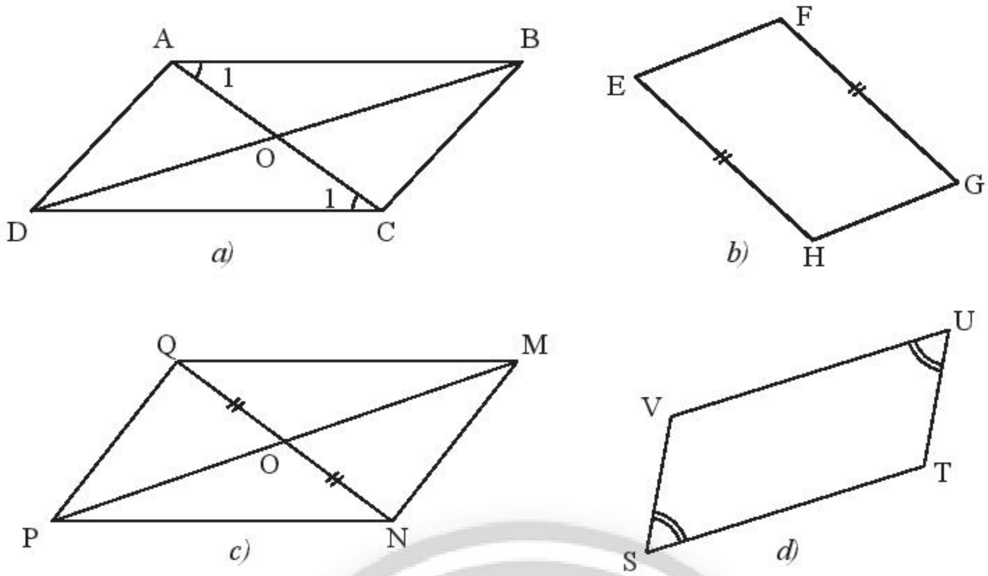
Vận dụng 5. Một hoa văn trang trí được ghép bởi ba hình tứ giác có độ dài mỗi cạnh đều bằng 2 cm (Hình 18). Gọi tên các tứ giác này và tính chu vi của hoa văn.

Hình 18

Vận dụng 6. Một tứ giác có chu vi là 52 cm và một đường chéo là 24 cm. Tìm độ dài của mỗi cạnh và đường chéo còn lại nếu biết hai đường chéo vuông góc tại trung điểm của mỗi đường.

BÀI TẬP

1. Cần thêm một điều kiện gì để mỗi tứ giác trong Hình 19 trở thành hình bình hành?

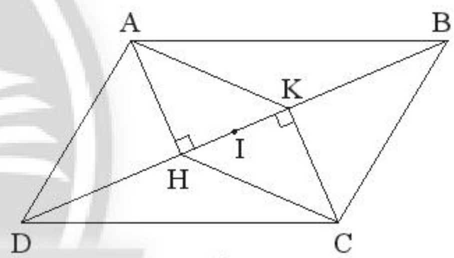


Hình 19

2. Cho hình bình hành ABCD, kẻ AH vuông góc với BD tại H và CK vuông góc với BD tại K (Hình 20).

a) Chứng minh tứ giác AHCK là hình bình hành.

b) Gọi I là trung điểm của HK. Chứng minh IB = ID.



Hình 20

3. Cho hình bình hành ABCD. Gọi E là trung điểm của AD, F là trung điểm của BC.

a) Chứng minh rằng tứ giác EBFD là hình bình hành.

b) Gọi O là giao điểm của hai đường chéo của hình bình hành ABCD. Chứng minh rằng ba điểm E, O, F thẳng hàng.

4. Cho hình bình hành ABCD (AB > BC). Tia phân giác của góc D cắt AB tại E, tia phân giác của góc B cắt CD tại F.

a) Chứng minh DE // BF.

b) Tứ giác DEBF là hình gì?

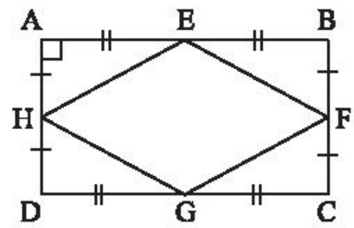
5. Cho hình bình hành ABCD. Gọi I và K lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và CD; E và F lần lượt là giao điểm của AK và CI với BD.

a) Chứng minh tứ giác AEFI là hình thang.

b) Chứng minh DE = EF = FB.

6. Quan sát Hình 21. Chứng minh rằng tứ giác EFGH là hình thoi.

7. Cho hình thoi ABCD, hai đường chéo AC và BD cắt nhau tại O. Biết AC = 6 cm, BD = 8 cm. Tính độ dài cạnh của hình thoi ABCD.



Hình 21

8. Cho tam giác ABC cân tại A, gọi M là trung điểm của BC. Lấy điểm D đối xứng với điểm A qua BC.

a) Chứng minh tứ giác ABDC là hình thoi.

b) Gọi E, F lần lượt là trung điểm của AB và AC, lấy điểm O sao cho E là trung điểm của OM. Chứng minh hai tam giác AOB và MBO vuông và bằng nhau.

c) Chứng minh tứ giác AEMF là hình thoi.

9. Tìm các hình bình hành và hình thang có trong Hình 22.

Hình 22

Sau bài học này, em đã làm được những gì?

– Giải thích được tính chất về cạnh đối, góc đối, đường chéo của hình bình hành.

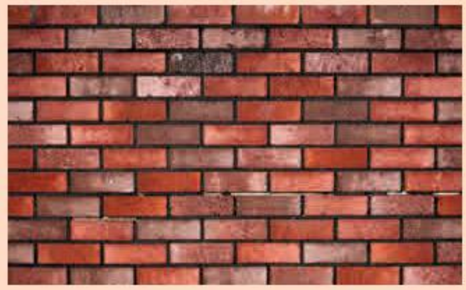
– Nhận biết được dấu hiệu để một tứ giác là hình bình hành.

– Giải thích được tính chất về đường chéo của hình thoi.

– Nhận biết được dấu hiệu để một hình bình hành là hình thoi.

Bài 5 HÌNH CHỮ NHẬT – HÌNH VUÔNG

Mỗi viên gạch trong hình bức tường có bề mặt hình chữ nhật được minh hoạ bởi hình bên. Hãy vẽ hình tứ giác ABCD mô phỏng bề mặt một viên gạch vào vở của em.



1. HÌNH CHỮ NHẬT

Định nghĩa

1 Dùng thước đo góc để đo số đo các góc $\widehat{A}, \widehat{B}, \widehat{C}, \widehat{D}$ ở Hình 1 và rút ra nhận xét về số đo của chúng.

Hình 1

Hình chữ nhật là tứ giác có bốn góc vuông.

Ví dụ 1. Cho tứ giác MNPQ có ba góc $\widehat{M}, \widehat{N}, \widehat{P}$ vuông. Chứng minh MNPQ là hình chữ nhật.

Giải

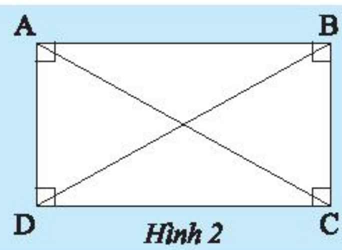
Trong tứ giác MNPQ, ta có $\widehat{M}+\widehat{N}+\widehat{P}+\widehat{Q}=360^\circ$. Do $\widehat{M}=\widehat{N}=\widehat{P}=90^\circ$, suy ra $\widehat{Q}=90^\circ$. Tứ giác MNPQ có bốn góc vuông nên là hình chữ nhật.

Tính chất

2 Cho ABCD là hình chữ nhật.

a) Chứng minh AB // CD và AD // BC.

b) Tam giác ABD và tam giác BAC có bằng nhau không? Vì sao?



Hình 2

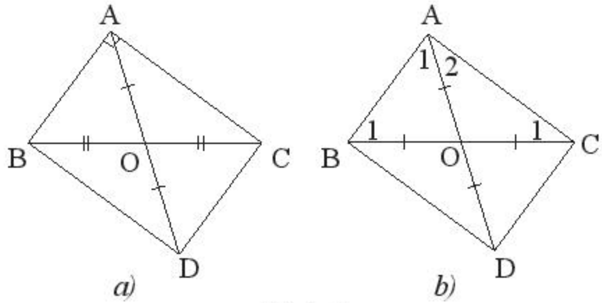
Hình chữ nhật cũng là hình thang cân và cũng là hình bình hành nên có tất cả các tính chất của hình thang cân, hình bình hành. Từ đó ta có định lí sau:

Định lí

Trong hình chữ nhật, hai đường chéo bằng nhau và cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường.

Ví dụ 2. a) Cho tam giác ABC vuông tại A, O là trung điểm của BC. Trên tia đối của tia OA lấy điểm D sao cho OD = OA (Hình 3a). Chứng minh rằng tứ giác ABDC là hình chữ nhật.

b) Cho tam giác ABC có điểm O thuộc BC sao cho OA = OB = OC. Trên tia đối của tia OA lấy điểm D sao cho OD = OA (Hình 3b). Chứng minh rằng tứ giác ABDC là hình chữ nhật.



a) *b)*

Hình 3

Giải

a) Ta có OD = OA và OB = OC, suy ra tứ giác ABDC có hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường nên là hình bình hành.

Ta có AB // CD và $\widehat{BAC}$ vuông, suy ra $\widehat{ACD}$ vuông. Do ABDC là hình bình hành nên $\widehat{BDC} = \widehat{BAC} = 90^\circ$ và $\widehat{ABD} = \widehat{ACD} = 90^\circ$, suy ra tứ giác ABDC là hình chữ nhật.

b) Ta có OA = OB = OC, suy ra hai tam giác OAB và OAC cân tại O.

Ta có: $\widehat{A}_1 = \widehat{B}_1; \widehat{A}_2 = \widehat{C}_1$ và $\widehat{A}_1 + \widehat{A}_2 + \widehat{B}_1 + \widehat{C}_1 = 180^\circ$ (tổng ba góc trong ΔABC), suy ra $\widehat{A}_1 + \widehat{A}_2 = \widehat{B}_1 + \widehat{C}_2 = 90^\circ$, suy ra $\widehat{BAC} = \widehat{A}_1 + \widehat{A}_2 = 90^\circ$. Ta có $\widehat{BAC} = 90^\circ$, OD = OA = OB = OC nên theo câu a, tứ giác ABDC là hình chữ nhật.

Chú ý:

– Trong tam giác vuông, đường trung tuyến ứng với cạnh huyền thì bằng nửa cạnh huyền.

– Nếu một tam giác có đường trung tuyến ứng với một cạnh bằng nửa cạnh ấy thì tam giác đó là tam giác vuông.

Thực hành 1. Cho biết a, b, d lần lượt là độ dài các cạnh và đường chéo của một hình chữ nhật. Thay dấu ? trong bảng sau bằng giá trị thích hợp.

a	8	$\sqrt{15}$	?
b	6	?	5
d	?	$\sqrt{24}$	13

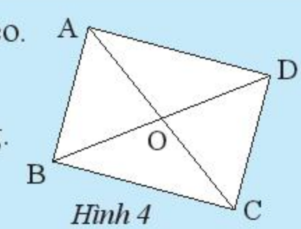
Vận dụng 1. Tìm bốn ví dụ về hình chữ nhật trong thực tế.

Dấu hiệu nhận biết

3 Cho hình bình hành ABCD có O là giao điểm của hai đường chéo. Giải thích các khẳng định sau:

a) Nếu $\widehat{BAD}$ là góc vuông thì $\widehat{ADC}$ và $\widehat{ABC}$ cũng là góc vuông.

b) Nếu AC = BD thì $\widehat{BAD}$ vuông.



Hình 4

Ta có dấu hiệu nhận biết một tứ giác là hình chữ nhật như sau:

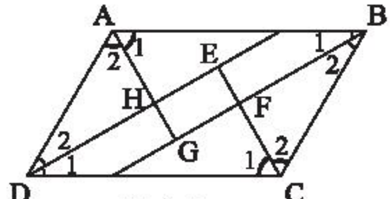
1. Hình bình hành có một góc vuông là hình chữ nhật.
2. Hình bình hành có hai đường chéo bằng nhau là hình chữ nhật.

Chú ý:

– Tứ giác có ba góc vuông là hình chữ nhật.

– Hình thang cân có một góc vuông là hình chữ nhật.

Ví dụ 3. Cho hình bình hành ABCD. Các tia phân giác của các góc $\widehat{A}$, $\widehat{B}$, $\widehat{C}$, $\widehat{D}$ cắt nhau tại các điểm E, F, G, H như Hình 5. Chứng minh rằng EFGH là một hình chữ nhật.



Hình 5

Giải

Vì ABCD là hình bình hành nên AD // BC và $\widehat{DAB} + \widehat{ABC} = 180^\circ$. Mà AH, BF lần lượt là tia phân giác của $\widehat{BAD}$, $\widehat{ABC}$ nên $\widehat{A}_1 = \dfrac{\widehat{BAD}}{2}$, $\widehat{B}_1 = \dfrac{\widehat{ABC}}{2}$. Do đó $\widehat{A}_1 + \widehat{B}_1 = 90^\circ$.

Suy ra $\widehat{AGB} = 90^\circ$. (1)

Chứng minh tương tự, ta có $\widehat{DEC} = 90^\circ$. (2)

Chứng minh tương tự, ta cũng có $\widehat{AHD} = 90^\circ$ nên $\widehat{EHG} = 90^\circ$. (3)

Từ (1), (2), (3), ta suy ra tứ giác EFGH có ba góc vuông nên là hình chữ nhật.

Thực hành 2. Chỉ được sử dụng compa, hãy kiểm tra tứ giác ở Hình 6 có phải là hình chữ nhật hay không.

Hình 6

Vận dụng 2. a) Hãy sử dụng êke sao cho chỉ sau ba lần đo ta có thể xác định khung cửa sổ ở Hình 7 có phải là hình chữ nhật hay không.

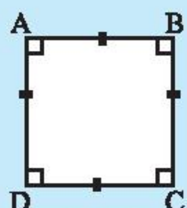
b) Hãy sử dụng một cuộn dây, xác định khung cửa sổ trong Hình 7 có là hình chữ nhật hay không.

Hình 7

2. HÌNH VUÔNG

Định nghĩa

4 Cho tứ giác ABCD có bốn góc bằng nhau và có bốn cạnh bằng nhau. Hãy chứng tỏ ABCD vừa là hình thoi vừa là hình chữ nhật.



Hình 8

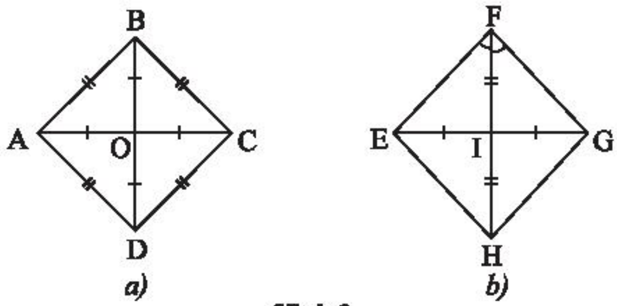
Hình vuông là tứ giác có bốn góc vuông và bốn cạnh bằng nhau.

Tính chất

5 Cho hình vuông MNPQ. Chứng minh MNPQ vừa là hình chữ nhật vừa là hình thoi.

Hình vuông có tất cả các tính chất của hình chữ nhật và hình thoi.

Ví dụ 4. Tìm hình vuông trong hai hình sau:



Hình 9

Giải

Xét tứ giác ABCD (Hình 9a), ta có BD và AC cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường, suy ra ABCD là hình bình hành. Ta lại có AC = BD nên ABCD là hình chữ nhật, suy ra

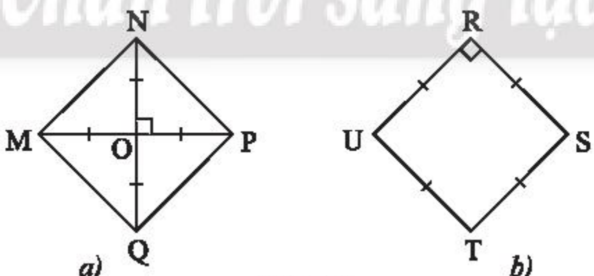
$\widehat{A} = \widehat{B} = \widehat{C} = \widehat{D} = 90^\circ$. (1)

Mặt khác, ta có AB = BC = CD = DA. (2)

Từ (1) và (2), suy ra ABCD là hình vuông.

Xét tứ giác EFGH (Hình 9b), ta có độ dài hai đường chéo EG và HF khác nhau nên tứ giác này không phải là hình chữ nhật, do đó nó không có bốn góc vuông. Vì vậy EFGH không phải là hình vuông.

Thực hành 3. Tìm hình vuông trong hai hình sau:



Hình 10

Vận dụng 3. Tìm bốn ví dụ về hình vuông trong thực tế.

Dấu hiệu nhận biết

6 Cho hình chữ nhật ABCD. Giải thích tại sao ABCD là hình vuông trong mỗi trường hợp sau:
Trường hợp 1: AB = BC.
Trường hợp 2: AC vuông góc với BD.
Trường hợp 3: AC là đường phân giác của góc BAD.

Cho hình thoi ABCD. Hãy chứng tỏ:

a) Nếu $\widehat{BAD}$ là góc vuông thì ba góc còn lại của hình thoi cũng là góc vuông.

b) Nếu AC = BD thì $\widehat{BAD}$ là góc vuông.

Ta có các dấu hiệu nhận biết một tứ giác là hình vuông như sau:

1. Hình chữ nhật có hai cạnh kề bằng nhau là hình vuông.
2. Hình chữ nhật có hai đường chéo vuông góc với nhau là hình vuông.
3. Hình chữ nhật có một đường chéo là đường phân giác của một góc là hình vuông.

Chú ý:

– Hình thoi có một góc vuông là hình vuông.

– Hình thoi có hai đường chéo bằng nhau là hình vuông.

Ví dụ 5. Chứng minh tứ giác OHCK trong Hình 11 là hình vuông.

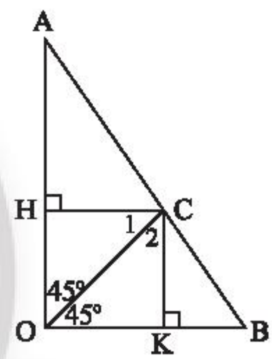
Giải

Ta có $\widehat{HOK} = 45^\circ + 45^\circ = 90^\circ$.

Như vậy $\widehat{CHO} = \widehat{HOK} = \widehat{OKC} = 90^\circ$, nên OHCK là hình chữ nhật. (1)

Ta lại có OC là tia phân giác của $\widehat{HOK}$. (2)

Từ (1) và (2), suy ra OHCK là hình vuông.



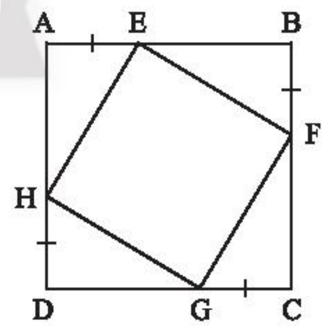
Hình 11

Thực hành 4. Trong Hình 12, cho biết ABCD là một hình vuông. Chứng minh rằng:

a) Tứ giác EFGH có ba góc vuông;

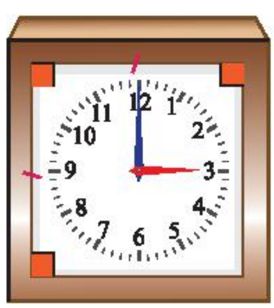
b) HE = HG;

c) Tứ giác EFGH là một hình vuông.



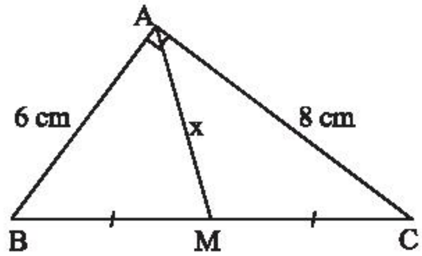
Hình 12

Vận dụng 4. Bạn Nam kiểm tra mặt kính của chiếc đồng hồ để bàn và nhận thấy có ba góc vuông và hai cạnh kề bằng nhau (Hình 13). Hãy cho biết mặt kính đồng hồ có hình gì?

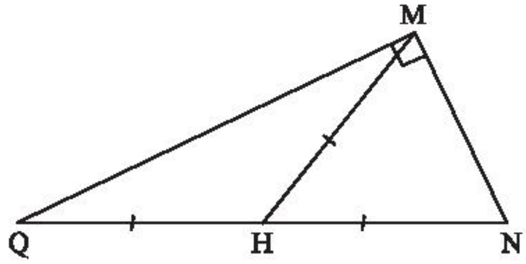

Hình 13

BÀI TẬP

1. Cho Hình 14. Tìm x.



Hình 14



Hình 15

2. Cho Hình 15. Vẽ thêm điểm P để tứ giác MNPQ là hình chữ nhật.

3. Cho tam giác ABC có đường cao AH. Gọi I là trung điểm của AC, E là điểm đối xứng với H qua I. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của HC, CE. Các đường thẳng AM, AN cắt HE tại G và K.

a) Chứng minh tứ giác AHCE là hình chữ nhật.

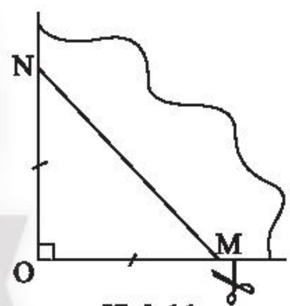
b) Chứng minh HG = GK = KE.

4. Cho tam giác ABC vuông tại A (AB < AC). Gọi D là trung điểm của BC. Vẽ DE // AB, vẽ DF // AC (E ∈ AC, F ∈ AB). Chứng minh rằng:

a) Tứ giác AEDF là hình chữ nhật;

b) Tứ giác BFED là hình bình hành.

5. Lấy một tờ giấy, gấp làm tư để có một góc vuông như trong Hình 16, dùng kéo cắt theo đường MN sao cho OM = ON. Mở phần giấy cắt được ra ta được một tứ giác. Tứ giác đó là hình gì? Giải thích kết luận của em.



Hình 16

Sau bài học này, em đã làm được những gì?

– Giải thích được tính chất về hai đường chéo của hình chữ nhật và hình vuông.

– Nhận biết được dấu hiệu để một hình bình hành là hình chữ nhật.

– Nhận biết được dấu hiệu để một hình chữ nhật là hình vuông.

BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG 3

CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

Chọn phương án đúng.

1. Bạn Nam dùng 6 đoạn tre vót thẳng để làm khung diều hình thoi. Trong đó có 2 đoạn tre dài 60 cm và 80 cm để làm hai đường chéo của cái diều, 4 đoạn tre còn lại là 4 cạnh của cái diều. Khi đó tổng độ dài 4 đoạn tre dùng làm cạnh của cái diều hình thoi là

A. 5 m. B. 1 m. C. 1,5 m. D. 2 m.

2. Cho hình thang cân ABCD (AB // CD) có $\widehat{A} = 65^\circ$. Số đo góc C là

A. 115°. B. 95°. C. 65°. D. 125°.

3. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

A. Tứ giác có ba góc vuông là hình chữ nhật.

B. Hình bình hành có một góc vuông là hình chữ nhật.

C. Hình bình hành có hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường là hình chữ nhật.

D. Tứ giác có các cạnh đối bằng nhau là hình bình hành.

4. Cho tam giác ABC vuông tại A, đường trung tuyến AM. Biết AB = 8 cm; AC = 15 cm. Độ dài đoạn AM là

A. 8,5 cm. B. 8 cm. C. 7 cm. D. 7,5 cm.

5. Cho hình thoi ABCD có cạnh bằng 13 cm, độ dài đường chéo AC là 10 cm. Độ dài đường chéo BD là

A. 24 cm. B. 12 cm. C. 16 cm. D. 20 cm.

6. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. Hình chữ nhật có hai đường chéo bằng nhau là hình vuông.

B. Hình thoi có hai đường chéo vuông góc là hình vuông.

C. Hình thoi có một góc vuông là hình vuông.

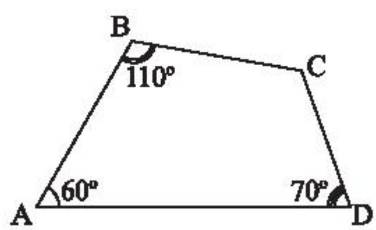
D. Hình chữ nhật có một góc vuông là hình vuông.

7. Cho tứ giác ABCD, biết $\widehat{A} = 60^\circ$, $\widehat{B} = 110^\circ$, $\widehat{D} = 70^\circ$.

Khi đó số đo góc C là

A. 120°. B. 110°.

C. 130°. D. 80°.



BÀI TẬP TỰ LUẬN

8. Cho hình bình hành ABCD. Các điểm E, F thuộc đường chéo AC sao cho AE = EF = FC. Gọi M là giao điểm của BF và CD, N là giao điểm của DE và AB. Chứng minh rằng:

a) M, N theo thứ tự là trung điểm của CD, AB;

b) EMFN là hình bình hành.

9. Cho tam giác ABC cân tại A. Gọi H, D lần lượt là trung điểm của các cạnh BC và AB.

a) Chứng minh rằng tứ giác ADHC là hình thang.

b) Gọi E là điểm đối xứng với H qua D. Chứng minh rằng tứ giác AHBE là hình chữ nhật.

c) Tia CD cắt AH tại M và cắt BE tại N. Chứng minh rằng tứ giác AMBN là hình bình hành.

10. Cho tam giác ABC vuông tại A (AB < AC). Gọi M, N, E lần lượt là trung điểm của AB, AC, BC.

a) Chứng minh rằng tứ giác ANEB là hình thang vuông.

b) Chứng minh rằng tứ giác ANEM là hình chữ nhật.

c) Qua M kẻ đường thẳng song song với BN cắt tia EN tại F. Chứng minh rằng tứ giác AFCE là hình thoi.

d) Gọi D là điểm đối xứng của E qua M. Chứng minh rằng A là trung điểm của DF.

11. Cho hình bình hành ABCD có AB = 2AD. Gọi E và F lần lượt là trung điểm của AB và CD, I là giao điểm của AF và DE, K là giao điểm của BF và CE.

a) Chứng minh rằng tứ giác AECF là hình bình hành.

b) Tứ giác AEFD là hình gì? Vì sao?

c) Chứng minh rằng tứ giác EIFK là hình chữ nhật.

d) Tìm điều kiện của hình bình hành ABCD để tứ giác EIFK là hình vuông.

12. Cho hình bình hành ABCD có AD = 2AB. Từ C vẽ CE vuông góc với AB tại E. Nối E với trung điểm M của AD. Từ M vẽ MF vuông góc với CE tại F, MF cắt BC tại N.

a) Tứ giác MNCD là hình gì?

b) Chứng minh tam giác EMC cân tại M.

c) Chứng minh rằng $\widehat{BAD} = 2\widehat{AEM}$.

Hướng dẫn:

b) Chứng minh $EN = NC = NB = \frac{1}{2}BC$.

c) Chứng minh $\widehat{AEM} = \widehat{EMN} = \widehat{NMC} = \widehat{MCD} = \frac{1}{2}\widehat{NCD}$.

Phần MỘT SỐ YẾU TỐ THỐNG KÊ VÀ XÁC SUẤT

Chương 4

MỘT SỐ YẾU TỐ THỐNG KÊ

Trong chương này, các em sẽ tìm hiểu kĩ hơn về việc thu thập, phân loại dữ liệu và cách lựa chọn biểu đồ thích hợp để biểu diễn dữ liệu. Chúng ta cũng sẽ học cách phân tích dữ liệu để phát hiện được vấn đề hoặc quy luật đơn giản, nhận biết được mối liên hệ giữa thống kê với những kiến thức trong các môn học khác, đồng thời vận dụng các kiến thức này vào việc giải quyết một số vấn đề thực tiễn.

Lựa chọn biểu đồ thích hợp để biểu diễn dữ liệu sẽ giúp chúng ta phát hiện ra các quy luật nhằm giải quyết vấn đề hiệu quả hơn.

Bài 1 THU THẬP VÀ PHÂN LOẠI DỮ LIỆU

Em đã biết những cách nào để thu thập dữ liệu?

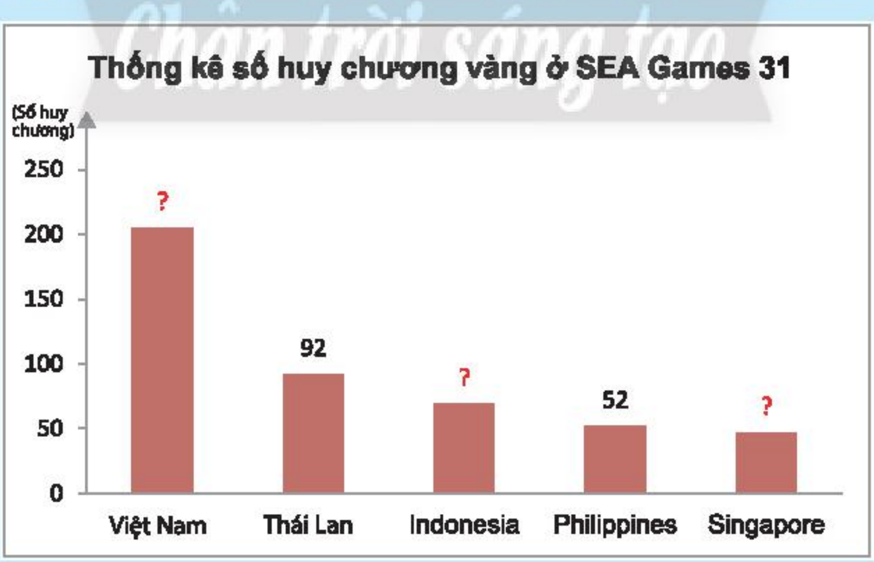
1. THU THẬP DỮ LIỆU

1 Bạn Tú đã tìm hiểu về năm quốc gia có số huy chương vàng cao nhất ở SEA Games 31 từ bảng thống kê sau:

Việt Nam	205	125	116	446
Thái Lan	92	103	137	332
Indonesia	69	91	81	241
Philippines	52	70	105	227
Singapore	47	46	73	166

(Nguồn: *https://seagames2021.com*)

a) Em hãy giúp bạn Tú tìm thông tin để hoàn thiện biểu đồ sau vào vở:



b) Theo em, bạn Tú đã dùng phương pháp nào trong các phương pháp sau để thu thập dữ liệu?

STT	Tên phương pháp
1	Quan sát trực tiếp
2	Làm thí nghiệm
3	Lập phiếu thăm dò
4	Thu thập từ những nguồn có sẵn như sách, báo, Internet

Nhận xét: Có nhiều cách để thu thập dữ liệu như: thu thập từ các nguồn có sẵn, phỏng vấn, lập phiếu câu hỏi, quan sát, làm thí nghiệm, …. Chúng ta cần tìm phương pháp phù hợp với lĩnh vực, mục đích cần thu thập.

Ví dụ 1.

Dữ liệu về	Phương pháp có thể sử dụng
Địa lí, Lịch sử	Thu thập từ nguồn có sẵn
Thực tiễn (môi trường, tài chính, y tế, giá cả thị trường)	Phỏng vấn, lập phiếu hỏi, thu thập từ nguồn có sẵn, Internet
Mức độ hài lòng của công dân	Quan sát, phỏng vấn, lập phiếu khảo sát

Thực hành 1. Em hãy đề xuất phương pháp thu thập dữ liệu cho các vấn đề sau:

a) Sản lượng gạo và cà phê xuất khẩu của Việt Nam trong bốn năm gần nhất.

b) Ý kiến của học sinh khối 8 về chất lượng bữa ăn bán trú.

Vận dụng 1. Sử dụng phương pháp thích hợp để thu thập dữ liệu và lập bảng thống kê dân số các tỉnh Tây Nguyên: Kon Tum, Gia Lai, Đắk Lắk, Đắk Nông, Lâm Đồng.

Vận dụng 2. Em hãy đề xuất phương pháp thu thập dữ liệu và lí giải về việc lấy ý kiến học sinh lớp em về địa điểm tham quan trong chuyến đi dã ngoại cuối học kì sắp tới.

2. PHÂN LOẠI DỮ LIỆU THEO CÁC TIÊU CHÍ

2 Thông tin về 5 bạn học sinh trong câu lạc bộ cầu lông của trường Trung học cơ sở Quang Trung tham gia giải đấu của tỉnh được cho bởi bảng thống kê sau:

Họ và tên	Khối	Chiều cao (cm)	Giới tính	Kĩ thuật phát cầu	Số nội dung thi đấu
Trần Văn Long	9	165	Nam	Tốt	3
Nguyễn Trí Tín	8	162	Nam	Khá	2
Lê Thị Thọ	8	168	Nữ	Tốt	2
Nguyễn Thị Thuý	7	160	Nữ	Khá	1
Lý Thành Anh	6	140	Nam	Trung bình	2

a) Phân loại các dữ liệu trong bảng thống kê trên dựa trên hai tiêu chí định tính và định lượng.

b) Trong số các dữ liệu định tính tìm được, dữ liệu nào có thể so sánh hơn kém?

c) Trong số các dữ liệu định lượng tìm được, dữ liệu nào là số đếm?

Dữ liệu định tính được chia thành hai loại:
– Dữ liệu định danh là dữ liệu thể hiện cách gọi tên. Ví dụ: giới tính, màu sắc, nơi ở, nơi sinh, …
– Dữ liệu biểu thị thứ bậc là dữ liệu thể hiện sự hơn kém. Ví dụ: mức độ hài lòng, trình độ tay nghề, khối lớp, …

Dữ liệu định lượng nhận giá trị thực và được chia thành hai loại:
– Loại rời rạc là dữ liệu chỉ nhận hữu hạn giá trị hoặc biểu thị số đếm. Ví dụ: cỡ giày, số học sinh, số ngày công, số vật nuôi, …
– Loại liên tục là dữ liệu có thể nhận mọi giá trị trong một khoảng nào đó. Ví dụ: chiều dài, khối lượng, thu nhập, thời gian, …

Ví dụ 2. Cho các loại dữ liệu sau đây:

– Môn thể thao yêu thích của một số bạn học sinh lớp 8C: bóng đá, cầu lông, bóng chuyền, …

– Chiều cao (tính theo cm) của một số bạn học sinh lớp 8C: 152,7; 148,5; 160,2; …

– Xếp loại học tập của một số bạn học sinh lớp 8C: tốt, chưa đạt, đạt, khá, …

– Điểm kiểm tra môn Toán của một số bạn học sinh lớp 8C: 5; 10; 8; 4; …

– Trình độ tay nghề của các công nhân trong phân xưởng A gồm các bậc:1; 2; 3; 4; 5; 6; 7.

a) Tìm dữ liệu định tính và dữ liệu định lượng trong các dữ liệu trên.

b) Trong số các dữ liệu định tính tìm được, dữ liệu nào có thể so sánh hơn kém?

c) Trong số các dữ liệu định lượng tìm được, dữ liệu nào là rời rạc? Vì sao?

Giải

a) Môn thể thao yêu thích và xếp loại học tập là các dữ liệu định tính.

Chiều cao, điểm kiểm tra môn Toán và trình độ tay nghề là các dữ liệu định lượng.

b) Trong số các dữ liệu định tính tìm được, chỉ dữ liệu xếp loại học tập có thể so sánh hơn kém.

c) Trong số các dữ liệu định lượng tìm được thì điểm kiểm tra môn Toán của học sinh là rời rạc vì nó chỉ nhận hữu hạn giá trị.

Thực hành 2. Cho các loại dữ liệu sau đây:

– Danh sách một số loại trái cây: cam, xoài, mít, …

– Khối lượng (tính theo g) của một số trái cây: 240; 320; 1200; …

– Độ chín của trái cây: rất chín, vừa chín, hơi chín, còn xanh, …

– Hàm lượng vitamin C (tính theo mg) có trong một số trái cây: 95; 52; 28; …

– Mức độ tươi ngon của trái cây: loại 1, loại 2, loại 3.

a) Tìm dữ liệu định tính và dữ liệu định lượng trong các dữ liệu trên.

b) Trong số các dữ liệu định tính tìm được, dữ liệu nào có thể so sánh hơn kém?

c) Trong số các dữ liệu định lượng tìm được, dữ liệu nào là liên tục?

Vận dụng 3. Thống kê về các loại lồng đèn mà các bạn học sinh lớp 8C làm được để trao tặng cho trẻ em khuyết tật nhân dịp Tết Trung thu được cho trong bảng dữ liệu sau:

STT	Tên lồng đèn	Loại	Số lượng	Màu sắc
1	Con cá	Lớn	2	Vàng
2	Thiên nga	Vừa	6	Xanh
3	Con thỏ	Nhỏ	10	Nâu
4	Ngôi sao	Lớn	2	Đỏ
5	Đèn xếp	Nhỏ	15	Cam

a) Tìm dữ liệu định tính và dữ liệu định lượng trong bảng dữ liệu trên.

b) Trong số các dữ liệu định tính tìm được, dữ liệu nào có thể so sánh hơn kém?

c) Trong số các dữ liệu định lượng tìm được, dữ liệu nào là rời rạc?

3. TÍNH HỢP LÍ CỦA DỮ LIỆU

3 Tìm những điểm chưa hợp lí trong bảng dữ liệu sau:

Thống kê số học sinh lớp 8A2 tham gia câu lạc bộ thể thao (mỗi học sinh chỉ tham gia một câu lạc bộ)	
Câu lạc bộ thể thao	**Số học sinh**
Bóng bàn	12
Cầu lông	15
Bóng rổ	Nhiều học sinh tham gia
Đá cầu	120

Có thể kiểm tra định dạng của dữ liệu hoặc mối liên hệ toán học đơn giản giữa các số liệu thống kê để nhận biết tính hợp lí của dữ liệu và các kết luận dựa trên các dữ liệu thống kê đó.

Ví dụ 3. Nêu nhận xét về tính hợp lí của các dữ liệu trong bảng thống kê sau.

Thống kê số học sinh lớp 8C tham gia câu lạc bộ văn nghệ (mỗi học sinh chỉ tham gia một câu lạc bộ)	
Câu lạc bộ văn nghệ	**Số học sinh**
Guitar	6
Organ	9
Múa	Cả tổ 1
Hợp ca	80

Giải

– Dữ liệu Cả tổ 1: Không đúng định dạng (dữ liệu phải là số).

– Số liệu 80 không hợp lí vì vượt quá phạm vi sĩ số của một lớp học trong trường Trung học cơ sở.

Ví dụ 4. Bảng thống kê sau cho biết tỉ số phần trăm lựa chọn đối với bốn nhãn hiệu tập vở trong số 200 học sinh được phỏng vấn.

Nhãn hiệu tập vở ghi bài	Tỉ số phần trăm
A	40%
B	45%
C	10%
D	5%

Xét tính hợp lí của các quảng cáo sau đây đối với nhãn hiệu tập vở A:

a) A là nhãn hiệu được đa số học sinh lựa chọn.

b) A là nhãn hiệu có tỉ lệ học sinh lựa chọn cao nhất.

c) A là một trong những nhãn hiệu có tỉ lệ được chọn cao.

Giải

a) Quảng cáo không hợp lí so với số liệu thống kê vì tỉ lệ học sinh chọn A ít hơn 50%.

b) Quảng cáo không hợp lí so với số liệu thống kê vì tỉ lệ học sinh chọn B nhiều hơn A.

c) Quảng cáo là hợp lí vì phản ánh đúng dữ liệu của bảng thống kê.

Thực hành 3. Bảng thống kê sau cho biết dữ liệu về hoạt động trong giờ ra chơi của học sinh lớp 8A1 (mỗi học sinh chỉ thực hiện một hoạt động).

Hoạt động	Số học sinh
Đọc sách	90
Ôn bài	10

Chơi cầu lông	18
Đá cầu	12
Chơi cờ vua	8
Nhảy dây	Tất cả các bạn nữ

Nêu nhận xét của em về tính hợp lí của các dữ liệu trong bảng thống kê trên.

Vận dụng 4. Thị phần của một sản phẩm là phần thị trường tiêu thụ mà sản phẩm đó chiếm lĩnh so với tổng số sản phẩm tiêu thụ của thị trường. Bảng thống kê sau cho biết tỉ số phần trăm thị phần của 4 loại bút trên thị trường.

Loại bút	Tỉ số phần trăm
X	10%
Y	20%
Z	40%
T	30%

Xét tính hợp lí của các quảng cáo sau đây đối với nhãn hiệu bút Z:

a) Là loại bút được mọi người dùng lựa chọn.

b) Là loại bút chiếm thị phần cao nhất.

BÀI TẬP

1. Em hãy đề xuất phương pháp thu thập dữ liệu cho các vấn đề sau:

a) Ý kiến của cha mẹ học sinh khối 8 về chất lượng đồng phục của trường em.

b) Tỉ số giữa số lần ra mặt sấp và số lần ra mặt ngửa khi tung đồng xu 100 lần.

c) So sánh số huy chương nhận được ở SEA Games 31 của Việt Nam và Thái Lan.

d) Tổng số sản phẩm quốc nội của mỗi nước thuộc khối ASEAN.

2. Hãy sử dụng phương pháp thích hợp để thu thập dữ liệu và lập bảng thống kê dân số các tỉnh khu vực miền Đông Nam Bộ của Việt Nam.

3. Nêu nhận xét về tính hợp lí của các dữ liệu trong bảng thống kê sau:

Thống kê số học sinh lớp 8C tham gia các câu lạc bộ võ thuật (mỗi học sinh chỉ tham gia một câu lạc bộ)	
Câu lạc bộ võ thuật	**Số học sinh**
Karate	14
Vovinam	32
Taekwondo	Cả tổ 3
Judo	25

4. Bảng thống kê sau cho biết sự lựa chọn của 100 học sinh về bốn nhãn hiệu tập vở.

Nhãn hiệu tập vở	Số học sinh
A	22
B	56
C	13
D	9

Xét tính hợp lí của các quảng cáo sau đây đối với nhãn hiệu tập vở B:

a) Là sự lựa chọn của mọi học sinh.

b) Là sự lựa chọn hàng đầu của học sinh.

5. Thông tin về 5 bạn học sinh của trường Trung học sơ sở Kết Đoàn tham gia Hội khoẻ Phù Đổng được cho bởi bảng thống kê sau:

Họ và tên	Cân nặng (kg)	Môn bơi sở trường	Kĩ thuật bơi	Số nội dung thi đấu
Nguyễn Kình Ngư	60	Bơi ếch	Tốt	3
Trần Văn Mạnh	58	Bơi sải	Khá	1
Lê Hoàng Phi	45	Bơi bướm	Tốt	2
Nguyễn Ánh Vân	50	Bơi ếch	Đạt	2
Đỗ Hải Hà	48	Bơi tự do	Tốt	3

a) Phân loại các dữ liệu trong bảng thống kê trên dựa trên hai tiêu chí định tính và định lượng.

b) Trong số các dữ liệu định tính tìm được, dữ liệu nào có thể so sánh hơn kém?

c) Trong số các dữ liệu định lượng tìm được, dữ liệu nào là liên tục?

Sau bài học này, em đã làm được những gì?

– Thực hiện và lí giải được việc thu thập, phân loại dữ liệu theo các tiêu chí cho trước từ nhiều nguồn khác nhau.

– Nhận biết được mối liên hệ toán học đơn giản giữa các số liệu đã được biểu diễn. Từ đó, nhận biết được số liệu không chính xác trong những ví dụ đơn giản.

– Chứng tỏ được tính hợp lí của dữ liệu theo các tiêu chí toán học đơn giản.

Bài 2 LỰA CHỌN DẠNG BIỂU ĐỒ ĐỂ BIỂU DIỄN DỮ LIỆU

Hãy gọi tên các loại biểu đồ có trong bức hình dưới đây.

1. LỰA CHỌN DẠNG BIỂU ĐỒ ĐỂ BIỂU DIỄN DỮ LIỆU

1 Ghép cặp các mục đích biểu diễn dữ liệu sau với loại biểu đồ phù hợp.

Mục đích biểu diễn dữ liệu	Loại biểu đồ
1. Thể hiện tỉ lệ phần trăm của mỗi thành phần đối tượng so với toàn thể.	A. Biểu đồ tranh
2. So sánh một cách trực quan từng cặp số liệu của hai bộ dữ liệu cùng loại.	B. Biểu đồ cột
3. Sử dụng các chiều cao của các hình chữ nhật để biểu diễn số liệu.	C. Biểu đồ cột kép
4. Biểu diễn sự thay đổi số liệu của đối tượng theo thời gian.	D. Biểu đồ hình quạt tròn
5. Muốn tạo sự dễ hiểu, đơn giản và lôi cuốn.	E. Biểu đồ đoạn thẳng

Biểu đồ cho chúng ta hình ảnh cụ thể về số liệu. Việc chọn loại biểu đồ phù hợp sẽ giúp chúng ta thể hiện số liệu thống kê một cách rõ ràng, trực quan, dễ đọc và dễ hiểu.

– Ta thường chọn biểu đồ tranh khi số liệu ở dạng đơn giản và muốn tạo sự lôi cuốn, thu hút bằng hình ảnh.

– Với những số liệu phức tạp hơn, số liệu lớn, sự sai khác giữa các số liệu cũng lớn và để thuận tiện trong việc so sánh thì ta thường chọn biểu đồ cột.

– Nếu muốn có sự so sánh một cách trực quan từng cặp số liệu của hai bộ dữ liệu cùng loại, người ta ghép hai biểu đồ cột thành một biểu đồ cột kép.

– Để biểu thị tỉ lệ phần trăm của từng loại số liệu so với toàn thể, ta thường sử dụng biểu đồ hình quạt tròn.

– Khi biểu diễn sự thay đổi số liệu của một đối tượng theo thời gian, ta thường dùng biểu đồ đoạn thẳng.

Ví dụ 1. Bảng thống kê sau đây cho biết thời lượng tự học tại nhà trong 5 ngày của bạn Trí.

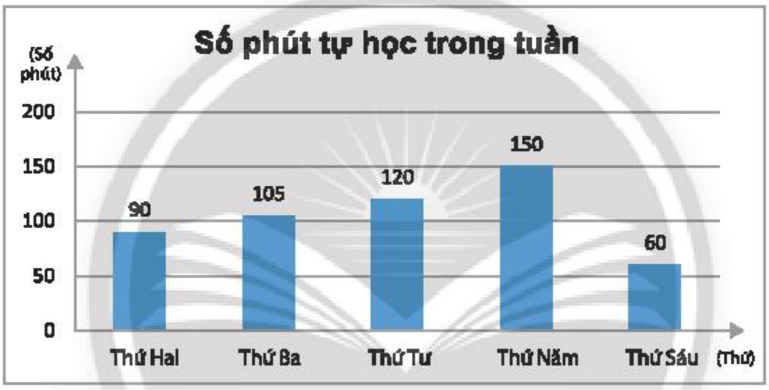
Ngày trong tuần	Số phút tự học
Thứ Hai	90
Thứ Ba	105
Thứ Tư	120
Thứ Năm	150
Thứ Sáu	60

Em hãy lựa chọn dạng biểu đồ thích hợp để biểu diễn dữ liệu từ bảng thống kê trên và vẽ biểu đồ đó.

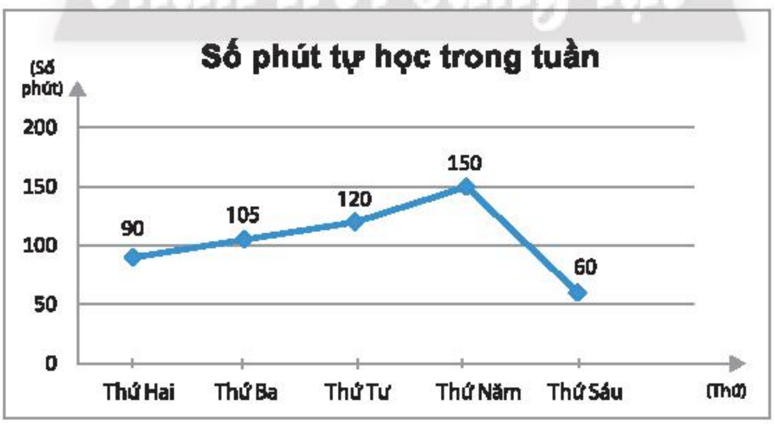
Giải

Ta có thể dùng biểu đồ cột hoặc biểu đồ đoạn thẳng để biểu diễn dữ liệu trên.

– Biểu đồ cột:



– Biểu đồ đoạn thẳng:



Thực hành 1. Lựa chọn dạng biểu đồ thích hợp để biểu diễn dữ liệu trong các bảng thống kê sau:

a) Bảng thống kê về cân nặng trung bình (đơn vị: kg) của nam, nữ tại một số nước trong khối Asean như sau:

Quốc gia	Indonesia	Malaysia	Thái Lan	Việt Nam
Nam	61,4	71,5	69,8	61,2
Nữ	56,2	64,4	63,3	54

(Nguồn: *worlddata.info*)

b) Bảng thống kê tỉ lệ phần trăm số tiết học các nội dung trong môn Toán lớp 8:

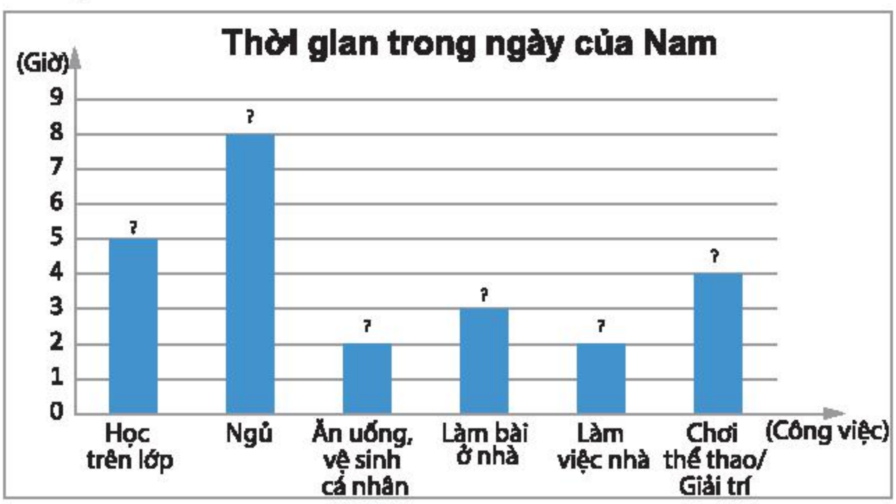
Phần	Số và Đại số	Hình học và Đo lường	Một số yếu tố Thống kê và Xác suất	Hoạt động thực hành và trải nghiệm
Tỉ lệ phần trăm số tiết học	43%	36%	14%	7%

Vận dụng 1. Bảng thống kê sau đây cho biết việc sử dụng thời gian của bạn Nam trong ngày.

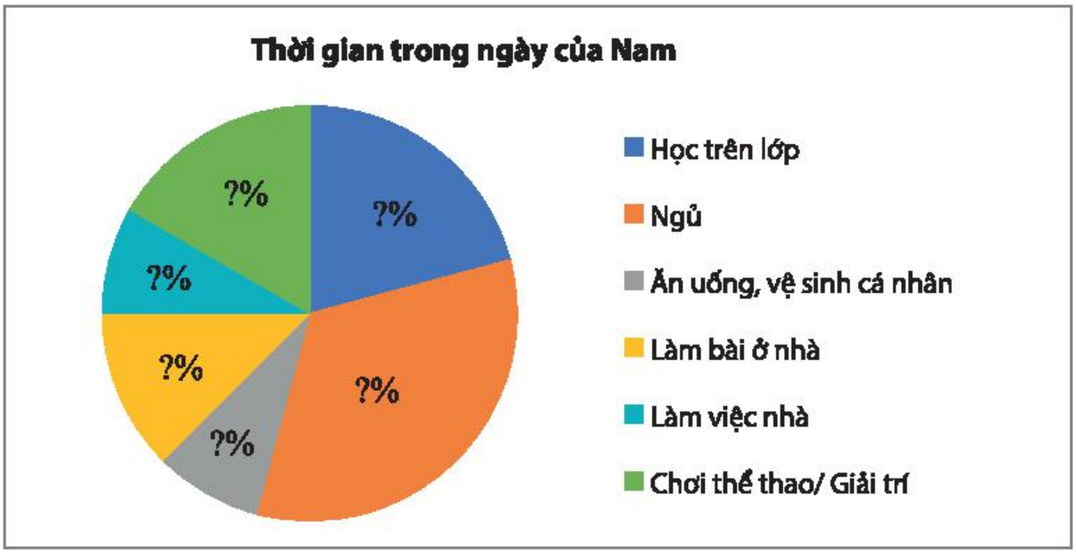
Thống kê việc sử dụng thời gian trong ngày của Nam	
Công việc	**Thời gian (giờ)**
Học trên lớp	5
Ngủ	8
Ăn uống, vệ sinh cá nhân	2
Làm bài ở nhà	3
Làm việc nhà	2
Chơi thể thao/ Giải trí	4

Hãy biểu diễn dữ liệu trong bảng trên vào các dạng biểu đồ sau:

a) Biểu đồ cột:



b) Biểu đồ hình quạt tròn:



2. CÁC DẠNG BIỂU DIỄN KHÁC NHAU CHO MỘT TẬP DỮ LIỆU

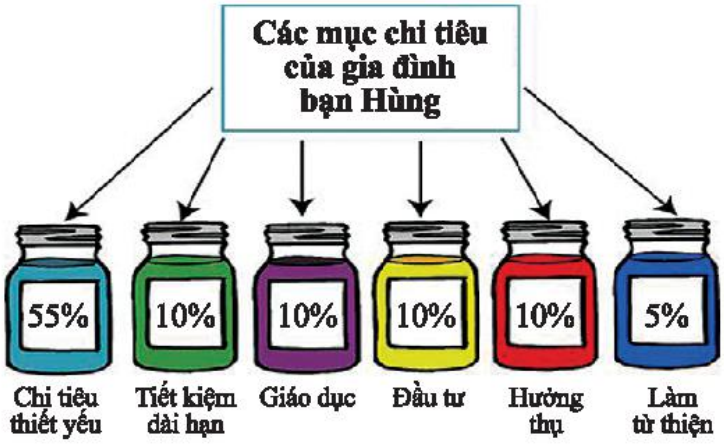
Biểu đồ trong Hình 1 biểu diễn dữ liệu về chi tiêu ngân sách của gia đình bạn Lan. Em hãy giúp bạn Lan hoàn thành việc chuyển dữ liệu trên sang dạng bảng thống kê theo mẫu sau:

Hình 1

Mục chi tiêu	Liệt kê chi tiết	Tỉ lệ phần trăm ngân sách
Chi tiêu thiết yếu	Tiền ăn, tiền ở, đi lại, hoá đơn tiện ích	?
Chi tiêu tài chính	Trả nợ, tiết kiệm, dự phòng	20%
Chi tiêu cá nhân	?	30%

Một tập dữ liệu có thể biểu diễn dưới các dạng khác nhau. Chuyển đổi dữ liệu giữa các dạng giúp công việc thuận lợi và đạt hiệu quả hơn.

Ví dụ 2. Hình 2 minh hoạ dữ liệu về chi tiêu ngân sách của gia đình bạn Hùng.

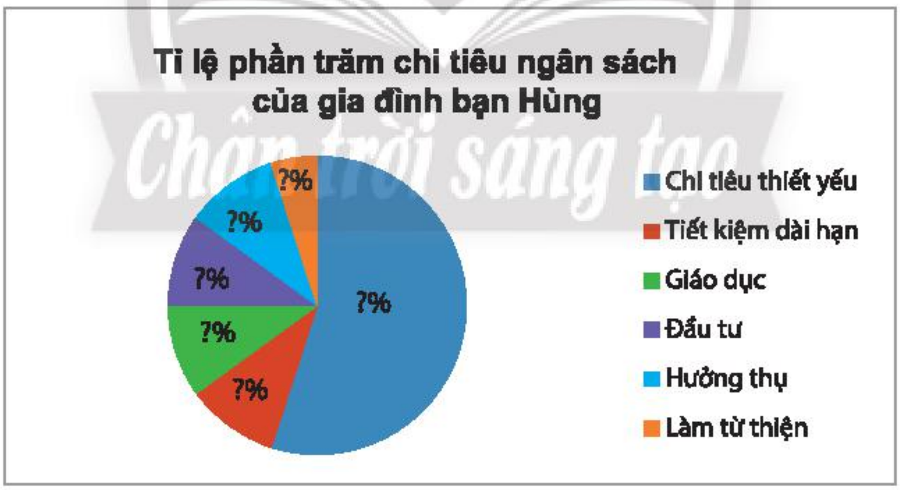


Hình 2

a) Em hãy giúp bạn ấy hoàn thành việc chuyển dữ liệu đó sang dạng bảng thống kê theo mẫu sau:

Mục chi tiêu	Chi tiêu thiết yếu	Tiết kiệm dài hạn	Giáo dục	Đầu tư	Hưởng thụ	Làm từ thiện
Tỉ lệ phần trăm	?	?	?	?	?	?

b) Hãy biểu diễn dữ liệu trong Hình 2 vào biểu đồ hình quạt tròn sau:

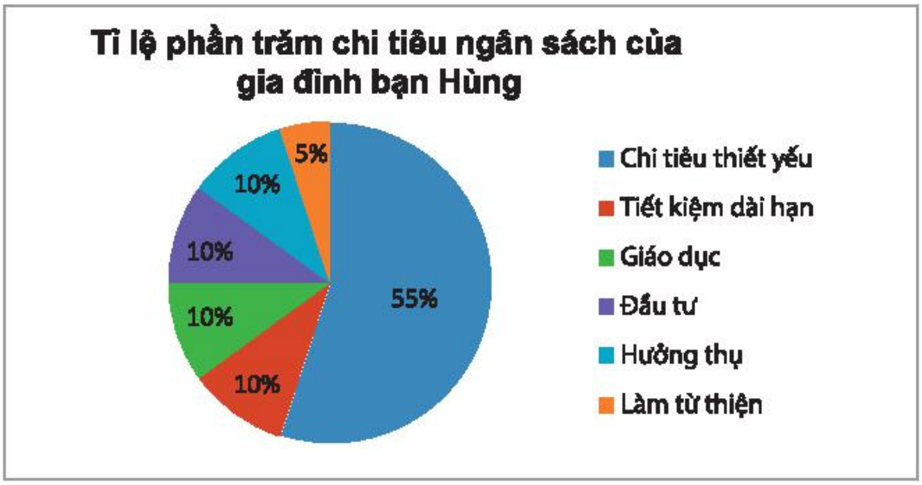


Giải

a) Chuyển dữ liệu trong Hình 2 sang dạng bảng thống kê, ta có:

Mục chi tiêu	Chi tiêu thiết yếu	Tiết kiệm dài hạn	Giáo dục	Đầu tư	Hưởng thụ	Làm từ thiện
Tỉ lệ phần trăm	55%	10%	10%	10%	10%	5%

b) Biểu diễn dữ liệu trong Hình 2 vào biểu đồ hình quạt tròn:

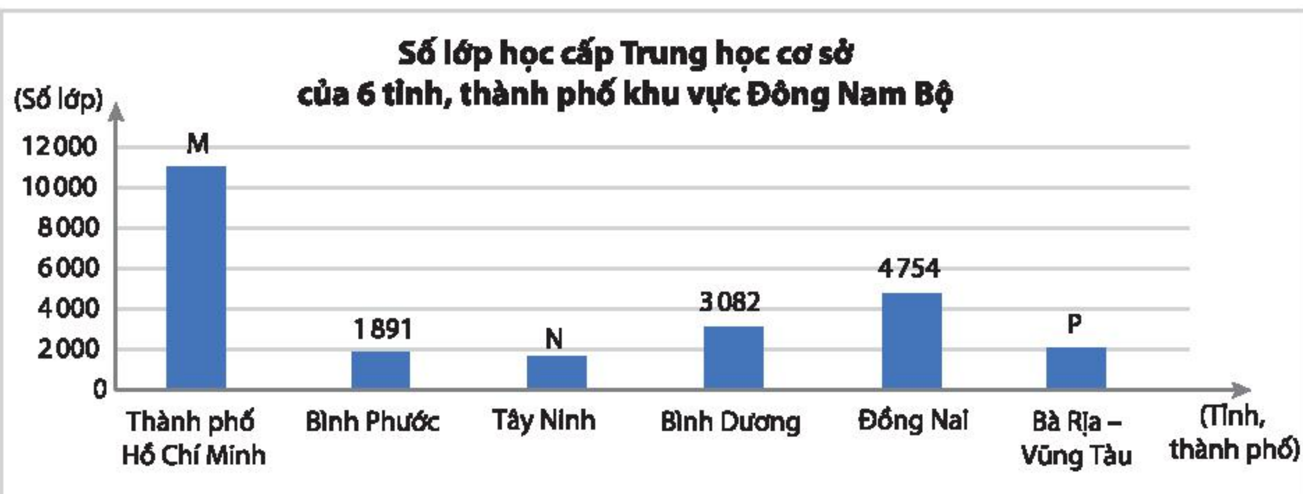


Ví dụ 3. Số liệu về số lớp học cấp Trung học cơ sở của 6 tỉnh, thành phố khu vực Đông Nam Bộ tính đến ngày 30/9/2021 được cho trong bảng thống kê sau:

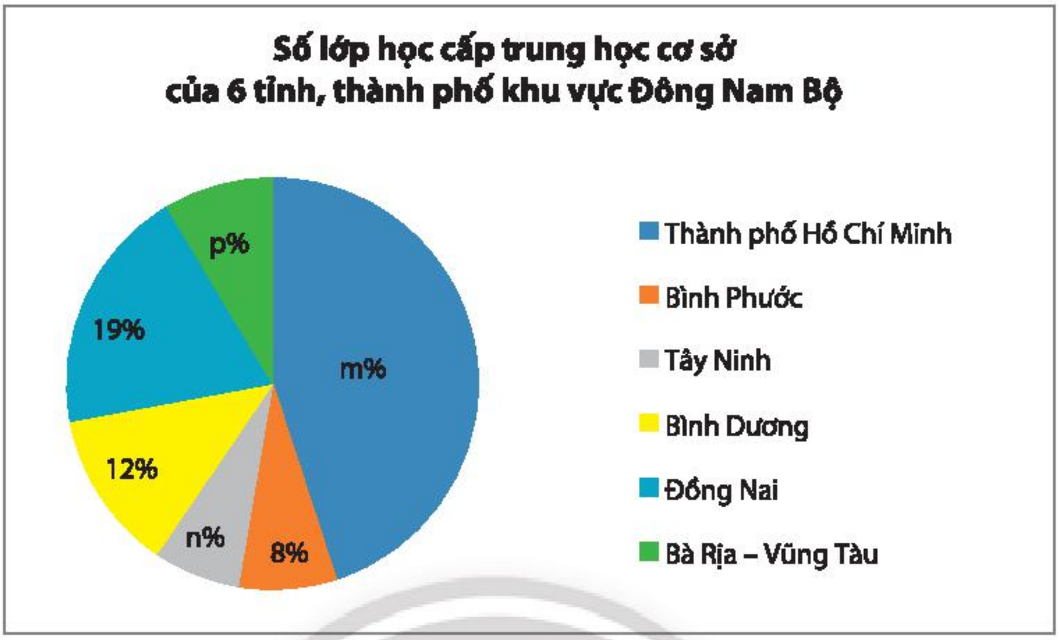
Tỉnh, thành phố	Số lớp học
Thành phố Hồ Chí Minh	11 046
Bình Phước	1 891
Tây Ninh	1 678
Bình Dương	3 082
Đồng Nai	4 754
Bà Rịa – Vũng Tàu	2 105

(Nguồn: *Tổng cục Thống kê*)

a) Số liệu từ bảng thống kê trên được biểu diễn vào biểu đồ cột sau. Hãy tìm các giá trị của M, N, P trong biểu đồ.



b) Số liệu từ bảng thống kê trên được vào biểu đồ hình quạt tròn như sau. Hãy tìm các giá trị của m, n, p trong biểu đồ.



c) So sánh ý nghĩa của hai loại biểu đồ trên.

Giải

a) M = 11 046; N = 1 678; P = 2 105.

b) Tổng số lớp học cấp trung học cơ sở của 6 tỉnh, thành phố khu vực Đông Nam Bộ là:

$$11\,046 + 1\,891 + 1\,678 + 3\,082 + 4\,754 + 2\,105 = 24\,556 \text{ (lớp)}.$$

Suy ra $m\% = \frac{11046}{24\,556} \cdot 100\% \approx 45\%$; $n\% = \frac{1678}{24\,556} \cdot 100\% \approx 7\%$;

$$p\% = \frac{2105}{24\,556} \cdot 100\% \approx 9\%.$$

c) Biểu đồ cột cho ta thấy sự so sánh hơn kém về số lớp học cấp trung học cơ sở của 6 tỉnh, thành phố khu vực Đông Nam Bộ. Ví dụ: Thành phố Hồ Chí Minh có đông số lớp học nhất, Tây Ninh có ít số lớp học nhất và số lớp học của Thành phố Hồ Chí Minh nhiều hơn số lớp học của Tây Ninh là 11 046 – 1 678 = 9 368 (lớp).

Trong khi đó, biểu đồ hình quạt ngoài việc cho biết sự so sánh hơn kém về số lớp học cấp trung học cơ sở của 6 tỉnh, thành phố khu vực Đông Nam Bộ còn cho biết tỉ lệ phần trăm số lớp học của mỗi tỉnh thành so với toàn thể khu vực. Ví dụ: Thành phố Hồ Chí Minh có số lớp học nhiều gấp 5 lần số lớp học của Bà Rịa – Vũng Tàu và chiếm 45% so với tổng số lớp học của khu vực Đông Nam Bộ.

Thực hành 2. Cho bảng thống kê số tiết học các nội dung trong môn Toán của hai khối lớp 6 và lớp 8 như sau:

Phần	Số và Đại số	Hình học và Đo lường	Một số yếu tố Thống kê và Xác suất	Hoạt động thực hành và trải nghiệm
Khối lớp 6	68	40	22	10
Khối lớp 8	60	50	20	10

Hãy biểu diễn tập dữ liệu trên dưới dạng:

a) Hai biểu đồ cột.

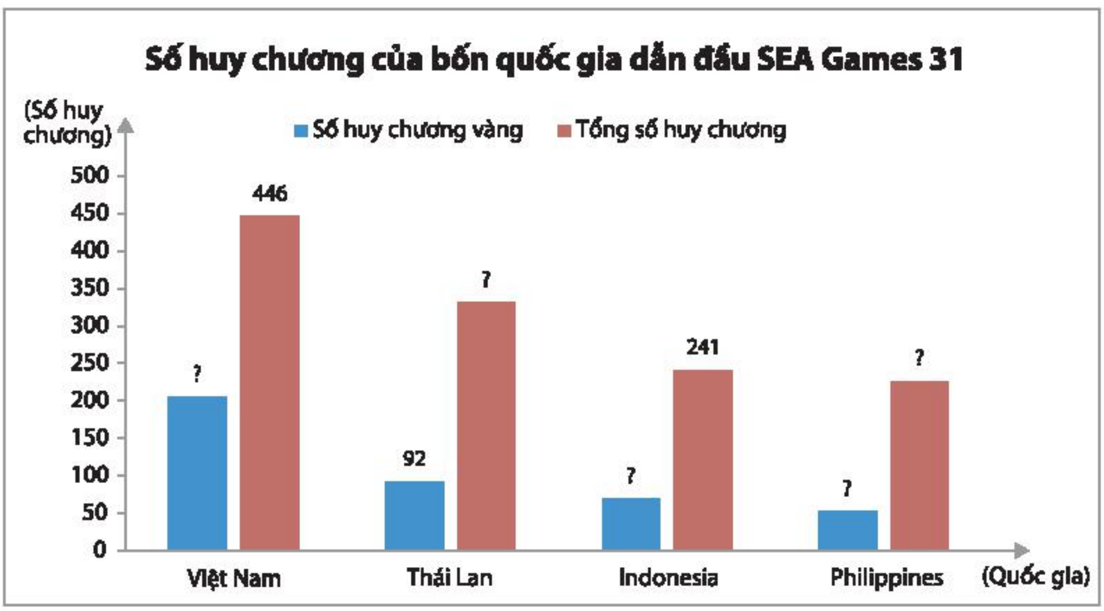
b) Một biểu đồ cột kép.

Vận dụng 2. Thống kê số huy chương bốn quốc gia dẫn đầu SEA Games 31 được cho trong bảng số liệu sau:

Quốc gia	Số huy chương vàng	Tổng số huy chương
Việt Nam	205	446
Thái Lan	92	332
Indonesia	69	241
Philippines	52	227

Hãy chuyển dữ liệu đã cho vào bảng thống kê theo mẫu dưới đây và vào biểu đồ cột kép tương ứng.

Quốc gia	Việt Nam	Thái Lan	Indonesia	Philippines
Số huy chương vàng	205	?	?	52
Tổng số huy chương	?	332	?	?



BÀI TẬP

1. Kết quả học tập học kì 1 của học sinh lớp 8A và 8B được ghi lại trong bảng sau:

Xếp loại học tập	Tốt	Khá	Đạt	Chưa đạt
Lớp 8A	5%	45%	44%	6%
Lớp 8B	10%	50%	37%	3%

Lựa chọn dạng biểu đồ thích hợp để biểu diễn bảng thống kê trên và trả lời các câu hỏi sau:

a) So sánh tỉ lệ học sinh xếp loại học tập Tốt và Chưa đạt của hai lớp 8A và 8B.

b) Tổng số học sinh xếp loại học tập Tốt và Khá của lớp 8B bằng bao nhiêu phần trăm tổng số học sinh xếp loại học tập Tốt và Khá của lớp 8A.

2. Một giáo viên dạy Giáo dục thể chất đã thống kê thời gian chạy 100 m (tính theo giây) của 20 học sinh nam và ghi lại trong bảng số liệu ban đầu như sau:

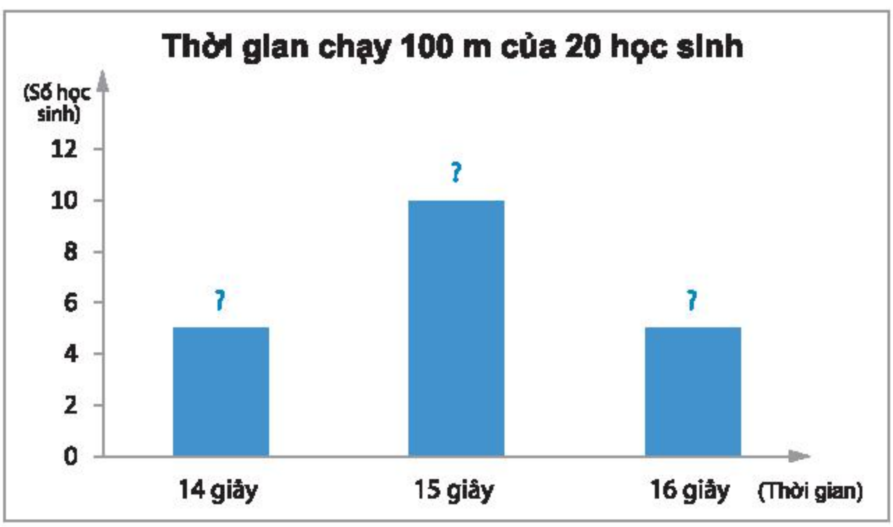
15	14	15	16	14	16	16	15	14	15
15	15	16	15	15	15	14	16	14	15

a) Chuyển dữ liệu từ bảng số liệu ban đầu ở trên sang dạng bảng thống kê sau đây:

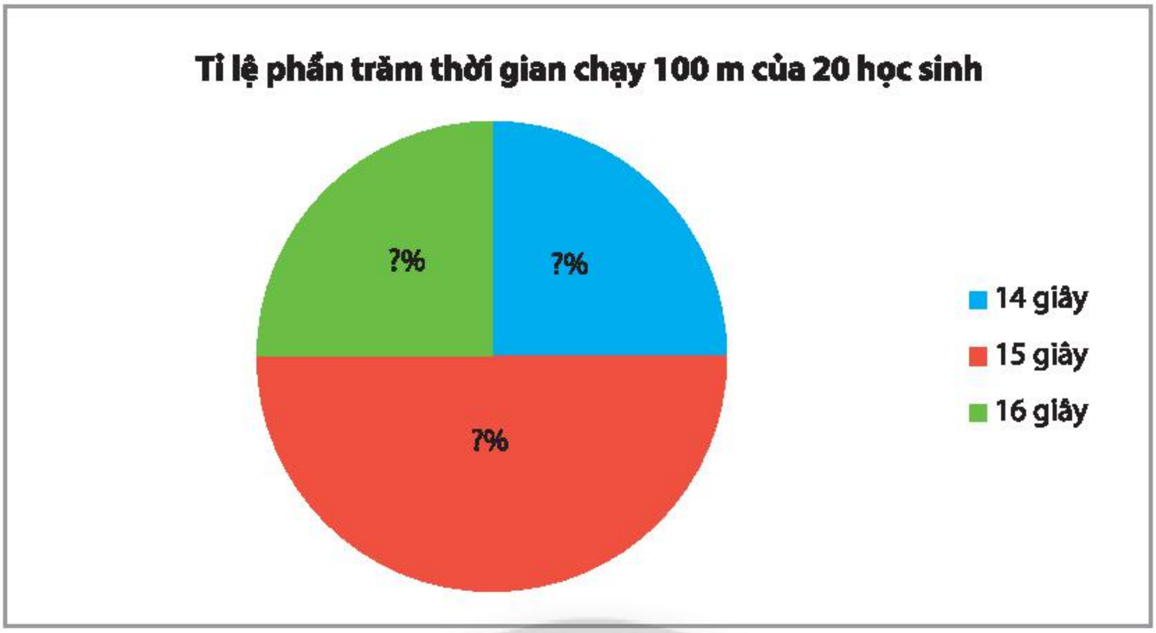
Thời gian chạy (giây)	14	15	16
Số học sinh	?	?	?
Tỉ lệ phần trăm	?	?	?

b) Hãy chuyển dữ liệu từ bảng thống kê ở câu a sang dạng biểu đồ cột và biểu đồ hình quạt tròn sau đây:

Biểu đồ cột:



Biểu đồ hình quạt tròn:



3. Bảng điều tra sau đây cho biết sự yêu thích của 50 khán giả đối với 6 chương trình truyền hình:

Chương trình truyền hình được yêu thích	Kiểm đếm	Số khán giả chọn
A	𝍸 III	
B	𝍸 III	
C	𝍸 𝍸 II	
D	𝍸 𝍸	
E	𝍸 I	
G	𝍸 I	

a) Hoàn thành bảng thống kê trên vào vở và lựa chọn dạng biểu đồ thích hợp để biểu diễn.

b) Nêu tên chương trình truyền hình được yêu thích nhất.

c) Nêu tên hai chương trình truyền hình được yêu thích ngang nhau.

d) Vẽ biểu đồ cột biểu diễn bảng số liệu trên.

4. Thu thập bốn loại biểu đồ khác nhau đã được xuất bản và trưng bày trong lớp của em. Hãy tìm hiểu những thông tin trong các biểu đồ đó.

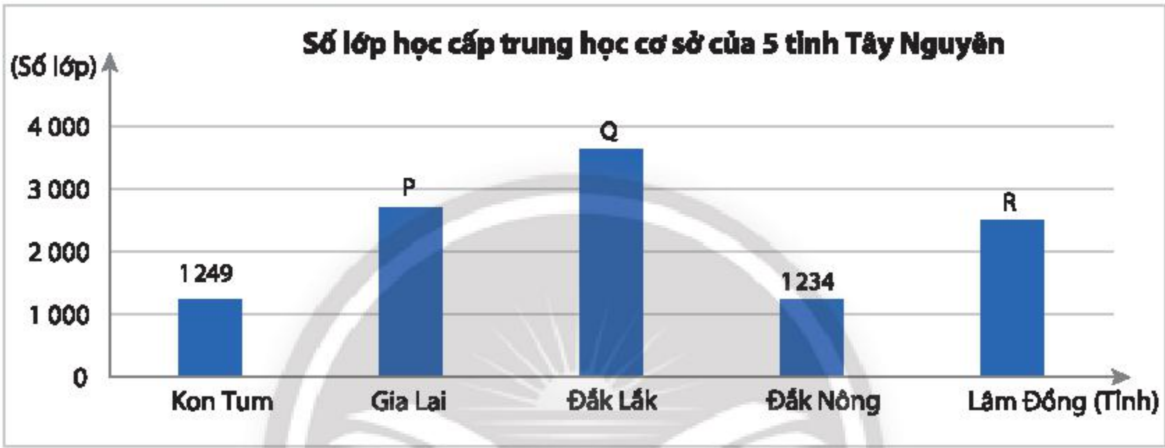
5. Cùng với các bạn trong tổ thảo luận để tìm ra thêm ba tình huống có thể thu thập được dữ liệu. Hãy sắp xếp các dữ liệu đó vào các bảng và biểu diễn chúng bằng dạng biểu đồ thích hợp.

6. Số liệu về số lớp học cấp trung học cơ sở của 5 tỉnh Tây Nguyên tính đến ngày 30/9/2021 được cho trong bảng thống kê sau:

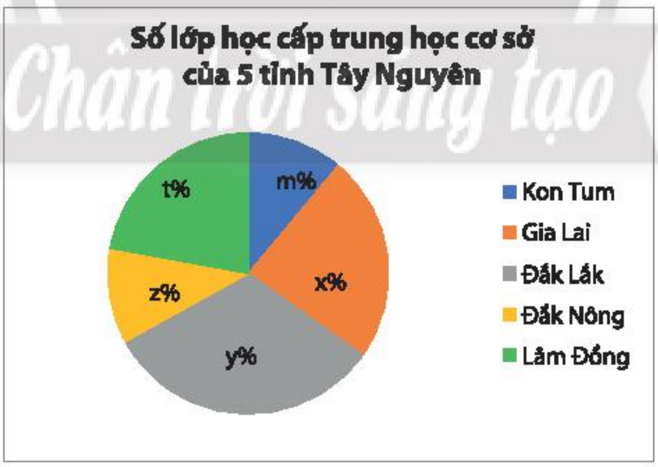
Tỉnh	Số lớp học
Kon Tum	1 249
Gia Lai	2 692
Đắk Lắk	3 633
Đắk Nông	1 234
Lâm Đồng	2 501

(Nguồn: *Tổng cục Thống kê*)

a) Số liệu từ bảng thống kê trên được biểu diễn vào biểu đồ cột như sau. Hãy tìm các giá trị của P, Q, R trong biểu đồ.



b) Biểu đồ cột ở câu a) được chuyển sang biểu đồ hình quạt tròn như dưới đây. Hãy tìm các giá trị của x, y, z, t, m trong biểu đồ.



c) So sánh ý nghĩa của hai loại biểu đồ trên.

Sau bài học này, em đã làm được những gì?

– Lựa chọn và biểu diễn được dữ liệu vào biểu đồ thích hợp.

– So sánh được các dạng biểu diễn khác nhau cho một tập dữ liệu.

– Mô tả được cách chuyển dữ liệu từ dạng biểu diễn này sang dạng biểu diễn khác.

Bài 3 PHÂN TÍCH DỮ LIỆU

Bà Sáu đã ghi lại số trái sầu riêng bán được theo từng tháng trong năm trước như bảng sau:

Tháng	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Số trái sầu riêng bán được	32	25	65	70	124	110	80	50	45	54	65	36

Từ bảng trên, bà Sáu nhận định rằng: Hằng năm, số trái sầu riêng bán được vào tháng 5 và tháng 6 nhiều hơn các tháng còn lại. Nhờ vậy, tháng 5 năm nay bà Sáu nhập sầu riêng nhiều hơn và bán được nhiều hơn các năm qua. Hãy thảo luận nhóm để tìm hiểu các lợi ích của việc phân tích dữ liệu thống kê.

1. PHÁT HIỆN VẤN ĐỀ QUA PHÂN TÍCH DỮ LIỆU THỐNG KÊ

1 Phân tích bảng thống kê sau để tìm số học sinh nữ và tổng số học sinh của lớp 8A.

Thống kê môn thể thao yêu thích của học sinh lớp 8A (mỗi học sinh chọn 1 môn)

Môn thể thao	Nam	Nữ
Bóng đá	17	4
Bóng chuyền	3	2
Bóng bàn	1	7
Cầu lông	4	4

Phân tích dữ liệu thống kê giúp ta phát hiện các vấn đề cần quan tâm.

Ví dụ 1. Phân tích bảng thống kê ở 1 và cho biết môn thể thao nào có chênh lệch nam nữ chọn cao nhất.

Giải

Phân tích bảng thống kê ở 1 ta thấy:

Môn thể thao	Nam	Nữ	Chênh lệch
Bóng đá	17	4	13
Bóng chuyền	3	2	1
Bóng bàn	1	7	6
Cầu lông	4	4	0

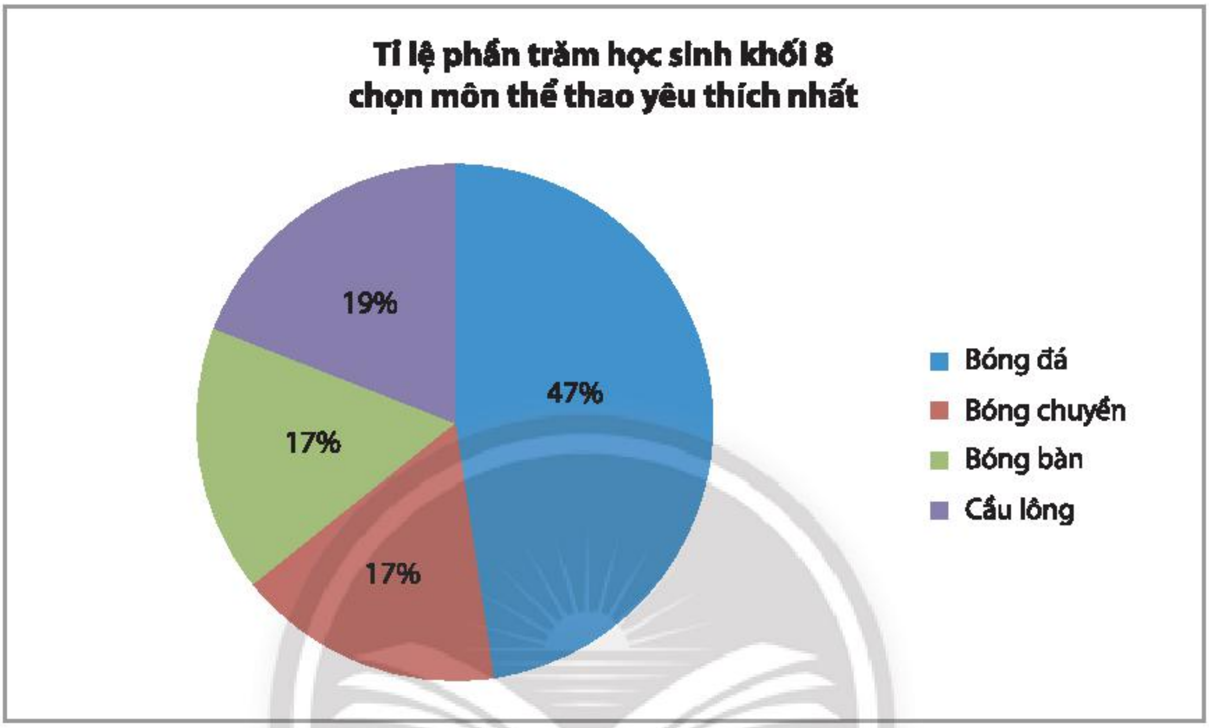
Vậy bóng đá là môn thể thao có chênh lệch nam nữ chọn cao nhất.

Thực hành 1. Hãy phân tích bảng thống kê ở 1 và cho biết môn thể thao nào có tỉ lệ số học sinh nữ chọn so với số học sinh nam chọn cao nhất.

Vận dụng 1. Phân tích biểu đồ thống kê bên dưới và cho biết:

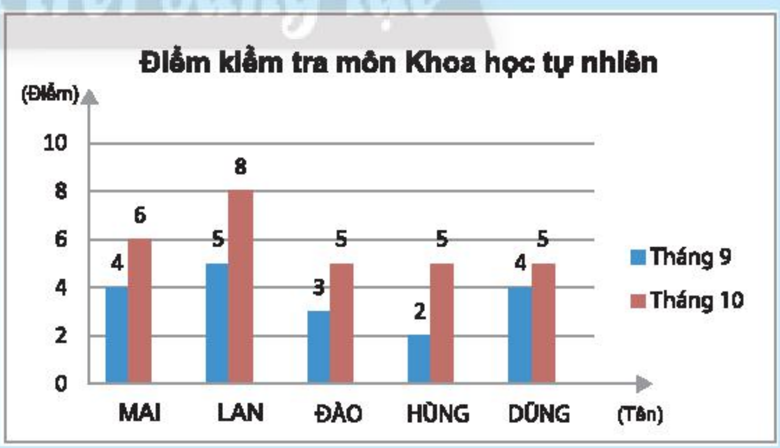
– Môn thể thao được yêu thích nhất của học sinh khối 8.

– Tỉ lệ học sinh yêu thích môn bóng đá so với các môn thể thao còn lại của học sinh khối 8.



2. GIẢI QUYẾT CÁC VẤN ĐỀ QUA PHÂN TÍCH BIỂU ĐỒ THỐNG KÊ

2 Thầy giáo dạy môn Khoa học tự nhiên lớp 8C thực hiện giáo dục STEM từ tháng 10 và biểu diễn điểm kiểm tra của năm học sinh cần giúp đỡ của lớp trong tháng 9 và tháng 10 dưới dạng biểu đồ như bên. Em hãy đọc biểu đồ đó và so sánh kết quả học tập của các bạn trước và sau khi thầy giáo thực hiện giáo dục STEM. Theo em, thầy giáo có nên tiếp tục thực hiện giáo dục STEM không?



Việc phân tích biểu đồ thống kê giúp ta nắm bắt thông tin nhanh chóng, từ đó có những lựa chọn hoặc ra quyết định hợp lí hơn.

Ví dụ 2. Hãy trả lời câu hỏi trong .

Giải

Biểu đồ cột kép trong  cho thấy các bạn học sinh đều có kết quả học tập tiến bộ hơn.
Vì vậy, có thể thầy giáo sẽ quyết định sẽ tiếp tục thực hiện giáo dục STEM trong các tháng kế tiếp.

Thực hành 2. Số lượng giỏ trái cây bán được trong mùa hè vừa qua của sáu cửa hàng được biểu diễn trong biểu đồ sau:

Cửa hàng	Số giỏ trái cây bán được
Bốn Mùa	
Tươi Xanh	
Miệt Vườn	
Phù Sa	
Xanh Sạch	
Quả Ngọt	

( = 100 giỏ trái cây;  = 50 giỏ trái cây)

Trong tình huống những cửa hàng bán được dưới 200 giỏ trái cây buộc phải đóng cửa hoặc chuyển sang kinh doanh mặt hàng khác, em hãy cho biết đó có thể là cửa hàng nào.

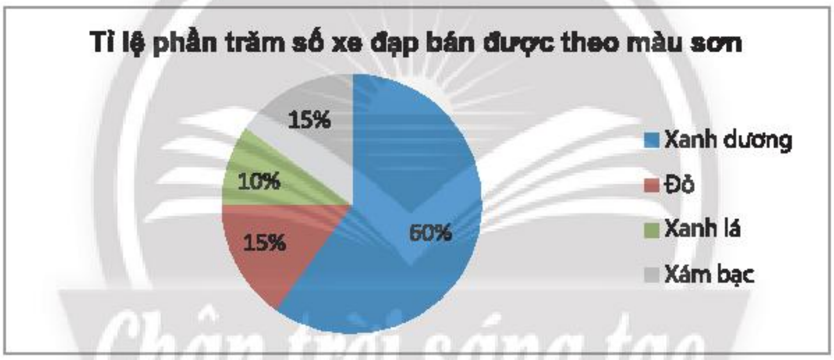
Vận dụng 2. Trong tình huống của Thực hành 2, có thêm thông tin cho biết những cửa hàng bán được từ 500 giỏ trái cây trở lên dự định sẽ đầu tư xây một nhà kho bảo quản. Em hãy cho biết đó có thể là những cửa hàng nào.

BÀI TẬP

1. Hãy phân tích bảng thống kê sau để tìm:
a) Số học sinh bình quân trên một giáo viên;
b) Số học sinh bình quân trong một lớp.

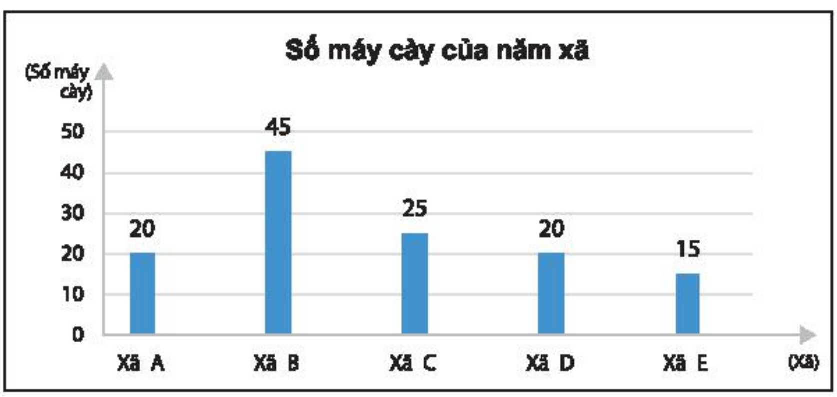
(Nguồn: *Niên giám thống kê năm 2020*)

2. Quan sát biểu đồ tỉ lệ phần trăm số xe đạp một cửa hàng đã bán được theo màu sơn trong tháng sau đây:



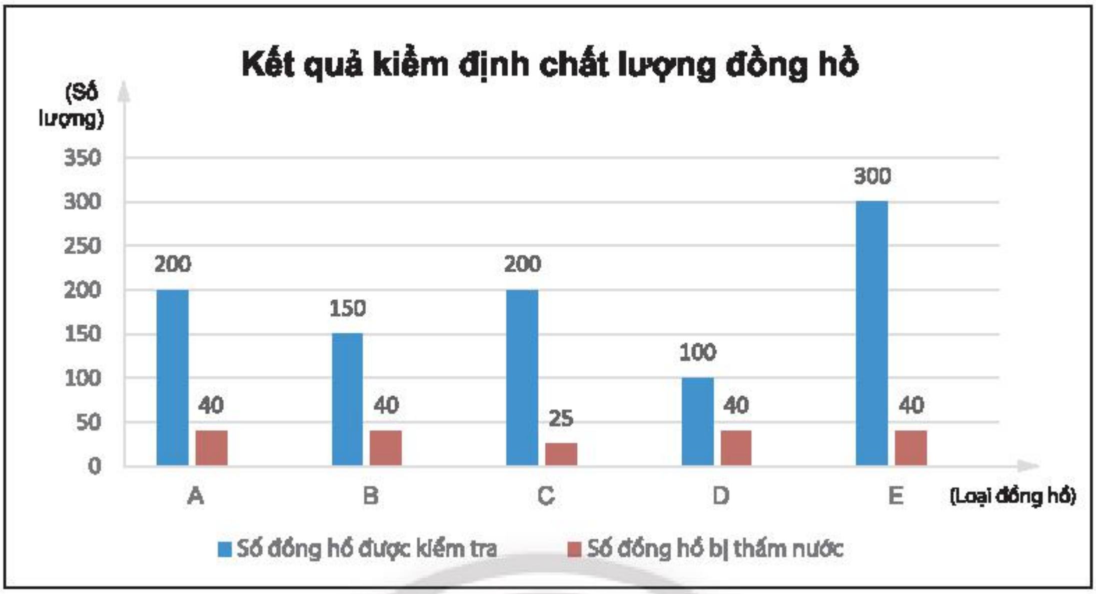
Theo em, chủ cửa hàng nên đặt hàng thêm cho xe đạp màu gì?

3. Đọc biểu đồ biểu diễn số máy cày có trong năm xã sau đây và trả lời các câu hỏi bên dưới.



a) Xã nào có nhiều máy cày nhất? Xã nào có ít máy cày nhất?
b) Trong tình huống những xã có trên 20 máy cày cần đầu tư một trạm bảo trì và sửa chữa riêng, theo em đó có thể là những xã nào?

4. Một số công ty sản xuất đồng hồ đeo tay quảng cáo rằng đồng hồ của họ chống thấm nước. Sau khi cơ quan kiểm định chất lượng kiểm tra, kết quả được công bố như biểu đồ sau:



Từ biểu đồ cột kép trên, hãy tính tỉ số giữa số đồng hồ bị thấm nước và số đồng hồ đem kiểm tra của mỗi loại đồng hồ và dự đoán loại đồng hồ nào chống thấm nước tốt nhất.

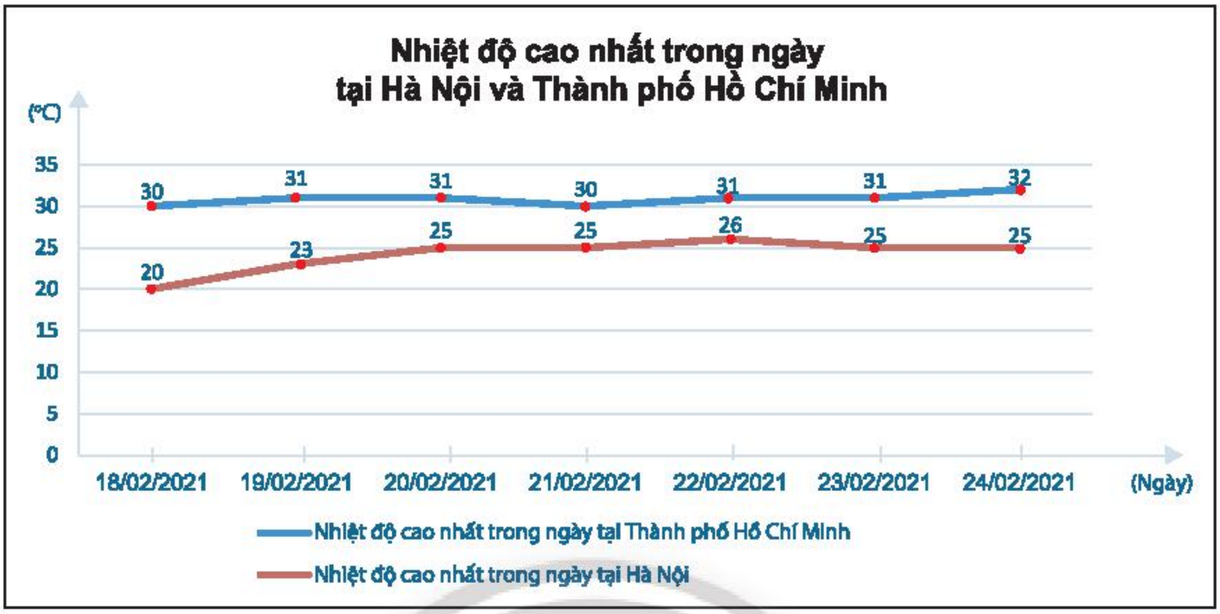
5. Kết quả thống kê phương tiện đi đến trường của học sinh trường Trung học cơ sở Nguyễn Du như sau:

Phương tiện di chuyển	Số học sinh
Xe ô tô	
Xe đạp điện	
Xe buýt	
Xe đạp	
Đi bộ	

( = 10 học sinh)

Bãi để xe cho học sinh hiện có sức chứa khoảng 100 xe. Theo em, nhà trường có cần bố trí thêm chỗ để xe cho học sinh hay không?

6. Hãy phân tích dữ liệu được biểu diễn trong biểu đồ sau để tìm ngày có nhiệt độ chênh lệch nhiều nhất và ngày có nhiệt độ chênh lệch ít nhất giữa hai thành phố.



(Nguồn: *Trung tâm Dự báo khí tượng thuỷ văn quốc gia*)

Sau bài học này, em đã làm được những gì?

– Phát hiện được vấn đề hoặc quy luật đơn giản dựa trên phân tích các số liệu thu được ở dạng bảng thống kê và các loại biểu đồ đã học.

– Nhận biết được mối liên hệ giữa thống kê với những kiến thức trong thực tiễn.

– Giải quyết được những vấn đề đơn giản liên quan đến các số liệu thu được.

BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG 4

CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

Chọn phương án đúng.

1. Phương pháp nào là phù hợp để thống kê dữ liệu về số huy chương của một đoàn thể thao trong một kì Olympic?

A. Làm thí nghiệm.

B. Thu thập từ nguồn có sẵn như sách báo, Internet.

C. Phỏng vấn.

D. Quan sát trực tiếp.

Dùng bảng thống kê sau đây để trả lời các câu 2, 3, 4.

Thống kê xếp loại học tập của học sinh lớp 8A1

1	**Xếp loại học tập**	Tốt	Khá	Đạt	Chưa đạt
2	**Số học sinh**	10	15	10	5
3	**Tỉ lệ phần trăm**	25%	38%	25%	12%

2. Dữ liệu ở dòng nào thuộc loại dữ liệu định tính và có thể so sánh?

A. 2. B. 3. C. 2 và 3. D. 1.

3. Dữ liệu ở dòng nào thuộc loại định lượng và có thể lập tỉ số?

A. 2 và 3. B. 2. C. 3. D. 1.

4. Loại biểu đồ nào là thích hợp để biểu diễn dữ liệu ở dòng 3?

A. Biểu đồ tranh. B. Biểu đồ đoạn thẳng.

C. Biểu đồ cột kép. D. Biểu đồ hình quạt tròn.

Dùng bảng thống kê sau để trả lời các câu 5 và 6.

Thống kê huy chương SEA Games 31

Việt Nam	205	125	116	446
Thái Lan	92	103	137	332
Indonesia	69	91	81	241
Philippines	52	70	105	227
Singapore	47	46	73	166
Malaysia	39	45	90	174
Myanmar	9	18	35	62
Campuchia	9	13	41	63
Lào	2	7	33	42
Brunei Darussalam	1	1	1	3
Timor Leste	0	3	2	5

(Nguồn: *https://seagames2021.com*)

5. Loại biểu đồ nào thích hợp để so sánh số lượng ba loại huy chương Vàng, Bạc, Đồng của hai đoàn Việt Nam và Thái Lan?
A. Biểu đồ hình quạt tròn.
B. Biểu đồ cột.
C. Biểu đồ cột kép.
D. Biểu đồ đoạn thẳng.

6. Biểu đồ nào thích hợp để biểu diễn tỉ lệ phần trăm số huy chương vàng của mỗi đoàn so với tổng số huy chương vàng đã trao trong đại hội?
A. Biểu đồ hình quạt tròn.
B. Biểu đồ cột.
C. Biểu đồ tranh.
D. Biểu đồ đoạn thẳng.

BÀI TẬP TỰ LUẬN

7. Em hãy đề xuất phương pháp thu thập dữ liệu cho các vấn đề sau:
a) Ý kiến của học sinh về 3 mẫu logo của trường em.
b) Tỉ số giữa số lần xuất hiện mặt có số chấm là số chẵn và số lần xuất hiện mặt có số chấm là số lẻ khi gieo một con xúc xắc 20 lần.
c) So sánh dân số ba nước Đông Dương.
d) Lượng mưa trung bình 12 tháng trong năm của một địa phương.

8. Bảng thống kê sau cho biết sự lựa chọn của 100 khách hàng mua điện thoại di động.

Thương hiệu điện thoại di động	Số khách hàng chọn
N	38
S	35
H	15
I	12

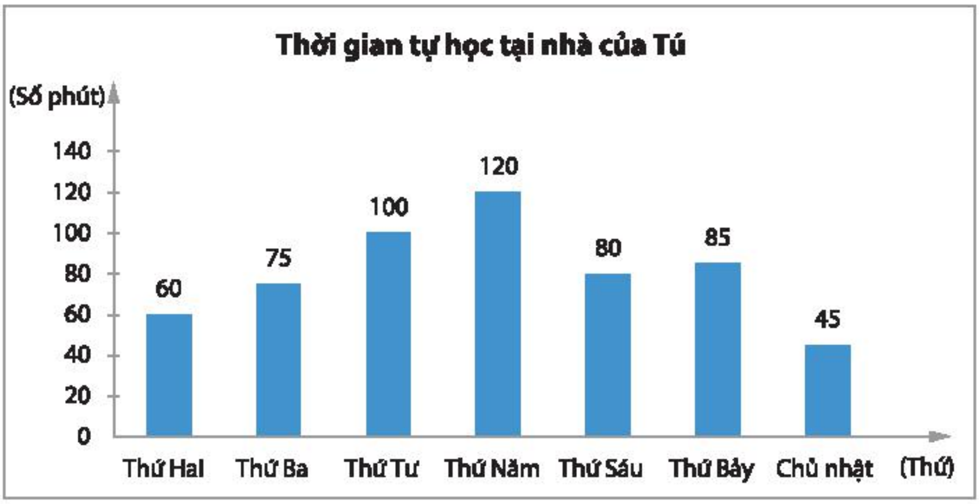
Xét tính hợp lí của các quảng cáo sau đây đối với nhãn hiệu điện thoại I:
a) Là sự lựa chọn của mọi người dùng điện thoại.
b) Là sự lựa chọn hàng đầu của người dùng điện thoại.

9. Sau phỏng vấn thăm dò ý kiến của 100 bạn học sinh khối 8 về chủ trương "Xin phép mặc đồng phục riêng của lớp khi đi cắm trại", bạn Thoa đã thu được bảng thống kê sau:

Ý kiến	Số học sinh
Đồng ý	33
Không đồng ý	54
Không có ý kiến	13

Kết luận nào sau đây có thể đại diện hợp lí cho dữ liệu thống kê trên:
a) Đa số học sinh khối 8 đồng ý.
b) Đa số học sinh khối 8 không đồng ý.
c) Đa số học sinh khối 8 không có ý kiến.

10. Thời gian tự học tại nhà của bạn Tú trong một tuần được biểu diễn trong biểu đồ cột sau đây. Em hãy vẽ biểu đồ đoạn thẳng tương ứng.



11. Lựa chọn dạng biểu đồ thích hợp để biểu diễn các thông tin từ bảng thống kê sau:

Thống kê môn thể thao ưa thích nhất của học sinh lớp 8B		
Môn thể thao	**Số học sinh chọn**	**Tỉ số phần trăm**
Bóng đá	20	47%
Bóng chuyền	7	17%
Bóng bàn	7	17%
Cầu lông	8	19%

12. Bảng số liệu sau cung cấp giá vé xe buýt giữa các địa điểm (đơn vị: đồng).

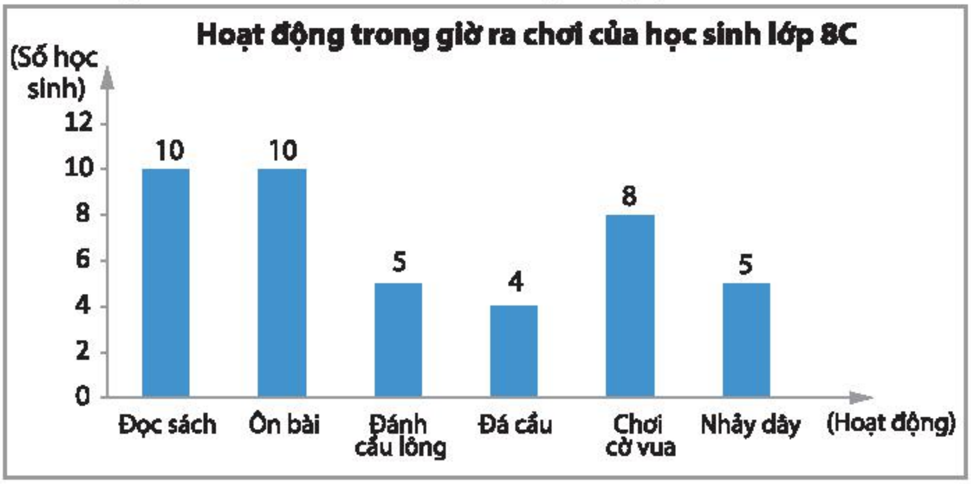
Địa điểm	I	II	III	IV	V
I	—	10 000	5 000	15 000	10 000
II	10 000	—	7 000	25 000	20 000
III	5 000	7 000	—	20 000	15 000
IV	15 000	25 000	20 000	—	10 000
V	10 000	20 000	15 000	10 000	—

Hãy phân tích dữ liệu từ bảng thống kê trên để trả lời các câu hỏi sau:

a) Trong các tuyến đi từ địa điểm IV, tuyến nào có giá vé thấp nhất?

b) Hành khách từ địa điểm II đi đến địa điểm nào có giá vé cao nhất?

13. Biểu đồ sau đây biểu diễn dữ liệu về hoạt động trong giờ ra chơi của học sinh lớp 8C.



a) Hãy phân tích dữ liệu từ biểu đồ trên để so sánh số học sinh tham gia hoạt động tại chỗ (đọc sách, ôn bài, chơi cờ vua) và hoạt động vận động (đánh cầu lông, đá cầu, nhảy dây) trong giờ ra chơi.

b) Theo em các bạn lớp 8C nên tăng cường loại hoạt động nào để có lợi cho sức khoẻ?

14. Giá trị (triệu USD) xuất khẩu cà phê và gạo của Việt Nam trong các năm 2015, 2018, 2019, 2020 được cho trong bảng thống kê sau:

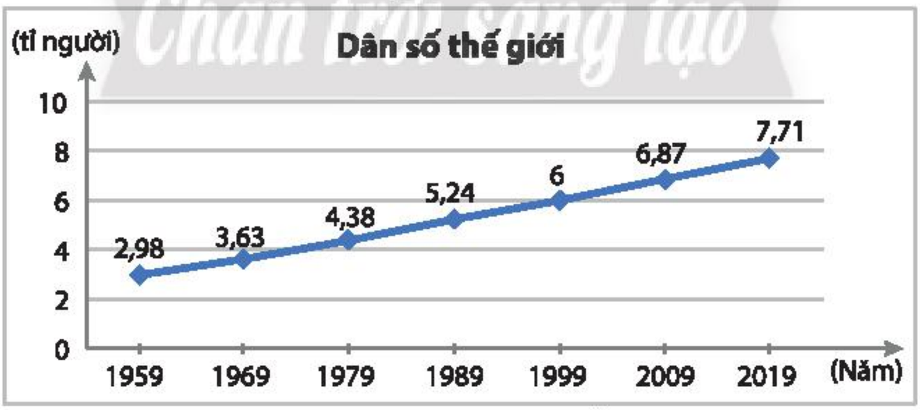
Năm	2015	2018	2019	2020
Cà phê	2 671	3 536,4	2 863,8	2 742
Gạo	2 796,3	3 060,2	2 806,4	3 120

(Nguồn: *Tổng cục Thống kê*)

a) Lựa chọn dạng biểu đồ thích hợp để biểu diễn bảng thống kê trên.

b) Tìm các năm giá trị xuất khẩu cà phê vượt giá trị xuất khẩu gạo.

15. Quan sát biểu đồ đoạn thẳng dưới đây.



(Nguồn: *https://danso.org*)

a) Từ biểu đồ trên, lập bảng số liệu dân số thế giới theo mẫu sau:

Năm	1959	1969	1979	1989	1999	2009	2019
Dân số (tỉ người)	?	?	?	?	?	?	?

b) Tính dân số thế giới tăng lên trong mỗi thập kỉ: 1960 – 1969; 1970 – 1979; ...; 2010 – 2019.

c) Trong các thập kỉ trên, thập kỉ nào có dân số thế giới tăng nhiều nhất, ít nhất?

HOẠT ĐỘNG THỰC HÀNH VÀ TRẢI NGHIỆM

Hoạt động 1. DÙNG VẬT LIỆU TÁI CHẾ GẤP HỘP QUÀ TẶNG

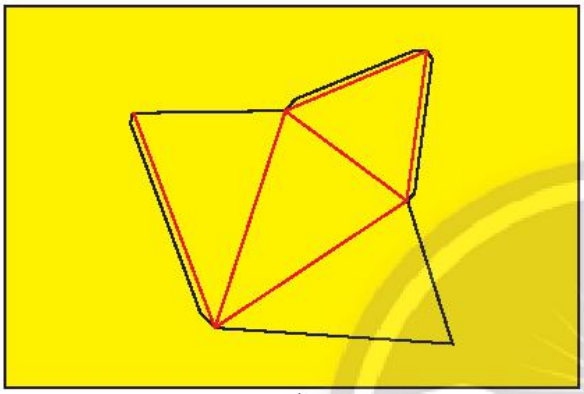
MỤC TIÊU

Biết cách gấp hộp quà hình chóp tam giác đều, hình chóp tứ giác đều từ các vật liệu đơn giản như tấm bìa hay tờ lịch cũ.

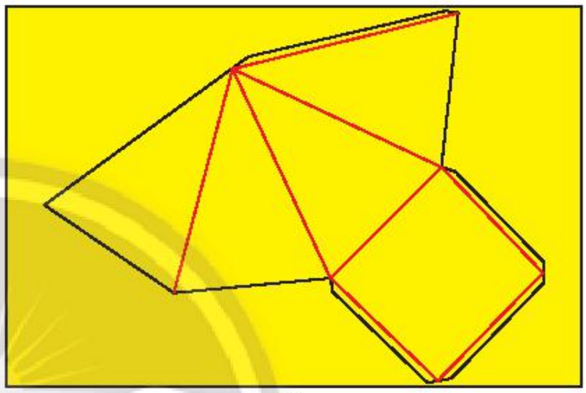
CHUẨN BỊ

– Tấm bìa, thước kẻ, bút chì, kéo, keo dán, compa.

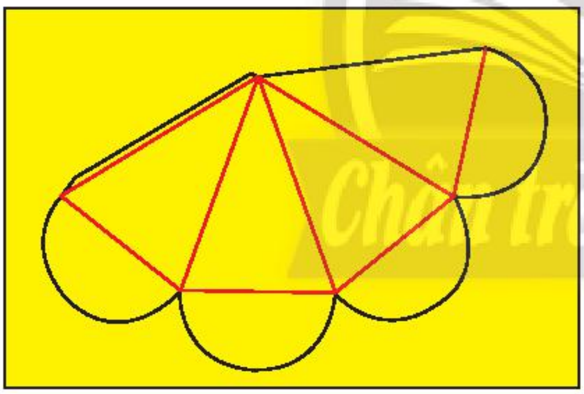
– Sách giáo khoa Toán 8, tập một.



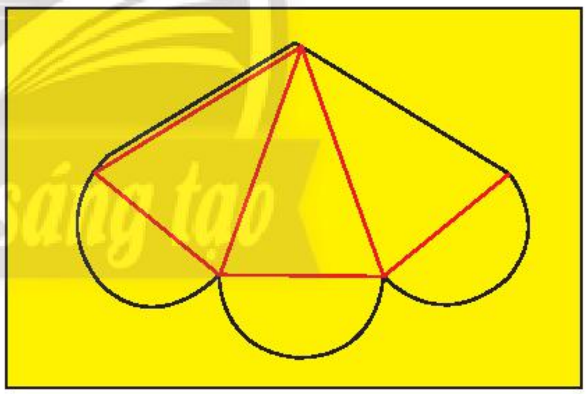
a)



b)



c)



d)

Hình 1

TỔ CHỨC HOẠT ĐỘNG

1. Hướng dẫn cách làm

Bước 1. Ước lượng chiều dài cạnh đáy là chiều dài cạnh bên để chọn kích thước giấy thích hợp.

Bước 2. Vẽ các hình tam giác cân và mép dán như Hình 1a, Hình 1b. Vẽ các hình tam giác cân, các nửa đường tròn và mép dán như Hình 1c, Hình 1d.

Bước 3. Miết giấy rồi gấp theo các nếp gấp.

Bước 4. Dùng keo dán các mép giấy vào các mặt (Hình 1a, Hình 1b). Dùng keo dán mép giấy vào mặt bên rồi gấp các nửa hình tròn lại với nhau (Hình 1c, Hình 1d).

2. Tổ chức thực hiện

– Có thể tổ chức theo tổ: Mỗi tổ chọn 2 trong 4 mẫu ở trên để thực hiện.

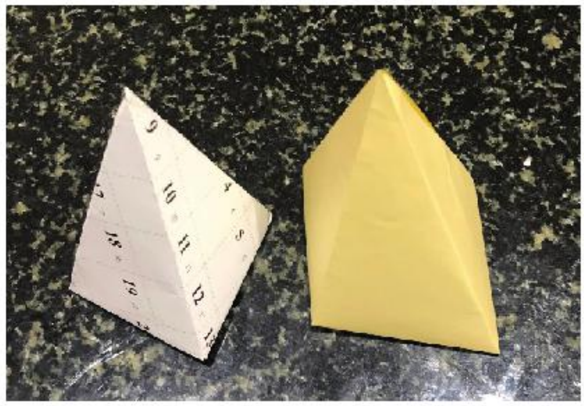
– Mỗi HS đều phải làm sản phẩm của riêng mình.

– Các thành viên trong mỗi tổ có thể trao đổi thảo luận để có sản phẩm vừa đúng vừa đẹp.

3. Kiểm tra đánh giá

Hình đúng chuẩn: đáy phải là tam giác đều hoặc là hình vuông; mặt bên phải là tam giác cân tại đỉnh.

Để hình có tính thẩm mĩ có thể trang trí thêm các hoa văn hoặc các dòng chữ thích hợp. Chẳng hạn: Chúc mừng sinh nhật; Vui trung thu; Chúc mừng năm mới … .



Hình 2

Hoạt động 2. LÀM TRANH TREO TƯỜNG MINH HOẠ CÁC LOẠI HÌNH TỨ GIÁC ĐẶC BIỆT

MỤC TIÊU

Vận dụng các kiến thức đã học về tứ giác để làm ra các sản phẩm đẹp mắt, vừa giúp trang trí góc học tập vừa giúp hỗ trợ ôn tập Toán.

CHUẨN BỊ

– Giấy trắng có kẻ ô li, bút chì, màu sáp, thước;

– Sách giáo khoa Toán 8, tập một.

TỔ CHỨC HOẠT ĐỘNG

1. Mỗi học sinh dùng bút chì và thước vẽ hình mẫu hoa văn theo mẫu đã có trong sách giáo khoa.

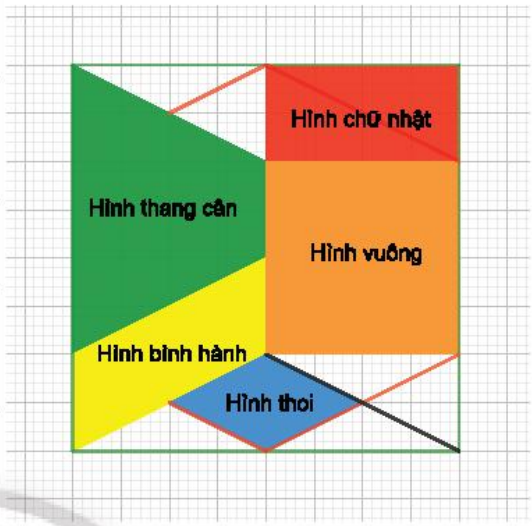
2. Tìm trong mẫu hoa văn các hình ứng với các loại tứ giác đã học: Hình thang cân, hình bình hành, hình thoi, hình chữ nhật, hình vuông, …

3. Tô các màu khác nhau cho các loại tứ giác khác nhau.

4. Ghi chú tên và định nghĩa mỗi loại tứ giác trên mép tờ giấy.

Ví dụ: Dưới đây là sản phẩm của một học sinh:

Tên	Định nghĩa
Hình thang cân	Tứ giác có hai cạnh đối song song và có hai góc kề một đáy bằng nhau.
Hình bình hành	Tứ giác có các cạnh đối song song.
Hình thoi	Tứ giác có bốn cạnh bằng nhau.
Hình chữ nhật	Tứ giác có bốn góc vuông.
Hình vuông	Tứ giác có bốn góc vuông và bốn cạnh bằng nhau.



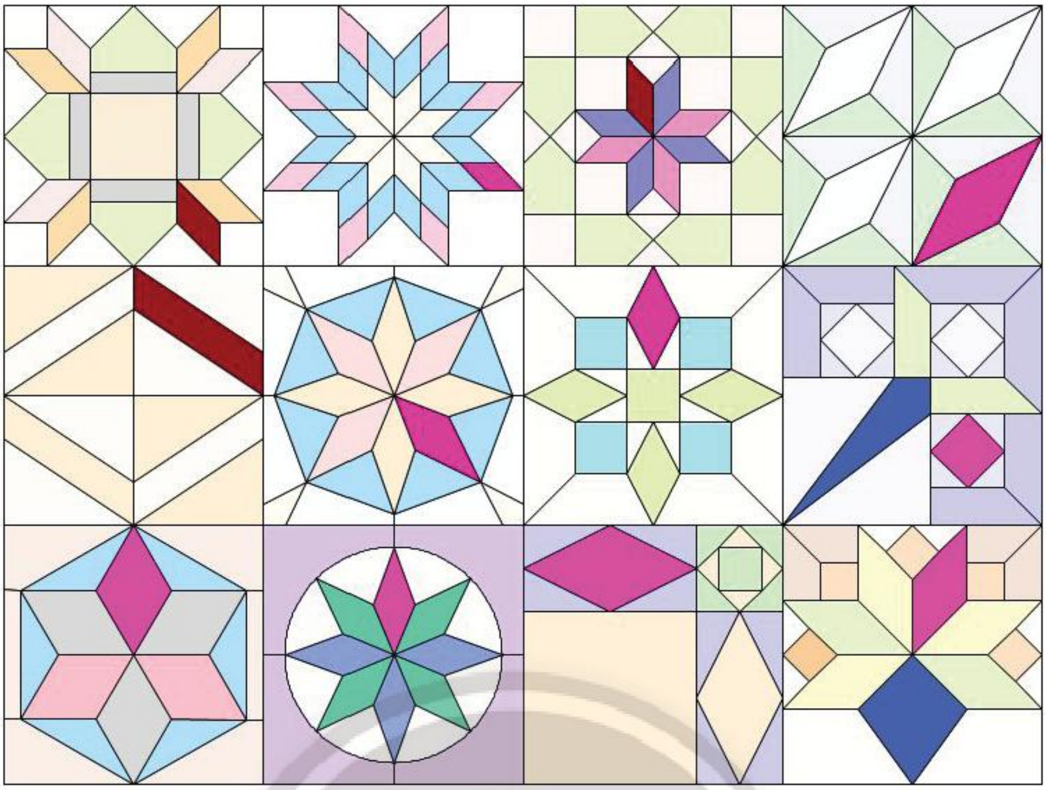
5. Giáo viên chỉ định một vài học sinh giới thiệu sản phẩm vừa làm cho cả lớp.

Chú ý:

a) Giáo viên khuyến khích mỗi học sinh sáng tạo các mẫu khác với ví dụ trong sách giáo khoa.

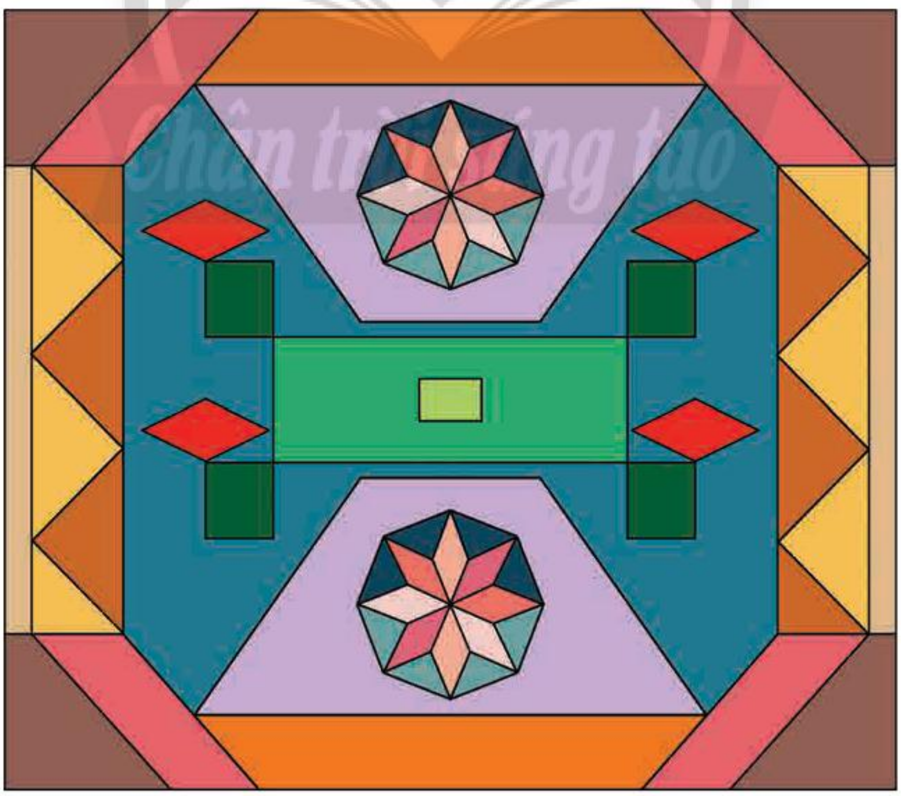
b) Học sinh có thể trình bày sản phẩm dưới dạng trang trình chiếu.

c) Giáo viên có thể tìm kiếm trên Internet các hình khác có liên quan đến trường học hoặc địa phương thay cho hình mẫu trong sách giáo khoa, chẳng hạn như hình dưới đây:



d) Giáo viên có thể hướng dẫn học sinh tự vẽ mẫu hoa văn đơn giản bằng phần mềm GeoGebra.

6. Giáo viên đánh giá, nhận xét kết quả và kết luận.



Hoạt động 3. THIẾT LẬP KẾ HOẠCH CHO MỘT MỤC TIÊU TIẾT KIỆM

MỤC TIÊU

Vận dụng các kiến thức đã học về thống kê để lập kế hoạch tiết kiệm tài chính nhằm đạt một mục tiêu của cá nhân hoặc của nhóm.

CHUẨN BỊ

– Giáo viên cung cấp cho mỗi tổ một tờ giấy A3 để làm áp phích.

– Mỗi học sinh chuẩn bị máy tính cầm tay, thước thẳng, bút bi, bút chì màu.

– Sách giáo khoa Toán 8, tập một.

TỔ CHỨC HOẠT ĐỘNG

1. Giáo viên chia lớp thành 4 nhóm.

2. Nhóm trưởng:

– Lấy ý kiến các bạn về một mục tiêu của nhóm, chẳng hạn: Muốn mua một trái bóng đá, bóng rổ, cặp vợt cầu lông dùng chung của nhóm, tổ chức một chuyến tham quan hoặc đi làm từ thiện chung của lớp.

– Phân công các bạn lập kế hoạch tiết kiệm cụ thể hằng ngày.

– Lập bảng thống kê theo dõi tiến độ từ lúc bắt đầu cho đến khi đạt mục tiêu.

– Vẽ biểu đồ thống kê biểu diễn các dữ liệu trong kế hoạch của nhóm (theo mẫu gợi ý).

– Phân công vẽ khẩu hiệu và trang trí áp phích.

3. Mỗi nhóm lên trước bục để thuyết trình giới thiệu sản phẩm của nhóm.

Chú ý:

a) Các nhóm có thể trình bày sản phẩm dưới dạng trang trình chiếu nếu nhà trường có điều kiện.

b) Giáo viên có thể yêu cầu học sinh trong mỗi nhóm tự thiết lập một mục tiêu tiết kiệm cá nhân và bình chọn trong nhóm ra một học sinh tiêu biểu để báo cáo.

c) Giáo viên có thể tổ chức cho cả lớp thiết lập một mục tiêu tiết kiệm chung cho cả lớp, chẳng hạn như một chuyến đi chơi dã ngoại cuối học kì 2 để tăng sự hứng thú cho học sinh.

Ví dụ:

Kế hoạch tài chính của nhóm 1, lớp 8A:

Mục tiêu tiết kiệm: Đi thăm các bạn học sinh mồ côi tại địa phương.

Kì vọng tiết kiệm được của cả nhóm 10 học sinh: 4 000 000 đồng.

Thời gian dự kiến: 7 tháng (từ ngày 1/11 năm nay đến ngày 30/5 năm sau).

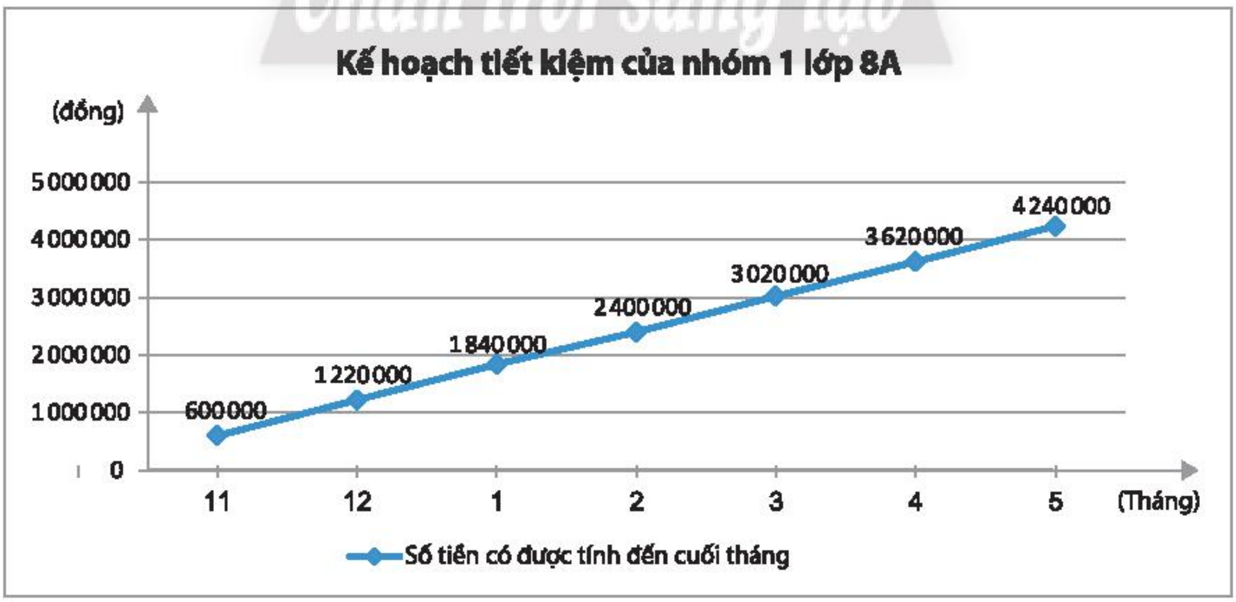
Mỗi học sinh tiết kiệm mỗi ngày: 2 000 đồng.

Nhóm 1 tiết kiệm mỗi ngày: 2 000 . 10 = 20 000 (đồng).

Bảng số liệu thống kê của nhóm:

Tháng	Số ngày	Số tiền tiết kiệm trong tháng (đồng)	Số tiền có được tính đến cuối tháng (đồng)
11	30	20000 . 30 = 600000	600000
12	31	20000 . 31 = 620000	1220000
1	31	20000 . 31 = 620000	1840000
2	28	20000 . 28 = 560000	2400000
3	31	20000 . 31 = 620000	3020000
4	30	20000 . 30 = 600000	3620000
5	31	20000 . 31 = 620000	4240000

Biểu đồ biểu diễn:



BẢNG GIẢI THÍCH THUẬT NGỮ

Bậc của đa thức

là bậc của hạng tử có bậc cao nhất trong dạng thu gọn của đa thức đó.

Bậc của đơn thức

là tổng số mũ của tất cả các biến có trong đơn thức đó.

Bình phương của một tổng, một hiệu

$(A + B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$

$(A - B)^2 = A^2 - 2AB + B^2$

Đa thức

là một tổng của những đơn thức.

Đa thức thu gọn

là đa thức không chứa hai hạng tử nào đồng dạng.

Định lí Pythagore

Trong một tam giác vuông, bình phương độ dài của cạnh huyền bằng tổng các bình phương độ dài của hai cạnh góc vuông.

Định lí Pythagore đảo

Nếu một tam giác có bình phương độ dài của một cạnh bằng tổng các bình phương độ dài của hai cạnh kia thì tam giác đó là tam giác vuông.

Đơn thức

là biểu thức đại số chỉ gồm một số, hoặc một biến, hoặc một tích giữa các số và các biến.

Đơn thức thu gọn

là đơn thức chỉ gồm tích của một số với các biến mà mỗi biến chỉ xuất hiện một lần dưới dạng luỹ thừa với số mũ nguyên dương.

Đồng nhất thức

Đẳng thức $A = B$ được gọi là một đồng nhất thức khi đẳng thức luôn đúng với mọi giá trị của biến.

Hai cạnh đối nhau của tứ giác

là hai cạnh không có chung một đỉnh nào.

Hai đỉnh đối nhau của tứ giác

là hai đỉnh không cùng nằm trên một cạnh.

Hai đơn thức đồng dạng

là hai đơn thức có hệ số khác 0 và có cùng phần biến.

Hạng tử

Mỗi đơn thức trong tổng gọi là một hạng tử của đa thức đó.

Hiệu của hai bình phương

$A^2 - B^2 = (A + B) . (A - B)$

Hình bình hành

là tứ giác có các cạnh đối song song.

Hình chóp tam giác đều

Hình chóp tam giác đều S.ABC có:

S gọi là đỉnh.

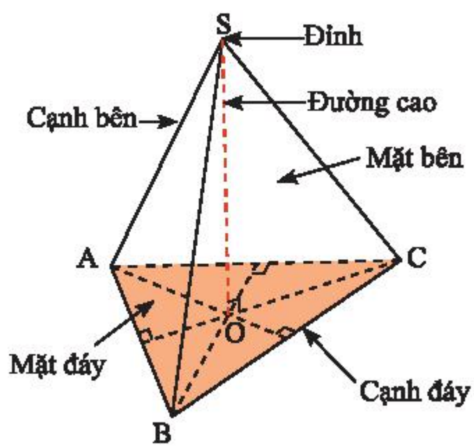
ABC là tam giác đều và gọi là mặt đáy.

SA, SB, SC bằng nhau và gọi là các cạnh bên.

SAB, SBC, SCA là các tam giác cân bằng nhau và được gọi là ba mặt bên.

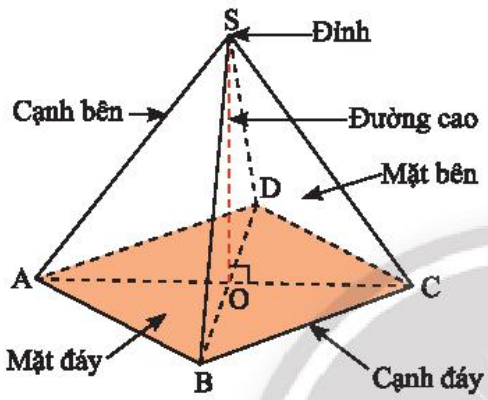
AB, BC, CA là các cạnh đáy.

SO là đường cao.



Hình chóp tứ giác đều

Hình chóp tứ giác đều S.ABCD có:
S gọi là đỉnh.
ABCD là hình vuông và gọi là mặt đáy.
SA, SB, SC, SD bằng nhau và gọi là các cạnh bên.
SAB, SBC, SCD, SDA là các tam giác cân bằng nhau và được gọi là bốn mặt bên.
AB, BC, CD, DA gọi là các cạnh đáy.
SO là đường cao.



Hình chữ nhật

là tứ giác có bốn góc vuông.

Hình thang

là tứ giác có hai cạnh đối song song.

Hình thang cân

là hình thang có hai góc kề một đáy bằng nhau.

Hình thang vuông

là hình thang có một góc vuông.

Hình thoi

là tứ giác có bốn cạnh bằng nhau.

Hình vuông

là tứ giác có bốn góc vuông và bốn cạnh bằng nhau.

Lập phương của một tổng, một hiệu

$(A+B)^3 = A^3 + 3A^2B + 3AB^2 + B^3$

$(A-B)^3 = A^3 - 3A^2B + 3AB^2 - B^3$

Phân thức bằng nhau

Hai phân thức $\frac{A}{B}$ và $\frac{C}{D}$ được gọi là bằng nhau nếu A . D = B . C.

Phân thức đại số

Một phân thức đại số (hay nói gọn là phân thức) là một biểu thức có dạng $\frac{A}{B}$, trong đó A, B là những đa thức và B khác đa thức không.

Phân tích đa thức thành nhân tử

là biến đổi đa thức đó thành một tích của những đa thức.

Quy đồng mẫu thức

là biến đổi các phân thức ấy thành những phân thức mới có cùng mẫu thức và lần lượt bằng các phân thức đã cho.

Tổng và hiệu của hai lập phương

$A^3 + B^3 = (A+B).(A^2 - AB + B^2)$

$A^3 - B^3 = (A-B).(A^2 + AB + B^2)$

Tứ giác

Tứ giác ABCD là hình gồm bốn đoạn thẳng AB, BC, CD và DA, trong đó bất kì hai đoạn thẳng nào cũng không cùng nằm trên một đường thẳng.

Tứ giác lồi

là tứ giác luôn nằm trong một phần mặt phẳng có bờ là đường thẳng chứa bất kì cạnh nào của tứ giác.

BẢNG TRA CỨU THUẬT NGỮ

Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam xin trân trọng cảm ơn các tác giả có tác phẩm, tư liệu được sử dụng, trích dẫn trong cuốn sách này.

Chịu trách nhiệm xuất bản:
Tổng Giám đốc HOÀNG LÊ BÁCH

Chịu trách nhiệm nội dung:
Tổng biên tập PHẠM VĨNH THÁI

Biên tập nội dung:	TRẦN THANH HÀ – NGUYỄN THỊ PHƯỚC THỌ – ĐĂNG THỊ THUÝ
Biên tập mĩ thuật:	ĐẶNG NGỌC HÀ
Thiết kế sách:	HOÀNG CAO HIỀN – BÙI XUÂN DƯƠNG
Trình bày bìa:	ĐẶNG NGỌC HÀ – TỐNG THANH THẢO
Minh hoạ:	NGỌC HÀ – CAO HIỀN – MẠNH HÙNG – TRỌNG SƠN
Sửa bản in:	TRẦN THANH HÀ – NGUYỄN THỊ PHƯỚC THỌ – ĐĂNG THỊ THUÝ
Chế bản:	CÔNG TY CP DỊCH VỤ XBGD GIA ĐỊNH

TOÁN 8 – TẬP MỘT (CHÂN TRỜI SÁNG TẠO)

Mã số: G2HH8T001M23

In .... bản, (QĐ in số ....) khổ 19 x 26,5 cm

Đơn vị in: ....

Địa chỉ: ....

Số ĐKXB: 9-2023/CXBIPH/24-2142/GD

Số QĐXB: ...., ngày .... tháng .... năm 20...

In xong và nộp lưu chiểu tháng .... năm 20...

Mã số ISBN: Tập 1: 978-604-0-35169-2
Tập 2: 978-604-0-35170-8

HUÂN CHƯƠNG HỒ CHÍ MINH

BỘ SÁCH GIÁO KHOA LỚP 8 – CHÂN TRỜI SÁNG TẠO

1. NGỮ VĂN 8 – TẬP MỘT
2. NGỮ VĂN 8 – TẬP HAI
3. TOÁN 8 – TẬP MỘT
4. TOÁN 8 – TẬP HAI
5. TIẾNG ANH 8
   Friends Plus - Student Book
6. GIÁO DỤC CÔNG DÂN 8
7. KHOA HỌC TỰ NHIÊN 8
8. LỊCH SỬ VÀ ĐỊA LÍ 8
9. TIN HỌC 8
10. CÔNG NGHỆ 8
11. GIÁO DỤC THỂ CHẤT 8
12. ÂM NHẠC 8
13. MĨ THUẬT 8 (1)
14. MĨ THUẬT 8 (2)
15. HOẠT ĐỘNG TRẢI NGHIỆM, HƯỚNG NGHIỆP 8 (1)
16. HOẠT ĐỘNG TRẢI NGHIỆM, HƯỚNG NGHIỆP 8 (2)

Các đơn vị đầu mối phát hành

- **Miền Bắc:** CTCP Đầu tư và Phát triển Giáo dục Hà Nội
  CTCP Sách và Thiết bị Giáo dục miền Bắc
- **Miền Trung:** CTCP Đầu tư và Phát triển Giáo dục Đà Nẵng
  CTCP Sách và Thiết bị Giáo dục miền Trung
- **Miền Nam:** CTCP Đầu tư và Phát triển Giáo dục Phương Nam
  CTCP Sách và Thiết bị Giáo dục miền Nam
  CTCP Sách và Thiết bị Giáo dục Cửu Long

Sách điện tử: http://hanhtrangso.nxbgd.vn

Kích hoạt để mở học liệu điện tử: Cào lớp nhũ trên tem để nhận mã số. Truy cập http://hanhtrangso.nxbgd.vn và nhập mã số tại biểu tượng chìa khoá.

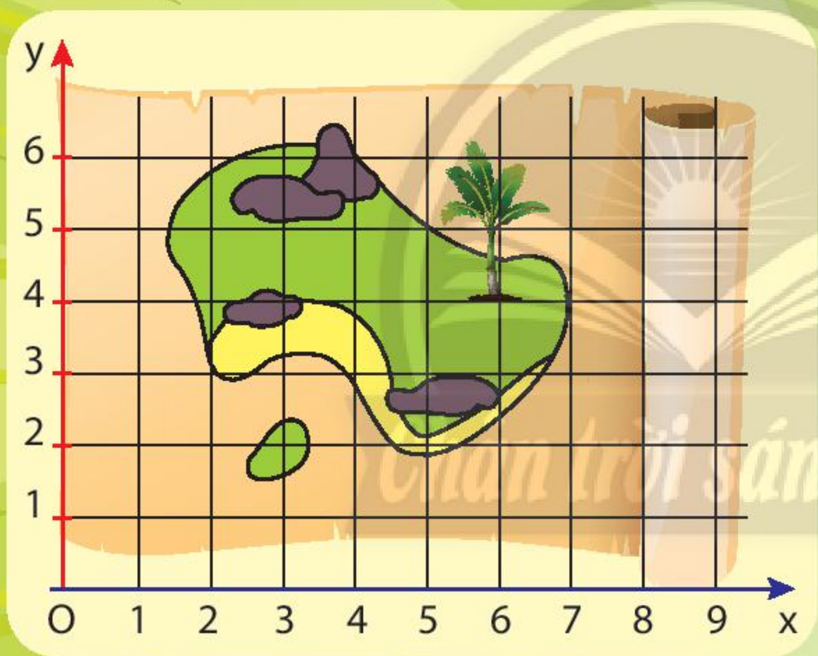
ISBN 978-604-0-35169-2
9 786040 351692

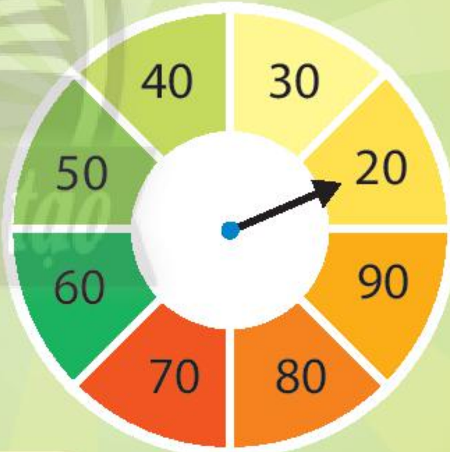
Bản in thử
Sách không bán

TRẦN NAM DŨNG (Tổng Chủ biên)
TRẦN ĐỨC HUYÊN – NGUYỄN THÀNH ANH (đồng Chủ biên)
NGUYỄN CAM – NGUYỄN VĂN HIỂN
NGÔ HOÀNG LONG – HUỲNH NGỌC THANH

TOÁN 8

TẬP HAI





NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM

TRẦN NAM DŨNG (Tổng Chủ biên)
TRẦN ĐỨC HUYÊN – NGUYỄN THÀNH ANH (đồng Chủ biên)
NGUYỄN CAM – NGUYỄN VĂN HIỂN
NGÔ HOÀNG LONG – HUỲNH NGỌC THANH

TOÁN

(Bản in thử)

8

Chân trời sáng tạo

TẬP HAI

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM

HƯỚNG DẪN SỬ DỤNG SÁCH

Mỗi bài học thường có các phần như sau:

Hoạt động khởi động	Gợi mở vấn đề, dẫn dắt học sinh vào bài học.
Hoạt động khám phá	Gợi ý một số vấn đề giúp học sinh tìm ra kiến thức mới.
	Kiến thức trọng tâm
Thực hành	Giúp học sinh làm những bài tập cơ bản áp dụng kiến thức vừa học.
Vận dụng	Ứng dụng kiến thức đã biết vào một tình huống, điều kiện mới hoặc để giải quyết vấn đề.
	Các kiến thức, kĩ năng học sinh đạt được sau mỗi bài học.
Em có biết?	Giúp các em tìm hiểu những điều kì diệu của Toán học và các ứng dụng của Toán học vào thực tế cuộc sống.

LỜI NÓI ĐẦU

Các em học sinh, quý thầy, cô giáo và phụ huynh thân mến!

Sách Toán 8 thuộc bộ sách giáo khoa **Chân trời sáng tạo** được biên soạn theo Chương trình giáo dục phổ thông năm 2018 của Bộ Giáo dục và Đào tạo.

Cấu trúc sách Toán 8 được chia thành hai tập.

Tập hai bao gồm ba phần:

Số và Đại số gồm hai chương: *Hàm số và đồ thị; Phương trình.*

Hình học và Đo lường gồm hai chương: *Định lí Thalès; Hình đồng dạng.*

Một số yếu tố Thống kê và Xác suất gồm một chương: *Một số yếu tố xác suất.*

Cấu trúc mỗi bài học thường được thống nhất theo các bước: khởi động, khám phá, thực hành, vận dụng và cuối mỗi bài học có nội dung để học sinh tự đánh giá. Các bài học sẽ tạo nên môi trường học tập tương tác tích cực; đồng thời khai thác được các ứng dụng công nghệ thông tin vào học Toán.

Nội dung sách hướng đến mục đích đảm bảo dễ dạy, dễ học, gắn Toán học với thực tiễn. Các hoạt động học tập được chọn lọc phù hợp với lứa tuổi và khả năng nhận thức của học sinh, thể hiện tinh thần tích hợp, gắn bó môn Toán với các môn học khác, đáp ứng được nhu cầu của học sinh trên mọi miền đất nước.

Chúng tôi tin tưởng rằng với cách biên soạn này, sách giáo khoa Toán 8 sẽ hỗ trợ giáo viên hạn chế được những khó khăn trong quá trình dạy học, đồng thời giúp các em học sinh hứng thú hơn khi học tập.

Rất mong nhận được sự góp ý của quý thầy, cô giáo, phụ huynh và các em học sinh để sách ngày càng hoàn thiện hơn.

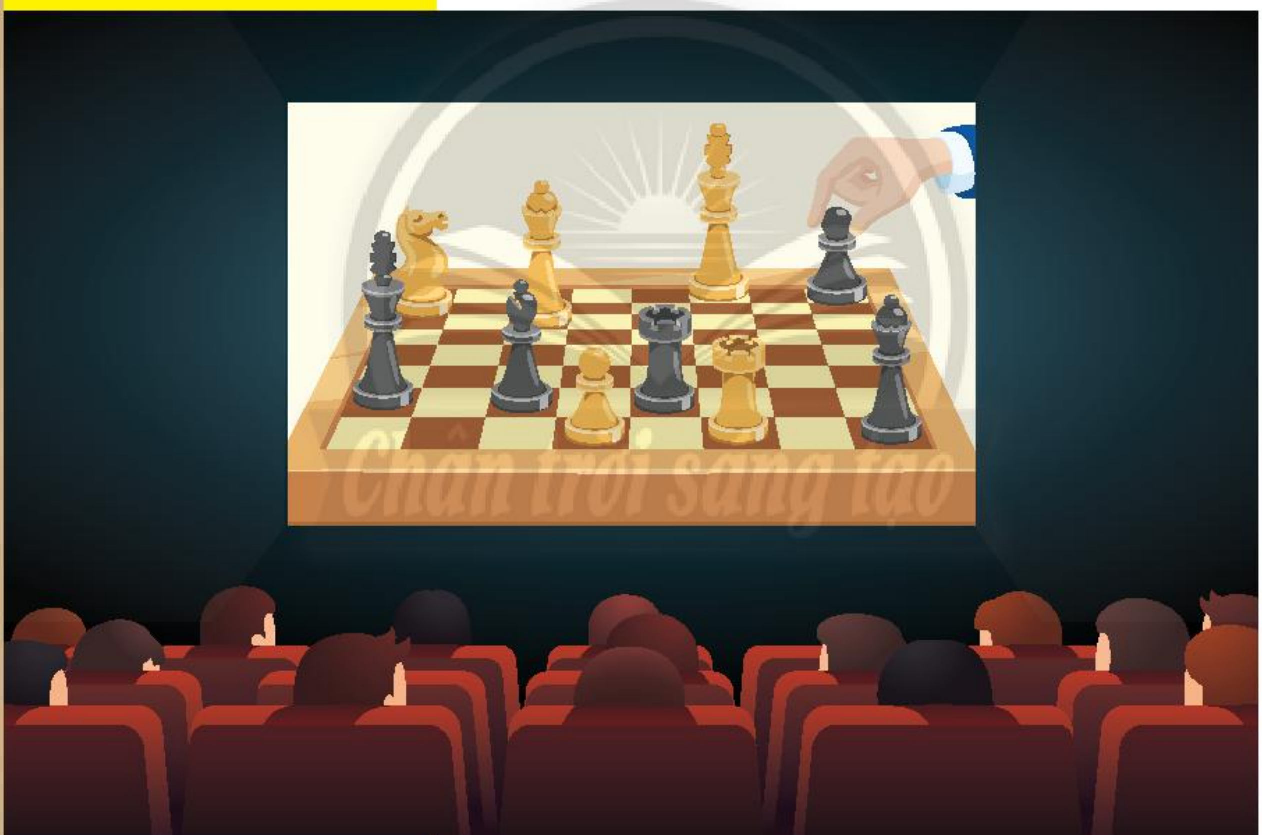
CÁC TÁC GIẢ

MỤC LỤC

Phần SỐ VÀ ĐẠI SỐ

Chương 5 HÀM SỐ VÀ ĐỒ THỊ

Trong chương này, các em sẽ tìm hiểu về hàm số, một khái niệm cơ bản của toán học. Chúng ta cũng sẽ học về cách xác định một điểm bằng phương pháp toạ độ, cách vẽ đồ thị của hàm số bậc nhất, cách tìm hệ số góc của một đường thẳng và vận dụng các kiến thức đó vào giải toán và giải quyết một số vấn đề thực tiễn.



Phương pháp toạ độ có rất nhiều ứng dụng từ xếp chỗ trong rạp hát cho đến biểu diễn vị trí các quân cờ trên bàn cờ.

Bài 1 KHÁI NIỆM HÀM SỐ

Số liệu về lượng mưa M (mm) trong 7 tháng mùa mưa của thành phố Đà Lạt năm 2020 được biểu diễn theo số n chỉ tháng trong biểu đồ dưới đây.

(Nguồn: *Tổng cục Thống kê*)

Quan sát biểu đồ và cho biết lượng mưa ở mỗi tháng là bao nhiêu?

1. KHÁI NIỆM HÀM SỐ

a) Nhiệt độ cơ thể d (°C) của bệnh nhân theo thời gian h (giờ) trong ngày được ghi trong bảng sau:

h (giờ)	7	8	9	10	11	12	13	14	15
d (°C)	36	37	36	37	38	37	38	39	39

Ứng với mỗi giờ em đọc được bao nhiêu số chỉ nhiệt độ?

b) Thời gian t (giờ) để một vật chuyển động đều đi hết quãng đường 180 km tỉ lệ nghịch với vận tốc v (km/h) của nó theo công thức: $t = \frac{180}{v}$.

Tính và lập bảng các giá trị tương ứng của t khi v lần lượt bằng 10; 20; 30; 60; 180.

Ứng với mỗi giá trị của đại lượng v em tính được bao nhiêu giá trị của đại lượng t?

Nếu đại lượng y phụ thuộc vào một đại lượng thay đổi x sao cho với mỗi giá trị của x ta luôn xác định được duy nhất một giá trị tương ứng của y thì y được gọi là *hàm số* của *biến số* x.

Ví dụ 1. Hãy chỉ ra các đại lượng là hàm số và biến số trong và .

Giải

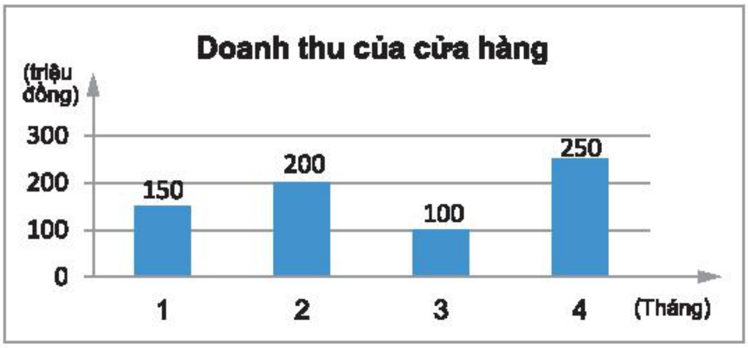
– Đại lượng lượng mưa M là hàm số của biến số n chỉ tháng trong năm.

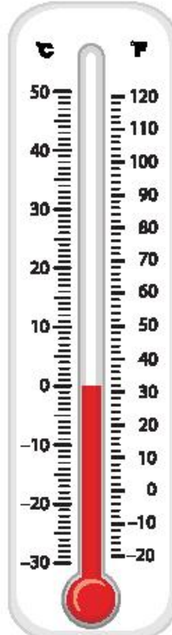
– Đại lượng nhiệt độ d là hàm số của biến số h chỉ giờ trong ngày.

– Đại lượng thời gian t là hàm số của biến số v chỉ vận tốc.

Thực hành 1. Mô tả các đại lượng là hàm số và biến số trong các mô hình sau:

a) Biểu đồ cột chỉ doanh thu y (triệu đồng) của một cửa hàng trong tháng x.





Hình 1

b) Quãng đường s (km) đi được trong thời gian t (giờ) của một chiếc xe chạy với tốc độ không đổi bằng 40 km/h.

c) Số tiền y (đồng) người mua phải trả cho x quyển vở có giá 10 000 đồng/quyển.

Vận dụng 1. Khi đo nhiệt độ, ta có công thức đổi từ đơn vị độ C (Celsius) sang đơn vị độ F (Fahrenheit) như sau: $F = 1,8C + 32$. Theo em, F có phải là một hàm số theo biến số C hay không? Giải thích.

2. GIÁ TRỊ CỦA HÀM SỐ

2 Cho biết đại lượng y được tính theo đại lượng x như sau: $y = 2x + 3$.

x	1	2	3	4	...
$y = 2x + 3$	5	7	9	...	...

a) Tính y khi $x = 4$.

b) Cho x một giá trị tuỳ ý, tính giá trị tương ứng của y.

Cách cho một hàm số

Hàm số có thể được cho bằng bảng, biểu đồ hoặc bằng công thức, ...

Nếu y là hàm số của x ta có thể viết $y = f(x)$, $y = g(x)$, ... Chẳng hạn, với hàm số được cho bởi công thức $y = 4x + 1$, ta còn có thể viết $y = f(x) = 4x + 1$.

Cho hàm số $y = f(x)$, nếu ứng với $x = a$ ta có $y = f(a)$ thì $f(a)$ được gọi là *giá trị của hàm số* $y = f(x)$ tại $x = a$.

Bảng số liệu sau đây được gọi là một *bảng giá trị của hàm số* $y = f(x)$.

x	a	b	c	...	...
$y = f(x)$	f(a)	f(b)	f(c)	...	...

Ví dụ 2. Cho hàm số $y = f(x) = -2x + 1$.

a) Tính $f(10)$; $f(-10)$.

b) Lập bảng giá trị của hàm số với x lần lượt bằng -2; -1; 0; 1; 2.

Giải

a) Thay x bằng 10 và -10 vào $f(x)$, ta có:

$f(10) = -2 \, . \, 10 + 1 = -20 + 1 = -19$;

$f(-10) = -2 \, . \, (-10) + 1 = 20 + 1 = 21$.

b) Cho x lần lượt bằng -2; -1; 0; 1; 2, ta có bảng giá trị của hàm số:

x	-2	-1	0	1	2
$y = f(x) = -2x + 1$	5	3	1	-1	-3

Thực hành 2.

a) Các giá trị tương ứng của hai đại lượng x và y được cho trong bảng sau:

x	-3	-2	-1	1	2	3
y	-6	-4	-2	2	4	6

Đại lượng y có phải là hàm số của đại lượng x không?

b) Cho hàm số $y = f(x) = x^2$.

– Tính $f(2)$; $f(-3)$.

– Lập bảng giá trị của hàm số với x lần lượt bằng -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3.

Vận dụng 2. Gọi $C = f(d)$ là hàm số mô tả mối quan hệ giữa chu vi C và đường kính d của một đường tròn. Tìm công thức $f(d)$ và lập bảng giá trị của hàm số ứng với d lần lượt bằng 1; 2; 3; 4 (theo đơn vị cm).

Chú ý: Khi x thay đổi mà y luôn nhận một giá trị không đổi c thì y được gọi là *hàm hằng*, kí hiệu $y = f(x) = c$.

Ví dụ 3. Nhiệt độ N của một máy ấp trứng gà được cài đặt luôn bằng 37,5 °C không thay đổi theo thời gian t. Em hãy viết công thức xác định hàm số $N(t)$ của nhiệt độ theo thời gian.

Giải

Vì nhiệt độ không đổi và luôn bằng 37,5 °C với mọi giá trị của biến số t nên ta có hàm hằng: $N(t) = 37,5$.

Hình 2

BÀI TẬP

1. Các giá trị tương ứng của hai đại lượng x và y được cho trong các bảng sau. Trong mỗi trường hợp, hãy cho biết đại lượng y có phải là hàm số của đại lượng x không? Giải thích.

a)

x	0	1	2	3	4	5	6	7
y	1	2	3	4	5	6	7	8

b)

x	-3	-2	-1	1	2	2
y	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{2}$	-1	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$

2. Cho hàm số $y = f(x) = 3x$.

a) Tính $f(1)$; $f(-2)$; $f\left(\frac{1}{3}\right)$.

b) Lập bảng các giá trị tương ứng của y khi x lần lượt nhận các giá trị:

-3; -2; -1; 0; 1; 2; 3.

3. Cho hàm số $y = f(x) = x^2 + 4$. Tính $f(-3)$; $f(-2)$; $f(-1)$; $f(0)$; $f(1)$.

4. Khối lượng m (g) của một thanh sắt có khối lượng riêng là 7,8 kg/dm^3 tỉ lệ thuận với thể tích V (cm^3) theo công thức $m = 7{,}8V$. Đại lượng m có phải là hàm số của đại lượng V không? Nếu có, tính $m(10)$; $m(20)$; $m(30)$; $m(40)$; $m(50)$.

5. Thời gian t (giờ) của một vật chuyển động đều trên quãng đường 20 km tỉ lệ nghịch với tốc độ v (km/h) của nó theo công thức $t = \frac{20}{v}$. Tính và lập bảng các giá trị tương ứng của t khi v lần lượt nhận các giá trị 10; 20; 40; 80.

Sau bài học này, em đã làm được những gì?

– Nhận biết được những mô hình thực tế dẫn đến khái niệm hàm số.

– Tính được giá trị của hàm số khi hàm số đó xác định bởi công thức.

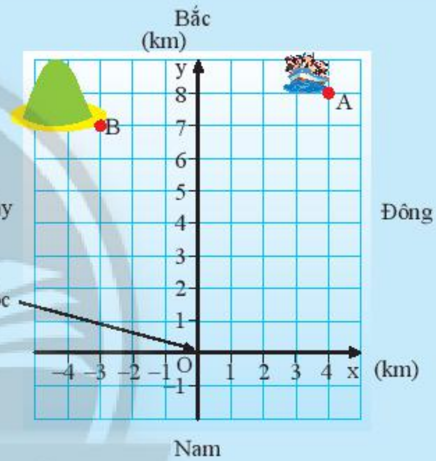
Bài 2 TOẠ ĐỘ CỦA MỘT ĐIỂM VÀ ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ

Bạn Cúc mới học chơi cờ vua. Em hãy tìm giúp bạn:
– Quân Hậu Trắng đang ở giao của các cột nào và hàng nào?
– Tại giao của cột b và hàng 8 là quân gì?
Cho biết tên gọi của các quân cờ trên bàn cờ vua như sau:

Quân cờ						
Tên gọi	Tốt	Xe	Mã	Tượng	Hậu	Vua

1. TOẠ ĐỘ CỦA MỘT ĐIỂM

Trên biển có một con tàu ở vị trí A và một hòn đảo ở vị trí B (Hình 1). Hãy mô tả vị trí của con tàu và vị trí của hòn đảo so với vị trí của hai trục Ox và Oy.

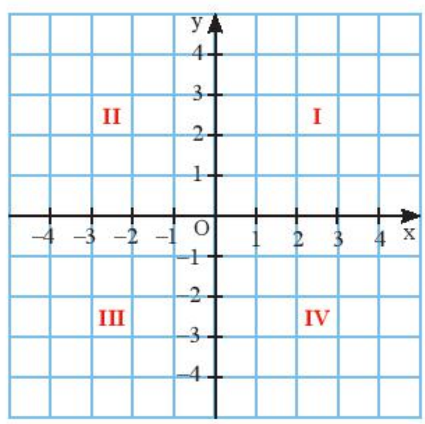


Hình 1

Trong thực tế, có nhiều tình huống chúng ta cần phải xác định vị trí của các điểm trên mặt phẳng.

Mặt phẳng toạ độ

Trên mặt phẳng, ta vẽ hai trục số Ox và Oy vuông góc với nhau tại gốc O của mỗi trục, khi đó ta có *hệ trục toạ độ* Oxy.
Các trục Ox, Oy gọi là các *trục toạ độ*. Ox gọi là *trục hoành* và thường được vẽ nằm ngang, Oy gọi là *trục tung* và thường được vẽ thẳng đứng. Giao điểm O được gọi là *gốc toạ độ*.
Mặt phẳng có hệ trục toạ độ Oxy gọi là *mặt phẳng toạ độ* Oxy. Hai trục Ox, Oy chia mặt phẳng toạ độ Oxy thành bốn góc: góc phần tư thứ I, II, III, IV.
Các đơn vị dài trên hai trục toạ độ thường được chọn bằng nhau (nếu không nói gì thêm).



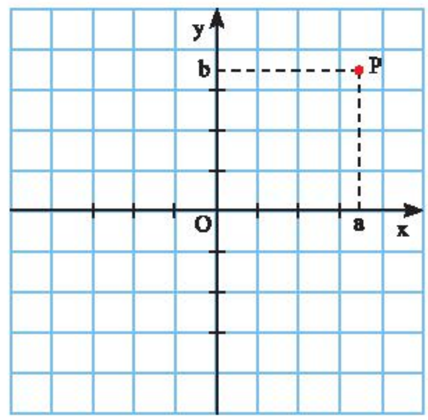
Hình 2

Toạ độ của một điểm trên mặt phẳng toạ độ

Ta xác định vị trí một điểm P trong mặt phẳng toạ độ Oxy bằng cách dùng hai số thực như sau:

Từ P vẽ các đường vuông góc với các trục toạ độ cắt trục hoành tại điểm a và trục tung tại điểm b. Khi đó cặp số (a; b) gọi là *toạ độ của điểm* P và kí hiệu P(a; b). Số a gọi là *hoành độ* và số b gọi là *tung độ* của điểm P.

Gốc toạ độ O có toạ độ là (0; 0).



Hình 3

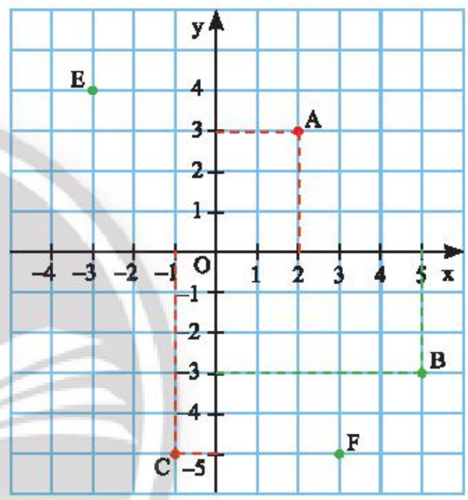
Chú ý: Trên mặt phẳng toạ độ, mỗi điểm P xác định đúng một cặp số (a; b).

Ví dụ 1. Tìm toạ độ của các điểm A, B, C trong Hình 4.

Giải

Qua A kẻ các đường thẳng vuông góc với hai trục toạ độ, các đường này cắt Ox tại điểm 2 và cắt Oy tại điểm 3. Ta được toạ độ điểm A là (2; 3).

Tương tự, ta có: B(5; –3), C(–1; –5).



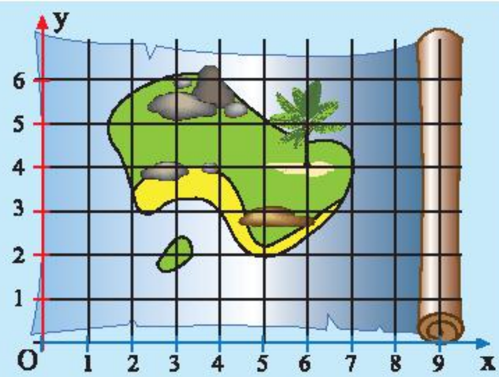
Hình 4

Thực hành 1. Tìm toạ độ của các điểm O, E, F trong Hình 4.

Vận dụng 1. Tìm toạ độ vị trí A của con thuyền và B của hòn đảo trong .

2. XÁC ĐỊNH MỘT ĐIỂM TRÊN MẶT PHẲNG TOẠ ĐỘ KHI BIẾT TOẠ ĐỘ CỦA NÓ

Bạn Khoa tìm được tấm bản đồ cổ cho biết kho báu của thuyền trưởng Độc Nhãn trên đảo Hòn Dừa (Hình 5) được giấu tại điểm có toạ độ (6; 4). Em hãy kẻ một đường thẳng vuông góc với Ox tại điểm 6 và một đường thẳng vuông góc với Oy tại điểm 4. Xác định giao điểm của hai đường thẳng vừa vẽ để giúp bạn Khoa tìm kho báu.



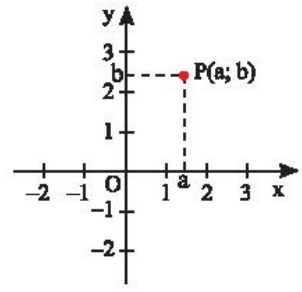
Hình 5

Để xác định một điểm P có toạ độ là (a; b), ta thực hiện các bước sau:

– Tìm trên trục hoành điểm a và vẽ đường thẳng vuông góc với trục này tại điểm a.

– Tìm trên trục tung điểm b và vẽ đường thẳng vuông góc với trục này tại điểm b.

– Giao điểm của hai đường thẳng vừa vẽ cho ta điểm P cần tìm.



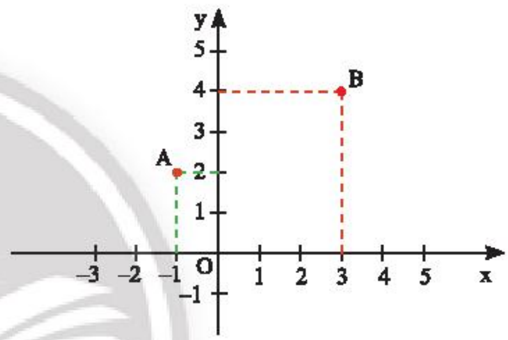
Hình 6

Chú ý: Trên mặt phẳng toạ độ, mỗi cặp số (a; b) xác định một điểm P duy nhất.

Ví dụ 2. Vẽ một hệ trục toạ độ Oxy và đánh dấu các điểm A(–1; 2), B(3; 4).

Giải

Các điểm A(–1; 2), B(3; 4) được xác định trên mặt phẳng toạ độ Oxy như Hình 7.



Hình 7

Thực hành 2. Vẽ một hệ trục toạ độ Oxy và đánh dấu các điểm C(3; 0), D(0; –2), E(–3; –4).

Vận dụng 2. Người ta có thể dùng hai số để xác định vị trí của một điểm trên mặt đất hoặc địa cầu, chẳng hạn Lý Sơn là một huyện đảo nổi tiếng của Việt Nam, nằm ở vị trí 109°07'3"Đ, 15°22'51"B. Em hãy lấy một bản đồ địa lí Việt Nam và xác định vị trí của đảo Lý Sơn theo kinh độ và vĩ độ.

3. ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ

3 Làm thế nào để biểu diễn hàm số y = f(x) trên mặt phẳng toạ độ?

Người ta có thể biểu diễn hàm số y = f(x) một cách trực quan bằng cách vẽ các điểm có toạ độ (x; y) trong mặt phẳng toạ độ.

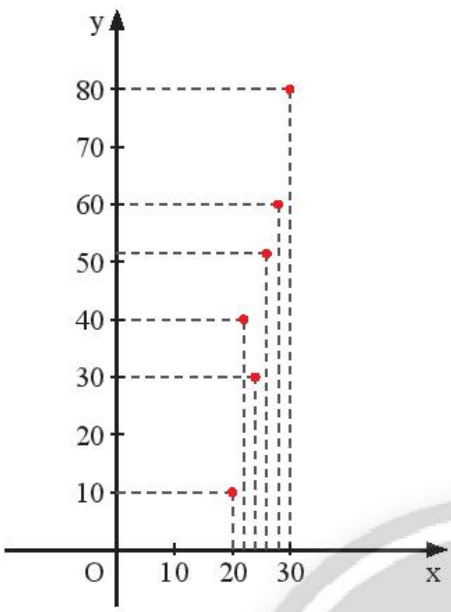
Đồ thị của hàm số y = f(x) trên mặt phẳng toạ độ Oxy là tập hợp tất cả các điểm M(x; f(x)).

Ví dụ 3. Vẽ đồ thị của hàm số hàm số y = f(x) cho bằng bảng sau:

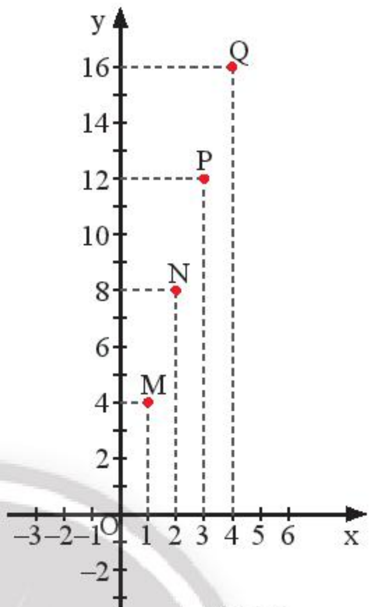
x	20	22	24	26	28	30
y = f(x)	10	40	30	52	60	80

Giải

Đồ thị hàm số là tập hợp các điểm có toạ độ (20; 10), (22; 40), (24; 30), (26; 52), (28; 60), (30; 80) được vẽ trên mặt phẳng toạ độ (Hình 8).



Hình 8



Hình 9

Ví dụ 4. Lập bảng giá trị của hàm số có đồ thị như Hình 9.

Giải

Ta có bảng giá trị của hàm số đã cho như sau:

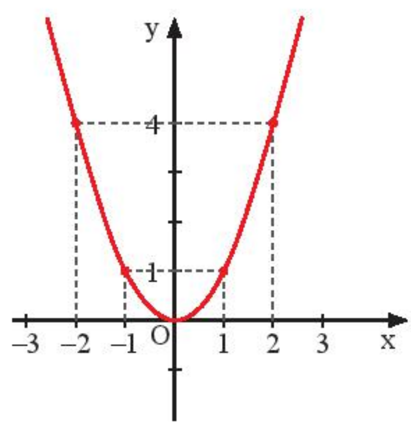
x	1	2	3	4
y	4	8	12	16

Thực hành 3. Vẽ đồ thị của hàm số y = f(x) cho bằng bảng sau:

x	–2	–1	0	1	2
y	2	1	0	–1	–2

Vận dụng 3. Cho hàm số y = f(x) có đồ thị như Hình 10. Hãy hoàn thành bảng giá trị của hàm số sau đây:

x	–2	–1	0	1	2
y	?	?	?	?	?



Hình 10

BÀI TẬP

1. Vẽ một hệ trục toạ độ Oxy và đánh dấu các điểm A(–2; 0), B(3; 0), C(4; 0).
a) Em có nhận xét gì về các điểm A, B, C?
b) Em hãy cho biết một điểm bất kì trên trục hoành có tung độ bằng bao nhiêu.

2. Vẽ một hệ trục toạ độ Oxy và đánh dấu các điểm M(0; –2), N(0; 1), P(0; 4).
a) Em có nhận xét gì về các điểm M, N, P?
b) Em hãy cho biết một điểm bất kì trên trục tung có hoành độ bằng bao nhiêu.

3. Vẽ một hệ trục toạ độ Oxy và đánh dấu các điểm A(–3; 3), B(3; 3), C(3; –3), D(–3; –3). Nêu nhận xét về các cạnh và các góc của tứ giác ABCD.

4. Vẽ đồ thị hàm số được cho bởi bảng sau:

x	–3	–1	0	1	2
y	–6	–2	0	2	4

5. Trong những điểm sau, tìm điểm thuộc đồ thị của hàm số y = 4x:

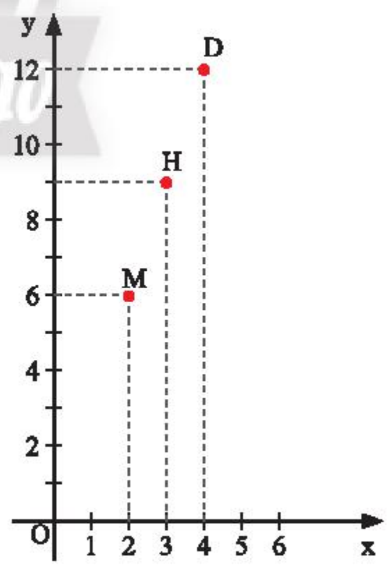
M(–1; –4); N(1; –4); $P\left(\frac{1}{4}; 1\right)$.

6. Cho y là hàm số của biến số x. Giá trị tương ứng của x, y được cho trong bảng sau:

x	–2	–1	0	1	2
y	–6	–3	0	3	6

a) Vẽ hệ trục toạ độ Oxy và xác định các điểm biểu diễn các cặp giá trị (x; y) tương ứng có trong bảng trên.
b) Em có nhận xét gì về các điểm vừa xác định trong câu a?

7. Số quyển vở x đã mua và số tiền y (nghìn đồng) phải trả của ba bạn Hùng, Dũng, Mạnh được biểu diễn lần lượt bởi ba điểm H, D, M trong mặt phẳng toạ độ Oxy như Hình 11.
a) Tìm toạ độ của các điểm H, D, M.
b) Hỏi ai mua nhiều quyển vở nhất?



Hình 11

8. Mai trông coi một cửa hàng bán kem, em nhận thấy có mối quan hệ giữa số que kem S bán ra mỗi ngày và nhiệt độ cao nhất t (°C) của ngày hôm đó. Mai đã ghi lại các giá trị tương ứng của t và S trong bảng sau:

t	18	20	21	25	28	30
S	36	40	42	50	56	60

Vẽ đồ thị của hàm số S theo biến số t.

Em có biết?

RENÉ DESCARTES – NGƯỜI PHÁT MINH RA MẶT PHẲNG TOẠ ĐỘ

Descartes (1596 – 1650) là nhà khoa học, nhà toán học người Pháp đã hoàn thiện và công bố lí thuyết về mặt phẳng toạ độ. Ông được xem là nhà toán học đã kết hợp được hai ngành Hình học và Đại số.

(Nguồn: *https://www.britannica.com/biography/Rene-Descartes*)

TRÒ CHƠI: BẮN TÀU TRÊN BIỂN

Trò chơi dành cho nhóm hai bạn. Mỗi bạn lấy một tờ giấy có vẽ hệ trục toạ độ Oxy ($-10 < x, y < 10$). Tự bố trí 4 tàu vào 4 điểm có toạ độ tuỳ ý (phải giữ kín không cho đối phương biết). Cách chơi như sau:

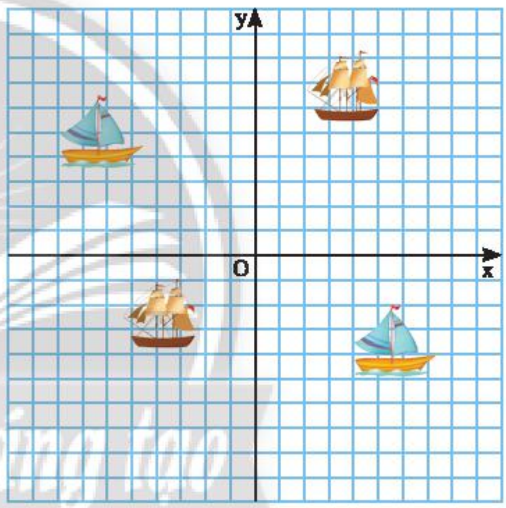
– Hai bạn ngồi xa nhau.

– Các bạn luân phiên đọc toạ độ của điểm mà mình vừa bắn.

– Nếu toạ độ bắn trùng với toạ độ tàu của bên bị bắn thì bên này hô to "tàu chìm", ngược lại thì hô "hụt".

– Bạn nào bị chìm hết tàu trước thì thua.

Chúc các em vui nhé!



Sau bài học này, em đã làm được những gì?

– Xác định được toạ độ của một điểm trên mặt phẳng toạ độ.

– Xác định được một điểm trên mặt phẳng toạ độ khi biết toạ độ của nó.

– Nhận biết được đồ thị hàm số.

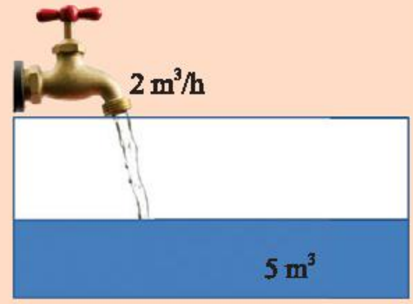
Bài 3 HÀM SỐ BẬC NHẤT $y = ax + b$ $(a \neq 0)$

Có một cái bể đã chứa sẵn 5 m^3 nước. Người ta bắt đầu mở một vòi nước cho chảy vào bể, mỗi giờ chảy được 2 m^3. Hãy tính:

a) Lượng nước chảy vào bể sau 1 giờ.

b) Lượng nước chảy vào bể sau x giờ.

c) Lượng nước y có trong bể sau x giờ.



1. HÀM SỐ BẬC NHẤT

1 Trong thực tế chúng ta thường gặp các mô hình dẫn đến những hàm số có dạng như:

$y = 2x + 5$; $y = -x + 4$; $y = 5x$; …

Những hàm số này được gọi là hàm số bậc nhất. Vậy hàm số bậc nhất có dạng như thế nào?

Hàm số bậc nhất là hàm số được cho bởi công thức $y = ax + b$ với a, b là các số cho trước và $a \neq 0$.

Ví dụ 1. Tìm các hàm số bậc nhất trong các hàm số sau đây và chỉ ra các hệ số a, b của các hàm số đó:

$y = 2x + 5$; $y = -7x$; $s = 2v + 8$; $P = 9{,}8m + 2{,}3$; $y = \sqrt{2}x + \sqrt{3}$; $y = 2x^2 + 9$.

Giải

Các hàm số sau là hàm số bậc nhất:

$y = 2x + 5$ với $a = 2$ và $b = 5$.

$y = -7x$ với $a = -7$ và $b = 0$.

$s = 2v + 8$ với $a = 2$ và $b = 8$.

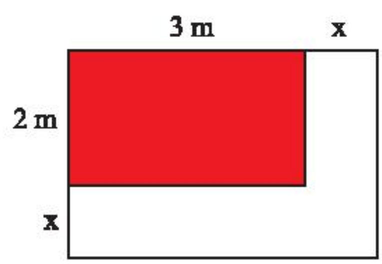
$P = 9{,}8m + 2{,}3$ với $a = 9{,}8$ và $b = 2{,}3$.

$y = \sqrt{2}x + \sqrt{3}$ với $a = \sqrt{2}$ và $b = \sqrt{3}$.

Thực hành 1. Tìm các hàm số bậc nhất trong các hàm số sau đây và chỉ ra các hệ số a, b của các hàm số đó:

$y = 4x - 7$; $y = x^2$; $y = -6x - 4$; $y = 4x$; $y = \dfrac{3}{x}$; $s = 5v + 8$; $m = 30n - 25$.

Vận dụng 1. Một hình chữ nhật có các kích thước là 2 m và 3 m. Gọi y là chu vi của hình chữ nhật này sau khi tăng chiều dài và chiều rộng thêm x (m). Hãy chứng tỏ y là một hàm số bậc nhất theo biến số x. Tìm các hệ số a, b của hàm số này.



Hình 1

2. BẢNG GIÁ TRỊ CỦA HÀM SỐ BẬC NHẤT

2 Lượng nước y (tính theo m³) có trong một bể nước sau x giờ mở vòi cấp nước được cho bởi hàm số $y = 2x + 3$. Tính lượng nước có trong bể sau 0 giờ; 1 giờ; 2 giờ; 3 giờ; 10 giờ và hoàn thành bảng giá trị sau:

x	0	1	2	3	10
$y = f(x) = 2x + 3$	?	?	?	?	?

Để lập bảng giá trị của hàm số bậc nhất $y = ax + b$ ta lần lượt cho x nhận các giá trị $x_1, x_2, x_3, \ldots$ ($x_1, x_2, x_3, \ldots$ tăng dần) và tính các giá trị tương ứng của y rồi ghi vào bảng có dạng sau:

x	x_1	x_2	x_3	...
$y = ax + b$	y_1	y_2	y_3	...

Ví dụ 2. Lập bảng giá trị của các hàm số bậc nhất

$$y = f(x) = 5x + 3 \text{ và } y = g(x) = -2x + 3$$

với x lần lượt bằng –2; –1; 0; 1; 2.

Giải

Bảng giá trị của hàm số $y = f(x) = 5x + 3$:

x	–2	–1	0	1	2
$y = f(x) = 5x + 3$	–7	–2	3	8	13

Bảng giá trị của hàm số $y = g(x) = -2x + 3$:

x	–2	–1	0	1	2
$y = g(x) = -2x + 3$	7	5	3	1	–1

Thực hành 2. Lập bảng giá trị của mỗi hàm số bậc nhất sau:

$$y = f(x) = 4x - 1 \text{ và } y = h(x) = -0{,}5x + 8$$

với x lần lượt bằng –3; –2; –1; 0; 1; 2; 3.

Vận dụng 2. Một xe khách khởi hành từ bến xe phía Bắc bưu điện thành phố Nha Trang để đi ra thành phố Đà Nẵng với tốc độ 40 km/h (Hình 2).

Hình 2

a) Biết rằng bến xe cách bưu điện thành phố Nha Trang 6 km. Sau x giờ, xe khách cách bưu điện thành phố Nha Trang y km. Tính y theo x.

b) Chứng minh rằng y là một hàm số bậc nhất theo biến số x.

c) Hoàn thành bảng giá trị của hàm số ở câu b) và giải thích ý nghĩa của bảng giá trị này:

x	0	1	2	3
y	?	?	?	?

3. ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ BẬC NHẤT

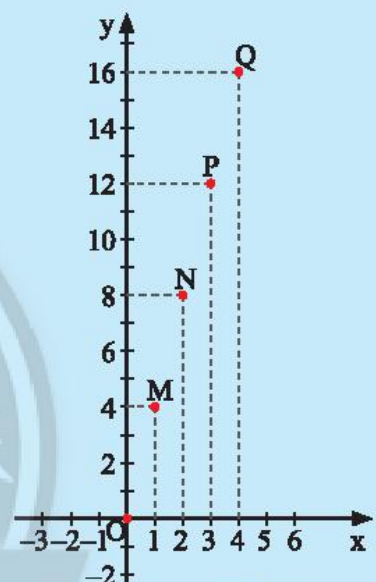
Đồ thị của hàm số y = ax (a ≠ 0)

3 Hùng mua x mét dây điện và phải trả số tiền là y nghìn đồng. Giá trị tương ứng giữa x và y được cho bởi bảng sau:

x	1	2	3	4
y	4	8	12	16

Hùng vẽ các điểm M(1; 4), N(2; 8), P(3; 12), Q(4; 16) trên mặt phẳng toạ độ Oxy như Hình 3.

Hãy dùng thước thẳng để kiểm tra các điểm O, M, N, P, Q có thẳng hàng không.



Hình 3

Người ta chứng minh được rằng: Đồ thị của hàm số y = ax (a ≠ 0) là một đường thẳng đi qua gốc toạ độ O(0; 0).

Để vẽ đồ thị của hàm số y = ax, ta thường thực hiện các bước sau:

Bước 1: Xác định một điểm M trên đồ thị khác gốc toạ độ O, chẳng hạn M(1; a).

Bước 2: Vẽ đường thẳng đi qua hai điểm O và M.

Chú ý: Đồ thị của hàm số y = ax còn được gọi là *đường thẳng* y = ax.

Ví dụ 3. Vẽ đồ thị của các hàm số sau:

a) $y = 3x$; b) $y = \frac{1}{3}x$.

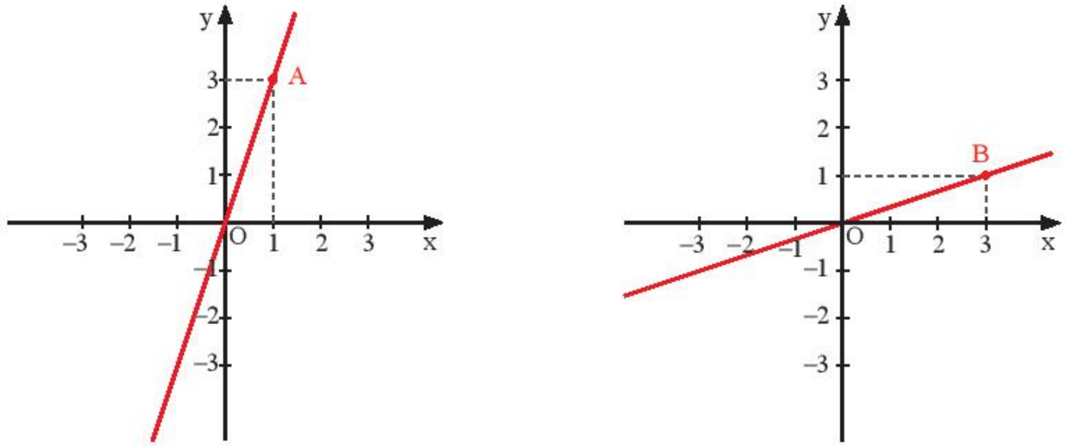
Giải

a) Cho x = 1 ta có y = 3. Ta vẽ điểm A(1; 3).

Đồ thị hàm số y = 3x là đường thẳng đi qua các điểm O(0; 0) và A(1; 3) (Hình 4a).

b) Cho $x = 3$ ta có $y = 1$. Ta vẽ điểm $B(3; 1)$.

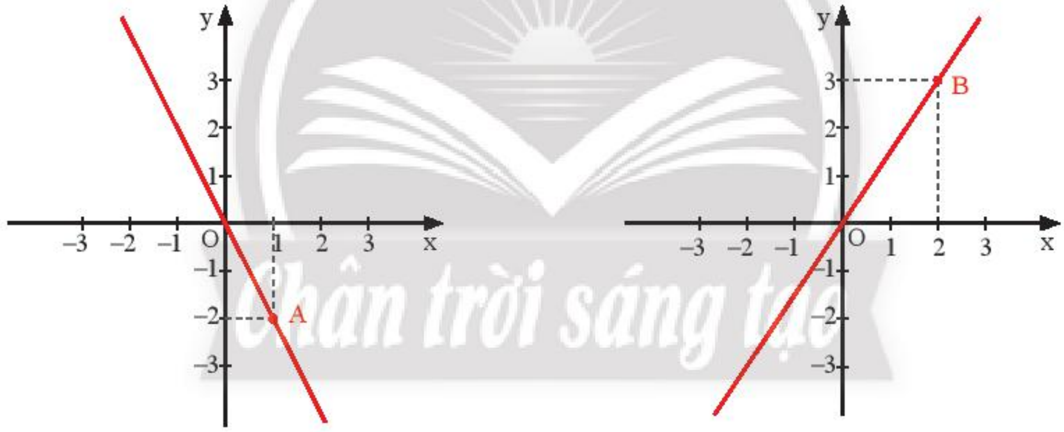
Đồ thị hàm số $y = \frac{1}{3}x$ là đường thẳng đi qua các điểm $O(0; 0)$ và $B(3; 1)$ (Hình 4b).



a) *b)*

Hình 4

Ví dụ 4. Tìm a để hàm số $y = ax$ có đồ thị như trong hình sau:



a) *b)*

Hình 5

Giải

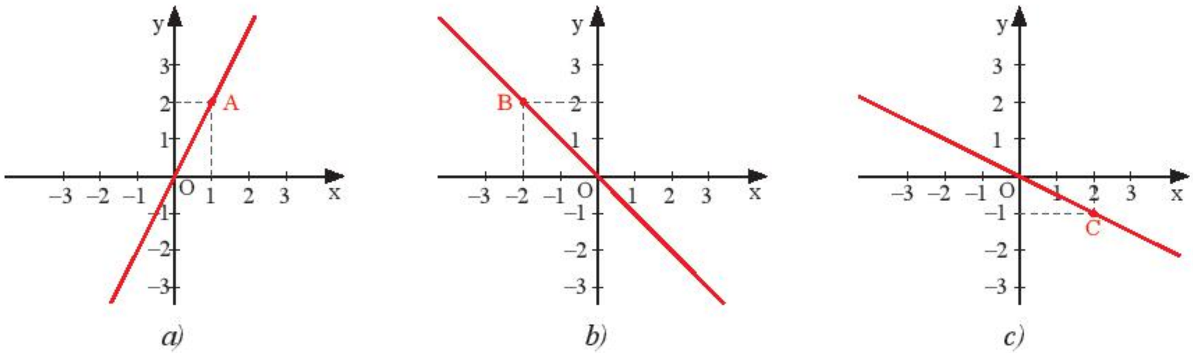
a) Đường thẳng trong Hình 5a đi qua các điểm $O(0; 0)$ và $A(1; -2)$ nên là đồ thị của hàm số $y = ax$. Cho $x = 1$ ta có $y = a$ nên $a = -2$. Vậy đồ thị ở Hình 5a là đồ thị của hàm số $y = -2x$.

b) Đường thẳng trong Hình 5b đi qua các điểm $O(0; 0)$ và $B(2; 3)$ nên là đồ thị của hàm số $y = ax$. Cho $x = 2$ ta có $y = 2a$ nên $2a = 3$, suy ra $a = \frac{3}{2}$. Vậy đồ thị ở Hình 5b là đồ thị của hàm số $y = \frac{3}{2}x$.

Thực hành 3.

a) Vẽ đồ thị của các hàm số: $y = 0{,}5x$; $y = -3x$; $y = x$.

b) Các đồ thị sau đây là đồ thị của hàm số nào?



Hình 6

Đồ thị của hàm số $y = ax + b$ $(a \neq 0, b \neq 0)$

4 Cho hai hàm số

$y = f(x) = x$ và $y = g(x) = x + 3$.

a) Thay dấu ? bằng số thích hợp.

x	–2	–1	0	1	2
$y = f(x) = x$	?	?	?	?	?
$y = g(x) = x + 3$	?	?	?	?	?

b) Trên cùng một mặt phẳng toạ độ, vẽ đồ thị của hàm số $y = f(x)$ và biểu diễn các điểm có toạ độ thoả mãn hàm số $y = g(x)$ có trong bảng trên.

c) Kiểm tra xem các điểm thuộc đồ thị của hàm số $y = g(x)$ vẽ ở câu b có thẳng hàng không. Và dự đoán cách vẽ đồ thị của hàm số $y = g(x)$.

Ta suy ra tính chất của đồ thị hàm số bậc nhất như sau:

Đồ thị của hàm số $y = ax + b$ $(a \neq 0, b \neq 0)$ là một đường thẳng:
– Cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng b;
– Song song với đường thẳng $y = ax$.

Cách vẽ đồ thị của hàm số $y = ax + b$ $(a \neq 0, b \neq 0)$

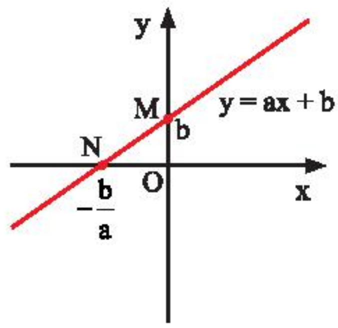
Ta đã biết đồ thị của hàm số $y = ax + b$ là một đường thẳng. Để vẽ đồ thị hàm số nói trên ta chỉ cần xác định được hai điểm phân biệt tuỳ ý thuộc đồ thị rồi vẽ đường thẳng đi qua hai điểm đó. Thông thường ta xác định hai điểm đặc biệt là giao điểm của đồ thị với hai trục toạ độ.

Bước 1: Cho x = 0 thì y = b, ta được điểm M(0; b) trên Oy.

Cho y = 0 thì $x = -\frac{b}{a}$, ta được điểm $N\left(-\frac{b}{a}; 0\right)$ trên Ox.

Bước 2: Vẽ đường thẳng đi qua hai điểm M và N, ta được đồ thị của hàm số y = ax + b.

Chú ý: Đồ thị của hàm số y = ax + b còn gọi là *đường thẳng* y = ax + b.



Hình 7

Ví dụ 5. Vẽ đồ thị của các hàm số sau:

a) y = 2x – 4; b) y = –x + 3.

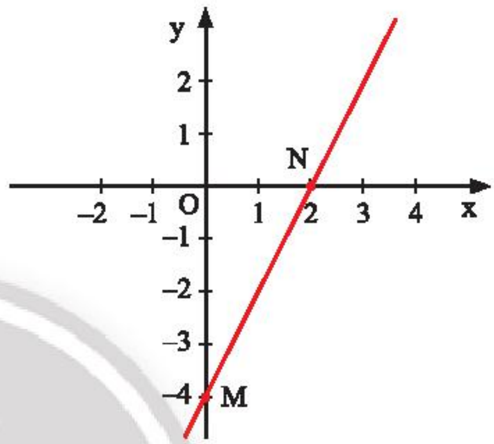
Giải

a) Với hàm số y = 2x – 4:

Cho x = 0 thì y = – 4;

Cho y = 0 thì x = 2.

Đồ thị của hàm số y = 2x – 4 là đường thẳng đi qua hai điểm M(0; – 4) và N(2; 0) (Hình 8).



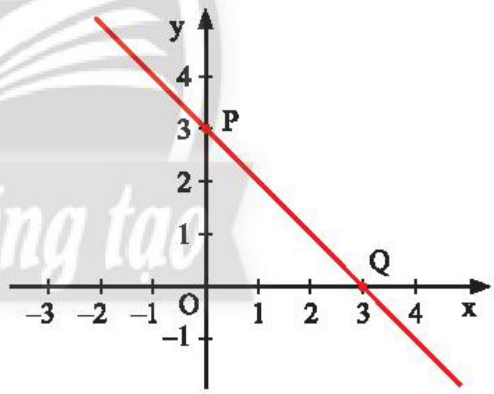
Hình 8

b) Với hàm số y = –x + 3:

Cho x = 0 thì y = 3;

Cho y = 0 thì x = 3.

Đồ thị của hàm số y = –x + 3 là đường thẳng đi qua hai điểm P(0; 3) và Q(3; 0) (Hình 9).



Hình 9

Thực hành 4. Vẽ đồ thị của các hàm số sau:

a) y = 5x + 2; b) y = –2x – 6.

Vận dụng 3. Một lò xo có chiều dài ban đầu khi chưa treo vật nặng là 10 cm. Cho biết khi treo thêm vào lò xo một vật nặng 1 kg thì chiều dài lò xo tăng thêm 3 cm.

a) Tính chiều dài y (cm) của lò xo theo khối lượng x (kg) của vật.

b) Vẽ đồ thị của hàm số y theo biến số x.

Hình 10

BÀI TẬP

1. Tìm các hàm số bậc nhất trong các hàm số sau đây và xác định các hệ số a, b của chúng.

a) $y = 4x + 2$; b) $y = 5 - 3x$; c) $y = 2 + x^2$;

d) $y = -0{,}2x$; e) $y = \sqrt{5}x - 1$.

2. Với giá trị nào của m thì mỗi hàm số sau đây là hàm số bậc nhất?

a) $y = (m - 1)x + m$; b) $y = 3 - 2mx$.

3. a) Vẽ đồ thị các hàm số sau đây trên cùng một mặt phẳng toạ độ:

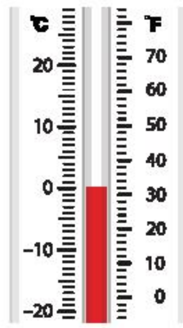
$y = x$; $y = x + 2$; $y = -x$; $y = -x + 2$.

b) Bốn đồ thị nói trên cắt nhau tại các điểm O(0; 0), A, B, C. Tứ giác có 4 đỉnh O, A, B, C là hình gì? Giải thích.

4. Để đổi nhiệt độ từ độ F (Fahrenheit) sang độ C (Celsius), ta dùng công thức $C = \frac{5}{9}(F - 32)$.

a) C có phải là hàm số bậc nhất theo biến số F không?

b) Hãy tính C khi F = 32 và tính F khi C = 100.



Hình 11

5. Gọi C và r lần lượt là chu vi và bán kính của một đường tròn. Hãy chứng tỏ C là một hàm số bậc nhất theo biến số r. Tìm hệ số a, b của hàm số này.

6. Một người đi bộ trên đường thẳng với tốc độ v (km/h).
Gọi s (km) là quãng đường đi được trong t (giờ).

a) Lập công thức tính s theo t.

b) Vẽ đồ thị của hàm số s theo biến số t khi v = 4.

Sau bài học này, em đã làm được những gì?

– Nhận biết khái niệm hàm số bậc nhất.

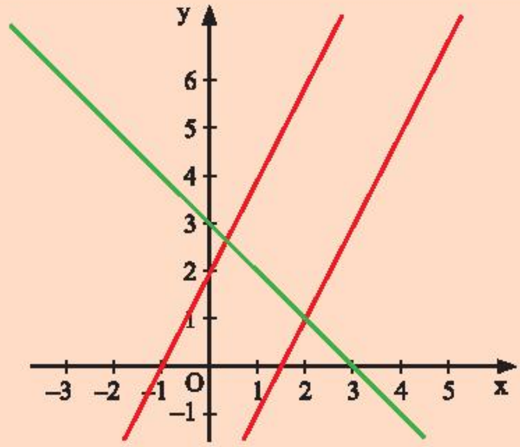
– Thiết lập được bảng giá trị của hàm số bậc nhất $y = ax + b$ ($a \neq 0$).

– Vẽ được đồ thị của hàm số bậc nhất $y = ax + b$ ($a \neq 0$).

– Vận dụng được hàm số bậc nhất và đồ thị vào giải quyết một số bài toán thực tiễn.

Bài 4 HỆ SỐ GÓC CỦA ĐƯỜNG THẲNG

Khi nào thì hai đường thẳng $y = ax + b$ $(a \neq 0)$ và $y = a'x + b'$ $(a' \neq 0)$ song song với nhau, trùng nhau, cắt nhau?

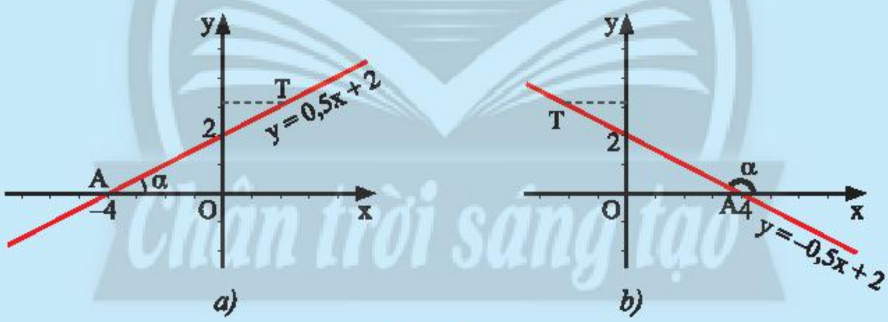


1. HỆ SỐ GÓC CỦA ĐƯỜNG THẲNG $y = ax + b$ $(a \neq 0)$

1 a) Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, cho đường thẳng $y = ax + b$ $(a \neq 0)$ cắt Ox tại điểm A và T là một điểm trên đường thẳng $y = ax + b$ $(a \neq 0)$ có tung độ dương (Hình 1).

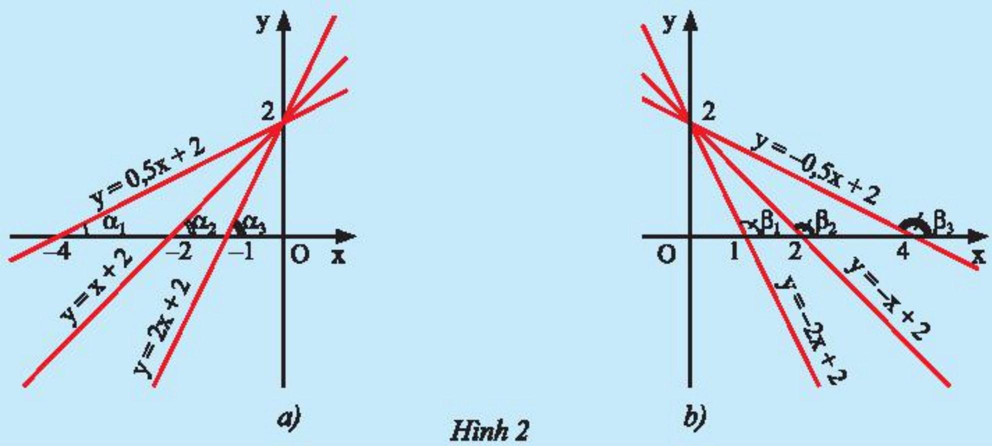
Ta gọi $\alpha = \widehat{xAT}$ là góc tạo bởi đường thẳng $y = ax + b$ $(a \neq 0)$ và trục Ox.

Hãy nêu nhận xét của em về số đo của góc α và hệ số a trong hai trường hợp dưới đây.



Hình 1

b) Hãy so sánh các hệ số a của các đường thẳng $y = ax + b$ trong mỗi hình ở Hình 2 và so sánh các góc α hoặc các góc β tạo bởi các đường thẳng đó với trục Ox.



Hình 2

Ta nhận thấy:

– Khi hệ số a dương ($a > 0$) thì góc α tạo bởi đường thẳng $y = ax + b$ và trục Ox là góc nhọn. Hệ số a càng lớn thì góc α càng lớn nhưng vẫn nhỏ hơn 90°.

– Khi hệ số a âm ($a < 0$) thì góc β tạo bởi đường thẳng $y = ax + b$ và trục Ox là góc tù. Hệ số a càng lớn thì góc β càng lớn nhưng vẫn nhỏ hơn 180°.

Hệ số a là *hệ số góc* của đường thẳng $y = ax + b$ ($a \neq 0$).

Ví dụ 1. Tìm hệ số góc của các đường thẳng sau đây:

a) $y = 0{,}7x$;   b) $y = -2x + 2022$;   c) $y = -\frac{2}{3}x - 2023$.

Giải

a) Đường thẳng $y = 0{,}7x$ có hệ số góc $a = 0{,}7$.

b) Đường thẳng $y = -2x + 2022$ có hệ số góc $a = -2$.

c) Đường thẳng $y = -\frac{2}{3}x - 2023$ có hệ số góc $a = -\frac{2}{3}$.

Thực hành 1. Tìm hệ số góc của các đường thẳng sau đây:

a) $y = -5x - 5$;   b) $y = \sqrt{3}x + 3$;   c) $y = \sqrt{11}x + \sqrt{7}$.

Vận dụng 1. Trong các đường thẳng sau đây, đường thẳng nào tạo với Ox một góc nhọn, đường thẳng nào tạo với Ox một góc tù?

a) $y = 3x + 6$;   b) $y = -4x + 1$;   c) $y = -3x - 6$.

2. HAI ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG, HAI ĐƯỜNG THẲNG CẮT NHAU

Nhận biết hai đường thẳng song song

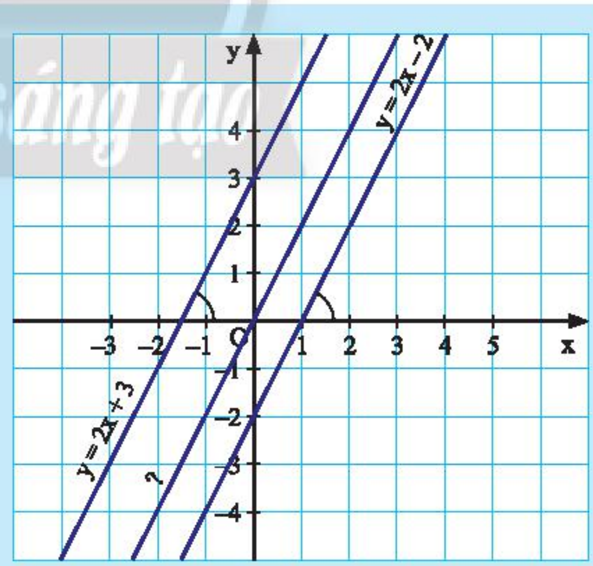
2 Quan sát Hình 3.

a) So sánh hệ số góc của hai đường thẳng:

d: $y = 2x + 3$ và d': $y = 2x - 2$.

Nêu nhận xét về vị trí giữa hai đường thẳng này.

b) Tìm đường thẳng d'' đi qua gốc O và song song với đường thẳng d.



Hình 3

Hai đường thẳng phân biệt có hệ số góc bằng nhau thì song song với nhau và ngược lại, hai đường thẳng song song thì có hệ số góc bằng nhau.

Ví dụ 2.

a) Nêu nhận xét về vị trí giữa hai đường thẳng d_1: $y = -x + 1$ và d_2: $y = -x - 2$.

b) Xác định hàm số biết đồ thị của nó là đường thẳng d_3 song song với đường thẳng d_1 và cắt trục Oy tại điểm (0; 3).

Giải

a) Hai đường thẳng d_1 và d_2 phân biệt (cắt Oy tại hai điểm khác nhau) và có hệ số góc bằng nhau (cùng bằng –1), suy ra $d_1 // d_2$.

b) Đường thẳng d_3 song song với d_1, suy ra d_3 phải có hệ số góc bằng –1. Ta lại có d_3 đi qua điểm (0; 3). Vậy d_3 có phương trình $y = -x + 3$.

Chú ý: Hai đường thẳng $y = ax + b$ và $y = a'x + b'$ trùng nhau khi và chỉ khi $a = a'$, $b = b'$.

Nhận biết hai đường thẳng cắt nhau

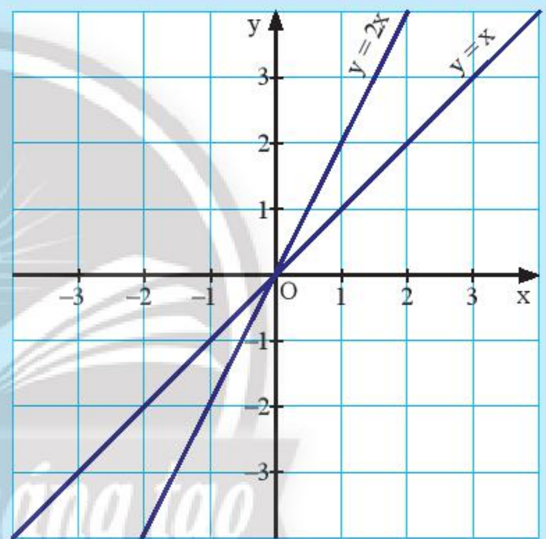
3 Quan sát Hình 4.

a) Tìm giao điểm của hai đường thẳng

d: $y = 2x$ và d': $y = x$.

b) Nêu nhận xét về hai đường thẳng có hệ số góc khác nhau.

c) Cho đường thẳng d'': $y = ax + b$ và cho biết d'' cắt d. Hệ số góc a của d'' có thể nhận các giá trị nào?



Hình 4

Hai đường thẳng có hệ số góc khác nhau thì cắt nhau và ngược lại, hai đường thẳng cắt nhau thì có hệ số góc khác nhau.

Ví dụ 3.

a) Tìm các cặp đường thẳng cắt nhau trong các đường thẳng sau:

d_1: $y = 5x + 4$; d_2: $y = -2x - 3$; d_3: $y = 5x$.

b) Cho đường thẳng d_4: $y = mx + n$. Tìm điều kiện của m để d_4 cắt d_1 và cắt d_2.

Giải

a) Ta có các cặp đường thẳng cắt nhau là: d_1 và d_2; d_2 và d_3 vì hai đường thẳng trong mỗi cặp có hệ số góc khác nhau.

b) Điều kiện của m để d_4 cắt d_1 và cắt d_2 là $m \neq 5$ và $m \neq -2$.

Ví dụ 4. Tìm các cặp đường thẳng cắt nhau hay song song trong các đường thẳng sau:

d_1: $y = 3x + 2$; d_2: $y = 3x - 6$; d_3: $y = 4x + 2$.

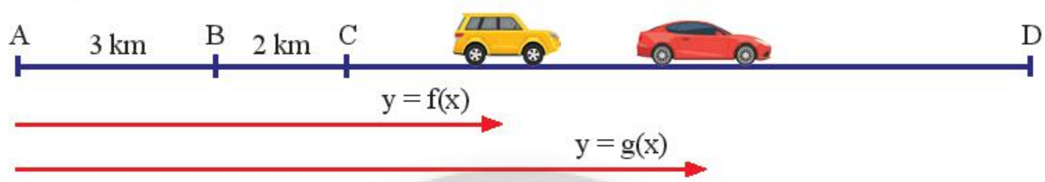
Giải

Hai đường thẳng d_1 và d_2 song song vì có hệ số góc bằng nhau.
Hai đường thẳng d_1 và d_3 cắt nhau vì có hệ số góc khác nhau.
Hai đường thẳng d_2 và d_3 cắt nhau vì có hệ số góc khác nhau.

Thực hành 2. Hãy chỉ ra ba cặp đường thẳng cắt nhau và các cặp đường thẳng song song với nhau trong các đường thẳng sau:

d_1: $y = 3x$; d_2: $y = -7x + 9$; d_3: $y = 3x - 0{,}8$;
d_4: $y = -7x - 1$; d_5: $y = \sqrt{2}x + 10$; d_6: $y = \sqrt{2}x + \sqrt{10}$.

Vận dụng 2.



Hình 5

Hai ô tô khởi hành cùng lúc và cùng với tốc độ 50 km/h, một ô tô bắt đầu từ B, một ô tô bắt đầu từ C và cùng đi về phía D.
a) Viết công thức của hai hàm số biểu thị khoảng cách từ A đến mỗi xe sau x giờ.
b) Chứng tỏ đồ thị của hai hàm số trên là hai đường thẳng song song.

BÀI TẬP

1. Cho hàm số bậc nhất $y = ax - 4$.
a) Tìm hệ số góc a biết rằng đồ thị hàm số đi qua điểm $M(1; -2)$.
b) Vẽ đồ thị của hàm số.

2. a) Vẽ đồ thị của hai hàm số $y = x$ và $y = x + 2$ trên cùng một mặt phẳng toạ độ.
b) Dùng thước đo góc để tìm góc tạo bởi hai đường thẳng $y = x$ và $y = x + 2$ với trục Ox.

3. Hãy chỉ ra ba cặp đường thẳng cắt nhau và các cặp đường thẳng song song với nhau trong các đường thẳng sau:

d_1: $y = 0{,}2x$; d_2: $y = -2x + 4$; d_3: $y = 0{,}2x - 0{,}8$;
d_4: $y = -2x - 5$; d_5: $y = \sqrt{3}x + 3$; d_6: $y = \sqrt{3}x - \sqrt{5}$.

4. Tìm hệ số góc a để hai đường thẳng $y = ax + 2$ và $y = 9x - 9$ song song với nhau.

5. Cho hai hàm số bậc nhất $y = 2mx - 5$ và $y = 2x + 1$.
Với giá trị nào của m thì đồ thị của hai hàm số đã cho là:
a) Hai đường thẳng song song với nhau?
b) Hai đường thẳng cắt nhau?

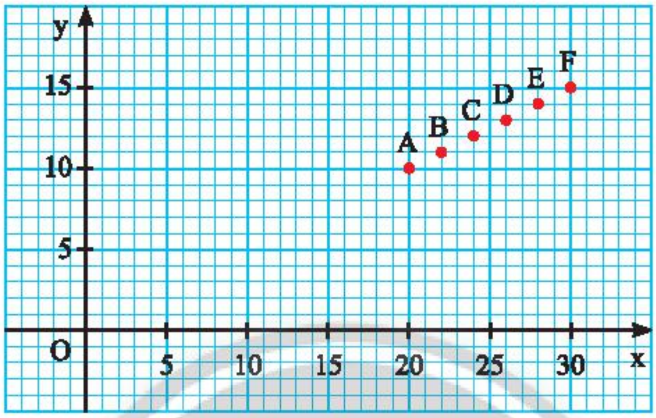
6. Cho đường thẳng d: $y = x + 2\,023$. Xác định hai hàm số biết đồ thị của chúng là hai đường thẳng song song với d.

7. Cho đường thẳng d: $y = -x - 2\,022$. Xác định hai hàm số biết đồ thị của chúng là hai đường thẳng cắt d.

8. Lan phụ giúp mẹ bán nước chanh, em nhận thấy số li nước chanh y bán được trong ngày và nhiệt độ trung bình x (°C) của ngày hôm đó có mối tương quan. Lan ghi lại các giá trị tương ứng của hai đại lượng x và y trong bảng sau:

x (°C)	20	22	24	26	28	30
y (li nước chanh)	10	11	12	13	14	15

a) So sánh các giá trị x và y tương ứng trong bảng dữ liệu trên với toạ độ (x; y) của các điểm A, B, C, D, E, F trên mặt phẳng toạ độ trong Hình 6.



Hình 6

b) Cho biết đường thẳng d: $y = mx$ đi qua các điểm A, B, C, D, E, F ở câu a. Tìm hệ số góc của d.

9. Một xe khách khởi hành từ bến xe phía Nam bưu điện thành phố Huế để đi vào thành phố Quy Nhơn với tốc độ 50 km/h.

Hình 7

a) Cho biết bến xe cách bưu điện thành phố Huế 4 km. Sau x giờ, xe khách cách bưu điện thành phố Huế y km. Tính y theo x.

b) Tìm hệ số góc của đường thẳng là đồ thị của hàm số y ở câu a.

10. Một người bắt đầu mở một vòi nước vào một cái bể đã chứa sẵn 3 m^3 nước, mỗi giờ chảy được 1 m^3.

a) Tính thể tích y (m^3) của nước có trong bể sau x giờ.

b) Vẽ đồ thị của hàm số y theo biến số x.

Sau bài học này, em đã làm được những gì?

– Nhận biết được khái niệm hệ số góc của đường thẳng $y = ax + b$ ($a \neq 0$).

– Sử dụng được hệ số góc của đường thẳng để nhận biết và giải thích được sự cắt nhau hoặc song song của hai đường thẳng cho trước.

BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG 5

CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

Chọn phương án đúng.

1. Vẽ một hệ trục toạ độ Oxy và đánh dấu các điểm M(1; 1), N(4; 1), P(2; −1), Q(−1; −1). Tứ giác MNPQ là hình gì?

A. Hình bình hành. B. Hình thang cân.
C. Hình vuông. D. Hình chữ nhật.

2. Độ dài cạnh MN của tứ giác trong câu 1 là

A. 3. B. 5. C. $\sqrt{3}$. D. $\sqrt{5}$.

3. Một người bắt đầu mở một vòi nước vào một cái bể đã chứa sẵn 2 m^3 nước, mỗi giờ chảy được 3 m^3 nước. Thể tích y (m^3) của nước có trong bể sau x giờ bằng

A. $y = 2x + 3$. B. $y = 3x + 2$. C. $y = 6x$. D. $y = x + 6$.

4. Trong các điểm sau, điểm nào thuộc đồ thị của hàm số $y = 2 - 4x$?

A. (1; 1). B. (2; 0). C. (1; −1). D. (1; −2).

5. Trong các điểm sau, điểm nào thuộc đồ thị của hàm số $y = -5x + 5$?

A. (1; 1). B. (2; 0). C. (0; 4). D. (2; −5).

6. Đường thẳng song song với đường thẳng $y = 2x$ và cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 1 là

A. $y = 2x - 1$. B. $y = -2x - 1$. C. $y = 2x + 1$. D. $y = 6 - 2(1 - x)$.

7. Cho hai đường thẳng $y = \frac{1}{2}x + 3$ và $y = -\frac{1}{2}x + 3$. Hai đường thẳng đã cho

A. cắt nhau tại điểm có hoành độ là 3. B. song song với nhau.
C. cắt nhau tại điểm có tung độ là 3. D. trùng nhau.

8. Cho các hàm số bậc nhất $y = \frac{1}{3}x + 2$; $y = -\frac{1}{3}x + 2$; $y = -3x + 2$. Kết luận nào sau đây là đúng?

A. Đồ thị của các hàm số trên là các đường thẳng song song với nhau.
B. Đồ thị của các hàm số trên là các đường thẳng đi qua gốc toạ độ.
C. Đồ thị của các hàm số trên là các đường thẳng trùng nhau.
D. Đồ thị của các hàm số trên là các đường thẳng cắt nhau tại một điểm.

9. Đồ thị hàm số $y = \dfrac{-x + 10}{5}$

A. là một đường thẳng có hệ số góc là −1.
B. không phải là một đường thẳng.
C. cắt trục hoành tại điểm có hoành độ là 10.
D. đi qua điểm (200; 50).

BÀI TẬP TỰ LUẬN

10. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{5}{4x}$.

a) Tính $f\left(\frac{1}{5}\right)$; $f(-5)$; $f\left(\frac{4}{5}\right)$.

b) Hãy tìm các giá trị tương ứng của hàm số trong bảng sau:

x	-3	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	1	2
$y = f(x) = \frac{5}{4x}$	?	?	?	?	?	?	?

11. Cho hàm số $y = f(x) = -x^2 + 1$. Tính $f(-3)$; $f(-2)$; $f(-1)$; $f(0)$; $f(1)$.

12. Vẽ một hệ trục toạ độ Oxy và đánh dấu các điểm $A(-2; 0)$, $B(0; 4)$, $C(5; 4)$, $D(3; 0)$. Tứ giác ABCD là hình gì?

13. Cho biết đồ thị của hàm số $y = ax$ đi qua điểm $P\left(1; -\frac{4}{5}\right)$.

a) Xác định hệ số a.

b) Vẽ điểm trên đồ thị có hoành độ bằng -5.

c) Vẽ điểm trên đồ thị có tung độ bằng 2.

14. Tìm hàm số có đồ thị là đường thẳng song song với đồ thị hàm số $y = -2x + 10$.

15. Một người đi bộ với tốc độ không đổi 3 km/h. Gọi s (km) là quãng đường đi được trong t (giờ).

a) Lập công thức tính s theo t.

b) Vẽ đồ thị của hàm số s theo biến số t.

16. Tìm m để các hàm số bậc nhất $y = 2mx - 2$ và $y = 6x + 3$ có đồ thị là những đường thẳng song song với nhau.

17. Tìm n để các hàm số bậc nhất $y = 3nx + 4$ và $y = 6x + 4$ có đồ thị là những đường thẳng trùng nhau.

18. Tìm k để các hàm số bậc nhất $y = kx - 1$ và $y = 4x + 1$ có đồ thị là những đường thẳng cắt nhau.

19. Cho hai hàm số $y = x + 3$, $y = -x + 3$ có đồ thị lần lượt là các đường thẳng d_1 và d_2.

a) Bằng cách vẽ hình, tìm toạ độ giao điểm A của hai đường thẳng nói trên và tìm các giao điểm B, C lần lượt của d_1 và d_2 với trục Ox.

b) Dùng thước đo góc để tìm góc tạo bởi d_1 và d_2 lần lượt với trục Ox.

c) Tính chu vi và diện tích của tam giác ABC.

Chương 6

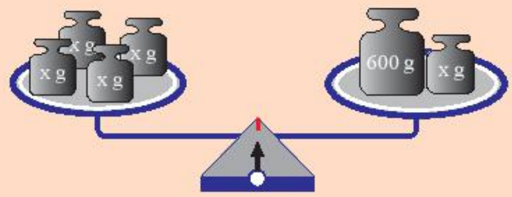
PHƯƠNG TRÌNH

Trong chương này, các em sẽ tìm hiểu những kiến thức về phương trình bậc nhất một ẩn, đó là các bài toán tìm x mà các em đã biết. Qua đó các em sẽ phát triển kĩ năng giải phương trình bậc nhất một ẩn và áp dụng để giải quyết được một số vấn đề thực tiễn gắn với phương trình bậc nhất.

Phương trình bậc nhất một ẩn có thể được dùng để tính lãi suất tiền gửi tiết kiệm ngân hàng.

Bài 1 PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT MỘT ẨN

Quan sát hình bên. Biết rằng cân thăng bằng, có thể tìm được khối lượng của quả cân x g không? Tìm bằng cách nào?



1. PHƯƠNG TRÌNH MỘT ẨN

a) Ở trên, viết các biểu thức biểu thị tổng khối lượng của các vật trên mỗi đĩa cân. Từ điều kiện cân thăng bằng, hai biểu thức có mối quan hệ như thế nào?

b) Nếu $x = 200$ thì cân có thăng bằng không? Tại sao?
Nếu $x = 100$ thì cân có thăng bằng không? Tại sao?

Trong 1 trên, do cân thăng bằng nên tổng khối lượng các vật trên hai đĩa cân bằng nhau, từ đó ta nhận được

$$4x = 600 + x. \qquad (1)$$

Ta gọi (1) là một *phương trình* với ẩn số x (hay ẩn x).

Khi $x = 200$, hai vế của (1) có giá trị bằng nhau, đều bằng 800. Ta nói số 200 thoả mãn (hoặc nghiệm đúng) phương trình (1). Ta cũng nói số 200 (hay $x = 200$) là một *nghiệm* của phương trình (1).

Tổng quát, phương trình với ẩn x có dạng $A(x) = B(x)$, trong đó vế trái $A(x)$ và vế phải $B(x)$ là hai biểu thức của cùng một biến x. Người ta thường dùng phương trình khi nói về việc tìm x_0 để $A(x_0) = B(x_0)$.

Giá trị của biến làm cho hai vế của phương trình có giá trị bằng nhau gọi là nghiệm của phương trình đó.

Ngoài phương trình với ẩn x, ta có thể lập phương trình với ẩn y, ẩn t, ... Chẳng hạn, $7y - 4 = 2(y + 3)$ là phương trình với ẩn y; $3t + 5 = 2t$ là phương trình với ẩn t.

Ví dụ 1. Năm nay mẹ 39 tuổi, gấp 3 lần tuổi của Lan năm ngoái.

a) Hãy viết phương trình ẩn x biểu thị điều này bằng cách kí hiệu x là tuổi của Lan năm nay.

b) Minh nói rằng tuổi của Lan năm nay là 13, còn Mai nói tuổi của Lan năm nay là 14. Bạn nào nói đúng? Hãy giải thích.

Giải

a) Tuổi của Lan năm ngoái là x – 1. Theo đề bài, ta có phương trình:

$$3(x-1) = 39.$$

b) Với x = 13, vế trái của phương trình trên có giá trị $3(13-1) = 3 \,.\, 12 = 36 \neq 39$.

Vậy 13 không thoả mãn phương trình trên.

Với x = 14, vế trái của phương trình trên có giá trị $3(14-1) = 3 \,.\, 13 = 39$, bằng giá trị vế phải. Do đó, 14 là nghiệm của phương trình trên.

Vậy tuổi của Lan năm nay là 14. Bạn Mai nói đúng.

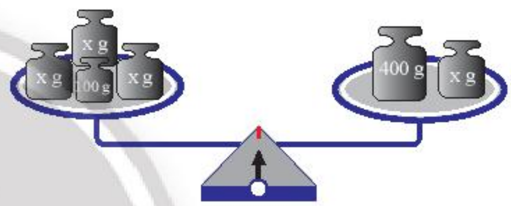
Thực hành 1. Cho phương trình $4t - 3 = 12 - t$.
Trong hai số 3 và 5, có số nào là nghiệm của phương trình đã cho không?

Vận dụng 1. Đặt lên hai đĩa những quả cân như Hình 1.

a) Biết rằng cân thăng bằng, hãy viết phương trình biểu thị sự thăng bằng này.

b) Nếu x = 100 thì cân có thăng bằng không? Vì sao?

Nếu x = 150 thì cân có thăng bằng không? Vì sao? Từ đó, chỉ ra một nghiệm của phương trình ở câu a.



Hình 1

2. PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT MỘT ẨN VÀ CÁCH GIẢI

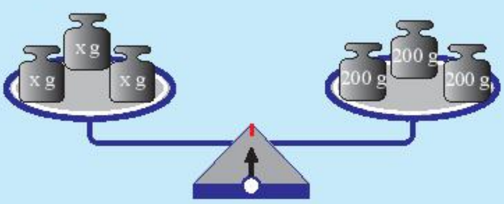
2

Xét cân thăng bằng ở .

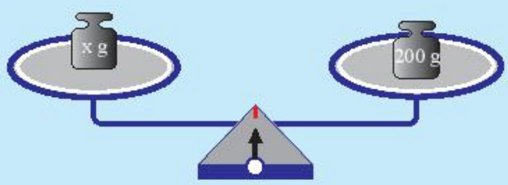
a) Giải thích tại sao nếu bỏ ra khỏi mỗi đĩa cân một quả cân  thì cân vẫn thăng bằng.

b) Nếu thay qua cân  bằng ba quả cân  (Hình 2) thì cân còn thăng bằng không? Tại sao?

c) Tiếp theo, chia các quả cân trên mỗi đĩa cân thành ba phần bằng nhau, rồi bỏ đi hai phần (Hình 3). Khi đó, cân còn thăng bằng không? Tại sao?



Hình 2



Hình 3

Tương ứng với các bước ở , ta thực hiện các biến đổi sau đối với phương trình (1):

$4x = 600 + x$

$4x - x = 600 + x - x$ (*trừ hai vế cho* x)

$3x = 600$ (*thu gọn hai vế*)

$x = 200.$ (*chia hai vế cho* 3)

Như vậy, bằng các biến đổi như trên ta đã tìm được nghiệm $x = 200$ của phương trình (1).

Ta có thể thay đổi cách viết và nói các biến đổi trên như sau:

$4x = 600 + x$

$4x - x = 600$ (*chuyển hạng tử* x *từ vế phải sang vế trái và đổi dấu*)

$3x = 600$ (*thu gọn vế trái*)

$x = 200.$ (*chia hai vế cho* 3)

Người ta thường viết phương trình về dạng có một vế bằng 0, chẳng hạn phương trình $3x = 600$ được viết thành $3x - 600 = 0$ (chuyển 600 sang vế trái và đổi dấu).

Phương trình dạng $ax + b = 0$, với a và b là hai số đã cho và $a \neq 0$, được gọi là *phương trình bậc nhất một ẩn.*

Việc tìm các nghiệm của một phương trình gọi là *giải* phương trình đó.

Như đã làm với phương trình (1), để giải phương trình, ta thường sử dụng các quy tắc biến đổi sau:

- Chuyển một hạng tử từ vế này sang vế kia và đổi dấu hạng tử đó (Quy tắc chuyển vế);
- Nhân cả hai vế với cùng một số khác 0 (Quy tắc nhân với một số);
- Chia hai vế cho cùng một số khác 0 (Quy tắc chia cho một số).

Áp dụng các quy tắc trên, ta giải phương trình bậc nhất một ẩn như sau:

$ax + b = 0$

$ax = -b$ (*chuyển* b *từ vế trái sang vế phải và đổi dấu thành* $-b$)

$x = \dfrac{-b}{a}.$ (*chia hai vế cho* a)

Vậy phương trình có nghiệm $x = \dfrac{-b}{a}$.

Ví dụ 2. Giải các phương trình sau:

a) $-3x - 6 = 0$; b) $2 - \dfrac{5}{3}x = 0$.

Giải

a) $-3x - 6 = 0$

$-3x = 6$ (*chuyển* -6 *sang vế phải và đổi dấu*)

$x = -2.$ (*chia hai vế cho* -3)

Vậy phương trình có nghiệm $x = -2$.

b) $2-\frac{5}{3}x=0$

$-\frac{5}{3}x=-2$ (*chuyển 2 sang vế phải và đổi dấu*)

$x=(-2):\left(-\frac{5}{3}\right)$ (*chia hai vế cho* $-\frac{5}{3}$)

$x=\frac{6}{5}$.

Vậy phương trình có nghiệm $x=\frac{6}{5}$.

Thực hành 2. Giải các phương trình sau:

a) $\frac{2}{3}x+1\frac{1}{2}=0$; b) $2\frac{1}{2}-0,75x=0$.

Chú ý: Trong thực hành, nhiều trường hợp để giải một phương trình ta phải biến đổi để đưa các phương trình về dạng phương trình bậc nhất một ẩn.

Ví dụ 3. Giải các phương trình sau bằng cách đưa về phương trình bậc nhất một ẩn.

a) $5x-(7-2x)=14$; b) $\frac{7x-1}{6}+2x=\frac{16-x}{5}$.

Giải

a) $5x-(7-2x)=14$

$5x-7+2x=14$ (*bỏ dấu ngoặc*)

$5x+2x=14+7$ (*chuyển vế*)

$7x=21$ (*rút gọn*)

$x=3$. (*chia hai vế cho 7*)

Vậy phương trình có nghiệm $x=3$.

b) $\frac{7x-1}{6}+2x=\frac{16-x}{5}$

$\frac{5(7x-1)}{6\,.\,5}+\frac{2x\,.\,30}{30}=\frac{6(16-x)}{5\,.\,6}$ (*quy đồng mẫu số ở hai vế*)

$35x-5+60x=96-6x$ (*nhân hai vế với 30 để khử mẫu và bỏ dấu ngoặc*)

$35x+60x+6x=96+5$ (*chuyển vế*)

$101x=101$ (*rút gọn*)

$x=1$. (*chia hai vế cho 101*)

Vậy phương trình có nghiệm $x=1$.

Thực hành 3. Giải các phương trình sau:

a) $15-4x=x-5$; b) $\frac{5x+2}{4}+\frac{3x-2}{3}=\frac{3}{2}$.

Chú ý: Quá trình giải phương trình có thể dẫn đến trường hợp đặc biệt là hệ số của ẩn bằng 0. Khi đó, phương trình có thể không có nghiệm (vô nghiệm) hoặc nghiệm đúng với mọi x.

Ví dụ 4. Giải phương trình $x + 7 = x - 7$.

Giải

$$x + 7 = x - 7$$
$$x - x = -7 - 7$$
$$0x = -14.$$

Vậy phương trình vô nghiệm.

Ví dụ 5. Giải phương trình $x + 7 = x + 7$.

Giải

$$x + 7 = x + 7$$
$$x - x = 7 - 7$$
$$0x = 0.$$

Vậy phương trình nghiệm đúng với mọi x.

Vận dụng 2. Hai bạn An và Mai giải phương trình $x = 2x$ như sau:

An: $x = 2x$

$1 = 2.$ (*chia hai vế cho* x)

Vậy phương trình vô nghiệm.

Mai: $x = 2x$

$x - 2x = 0$ (*chuyển* 2x *sang vế trái*)

$-x = 0$ (*rút gọn*)

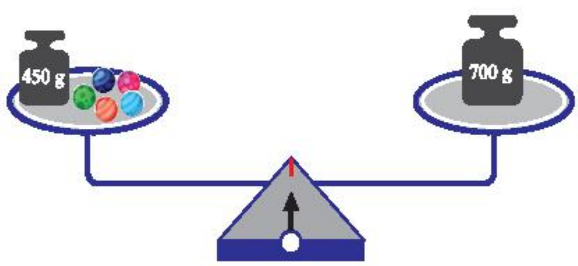
$x = 0.$ (*nhân hai vế với* -1)

Vậy phương trình có nghiệm $x = 0$.

Em hãy cho biết bạn nào giải đúng.

BÀI TẬP

1. Trong Hình 4, cho biết các viên bi có cùng khối lượng là x (g) và cân thăng bằng. Viết phương trình biểu diễn liên hệ giữa khối lượng của các vật ở hai đĩa cân.



Hình 4

2. Trong các phương trình sau, phương trình nào là phương trình bậc nhất một ẩn? Xác định các hệ số a và b của phương trình bậc nhất một ẩn đó.

a) $7x + \frac{4}{7} = 0$;
b) $\frac{3}{2}y - 5 = 4$;
c) $0t + 6 = 0$;
d) $x^2 + 3 = 0$.

3. Giải các phương trình sau:

a) $5x - 30 = 0$;
b) $4 - 3x = 11$;
c) $3x + x + 20 = 0$;
d) $\frac{1}{3}x + \frac{1}{2} = x + 2$.

4. Giải các phương trình sau:

a) $8 - (x - 15) = 2(3 - 2x)$;
b) $-6(1{,}5 - 2u) = 3(-15 + 2u)$;
c) $(x + 3)^2 - x(x + 4) = 13$;
d) $(y + 5)(y - 5) - (y - 2)^2 = -5$.

5. Giải các phương trình sau:

a) $\frac{5x - 3}{4} = \frac{x + 2}{3}$;
b) $\frac{9x + 5}{6} = 1 - \frac{6 + 3x}{8}$;
c) $\frac{2(x + 1)}{3} - \frac{1}{2} = \frac{1 + 3x}{4}$;
d) $\frac{x + 3}{5} - \frac{2}{3}x = \frac{3}{10}$.

6. Tìm x, biết rằng nếu lấy x trừ đi $\frac{1}{2}$, rồi nhân kết quả với $\frac{1}{2}$ thì được $\frac{1}{8}$.

Sau bài học này, em đã làm được những gì?

– Hiểu được phương trình bậc nhất một ẩn.

– Giải được phương trình bậc nhất một ẩn.

Bài 2 GIẢI BÀI TOÁN BẰNG CÁCH LẬP PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT

Sau khi giảm giá 15% thì đôi giày thể thao có giá là 1 275 000 đồng. Hỏi lúc chưa giảm giá thì đôi giày có giá là bao nhiêu?

1. BIỂU DIỄN MỘT ĐẠI LƯỢNG BỞI BIỂU THỨC CHỨA ẨN

1 Một mảnh vườn hình chữ nhật có chiều rộng là x (m), chiều dài hơn chiều rộng 20 m. Hãy viết biểu thức với biến x biểu thị:

a) Chiều dài của hình chữ nhật;

b) Chu vi của hình chữ nhật;

c) Diện tích của hình chữ nhật.

Trong thực tế đời sống cũng như trong toán học, nhiều đại lượng phụ thuộc lẫn nhau. Nếu kí hiệu một trong các đại lượng ấy là x thì các đại lượng khác có thể được biểu diễn dưới dạng một biểu thức chứa biến x.

Ví dụ 1. Một ô tô khởi hành từ thành phố A đến thành phố B với tốc độ 40 km/h. Khi từ B quay về A xe chạy với tốc độ 50 km/h. Gọi x (km) là chiều dài quãng đường AB. Viết biểu thức biểu thị:

a) Thời gian ô tô đi từ A đến B;

b) Tổng thời gian ô tô đi từ A đến B và từ B về A.

Giải

a) Thời gian ô tô đi từ A đến B là $\frac{x}{40}$ (giờ).

b) Tổng thời gian ô tô đi từ A đến B và từ B về A là $\frac{x}{40}+\frac{x}{50}$ (giờ).

Thực hành 1. Tiền lương cơ bản của anh Minh mỗi tháng là x (triệu đồng). Tiền phụ cấp mỗi tháng là 3 500 000 đồng.

a) Viết biểu thức biểu thị tiền lương mỗi tháng của anh Minh. Biết tiền lương mỗi tháng bằng tổng tiền lương cơ bản và tiền phụ cấp.

b) Tháng Tết, anh Minh được thưởng 1 tháng lương cùng với 60% tiền phụ cấp. Viết biểu thức chỉ số tiền anh Minh được nhận ở tháng Tết.

2. GIẢI BÀI TOÁN BẰNG CÁCH LẬP PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT

2

Thay dấu $\boxed{?}$ bằng các dữ liệu thích hợp để hoàn thành lời giải bài toán.
Một người đi xe gắn máy từ A đến B với tốc độ 40 km/h. Lúc về người đó đi với tốc độ 50 km/h nên thời gian về ít hơn thời gian đi là 30 phút. Tìm chiều dài quãng đường AB.

Giải

Gọi chiều dài quãng đường AB là x (km). Điều kiện x > $\boxed{?}$.

Thời gian đi là: $\frac{x}{40}$ giờ.

Thời gian về là: $\boxed{?}$.

Ta có: 30 phút = $\frac{1}{2}$ giờ.

Vì thời gian về ít hơn thời gian đi là $\frac{1}{2}$ giờ nên ta có phương trình:

$$\frac{x}{40} - \boxed{?} = \frac{1}{2}$$

Giải phương trình, ta được x = $\boxed{?}$ thoả mãn điều kiện x > $\boxed{?}$.

Vậy chiều dài quãng đường AB là $\boxed{?}$.

Tóm tắt các bước giải bài toán bằng cách lập phương trình:

Bước 1. Lập phương trình.
– Chọn ẩn số và đặt điều kiện thích hợp cho ẩn số.
– Biểu diễn các đại lượng chưa biết theo ẩn và theo các đại lượng đã biết.
– Lập phương trình biểu diễn mối quan hệ giữa các đại lượng.

Bước 2. Giải phương trình.

Bước 3. Trả lời.
– Kiểm tra xem trong các nghiệm của phương trình, nghiệm nào thoả mãn điều kiện của ẩn, nghiệm nào không.
– Kết luận.

Ví dụ 2. Bác Thanh gửi 300 000 000 đồng vào một ngân hàng với kì hạn một năm. Sau một năm bác rút về được cả vốn lẫn lãi là 318 600 000 đồng. Tính lãi suất một năm của khoản tiền bác Thanh gửi ở ngân hàng đó.

Giải

Gọi lãi suất tiền gửi một năm là x. Điều kiện: x > 0.

Tiền lãi sau một năm gửi là: 300 000 000 . x (đồng).

Vì cả vốn lẫn lãi sau một năm là 318 600 000 đồng nên ta có phương trình:

$$\begin{aligned} 300\,000\,000 + 300\,000\,000x &= 318\,600\,000 \\ 300\,000\,000x &= 18\,600\,000 \\ x &= 0{,}062. \end{aligned}$$

Ta có x = 0,062 = 6,2% thoả mãn điều kiện x > 0.

Vậy lãi suất tiền gửi ngân hàng là 6,2% một năm.

Ví dụ 3. Năm nay tuổi của mẹ gấp ba lần tuổi của Trang. Biết rằng 5 năm sau tổng số tuổi của mẹ và Trang là 66 tuổi. Hỏi năm nay Trang bao nhiêu tuổi?

Giải

Gọi tuổi của Trang năm nay là x (tuổi). Điều kiện: $x \in \mathbb{N}^*$.

Tuổi của mẹ năm nay là: 3x (tuổi).

Tuổi của Trang 5 năm sau là: x + 5 (tuổi).

Tuổi của mẹ 5 năm sau là: 3x + 5 (tuổi).

Vì 5 năm sau tổng số tuổi của hai người là 66 tuổi, nên ta có phương trình:

$$x + 5 + 3x + 5 = 66$$
$$4x + 10 = 66$$
$$4x = 56$$
$$x = 14.$$

Ta có x = 14 thoả mãn điều kiện $x \in \mathbb{N}^*$.

Vậy năm nay Trang 14 tuổi.

Thực hành 2. Một người mua 36 bông hoa hồng và bông hoa cẩm chướng hết tất cả 136 800 đồng. Giá mỗi bông hoa hồng là 3 000 đồng, giá mỗi bông hoa cẩm chướng là 4 800 đồng. Tính số bông hoa mỗi loại.

Hoa hồng
3 000 đồng/bông

Hoa cẩm chướng
4 800 đồng/bông

Vận dụng. Giải bài toán đã cho trong (trang 37).

BÀI TẬP

1. Một nhân viên giao hàng trong hai ngày đã giao được 95 đơn hàng. Biết số đơn hàng ngày thứ hai giao được nhiều hơn ngày thứ nhất là 15 đơn. Tính số đơn hàng nhân viên đó giao được trong ngày thứ nhất.
2. Anh Bình tiêu hao 14 calo cho mỗi phút bơi và 10 calo cho mỗi phút chạy bộ. Trong 40 phút với hai hoạt động trên, anh Bình đã tiêu hao 500 calo. Tính thời gian chạy bộ của anh Bình.

3. Một cửa hàng ngày thứ nhất bán được nhiều hơn ngày thứ hai 560 kg gạo. Tính số gạo cửa hàng bán được trong ngày thứ nhất, biết rằng nếu ngày thứ nhất bán được thêm 60 kg gạo thì sẽ gấp 1,5 lần ngày thứ hai.

4. Một xe tải đi từ A đến B với tốc độ 50 km/h. Khi từ B quay về A xe chạy với tốc độ 40 km/h. Thời gian cả đi lẫn về mất 5 giờ 24 phút không kể thời gian nghỉ. Tính chiều dài quãng đường AB.

5. Bác Năm gửi tiết kiệm một số tiền tại một ngân hàng theo thể thức kì hạn một năm với lãi suất 6,2%/năm, tiền lãi sau mỗi năm gửi tiết kiệm sẽ được nhập vào tiền vốn để tính lãi cho năm tiếp theo. Sau hai năm gửi bác Năm rút hết tiền về và nhận được cả vốn lẫn lãi là 225 568 800 đồng. Hỏi số tiền ban đầu bác Năm gửi tiết kiệm là bao nhiêu?

6. Tổng số học sinh khối 8 và khối 9 của một trường là 580 em, trong đó có 256 em là học sinh giỏi. Tính số học sinh của mỗi khối, biết rằng số học sinh giỏi khối 8 chiếm tỉ lệ 40% số học sinh khối 8, số học sinh giỏi khối 9 chiếm tỉ lệ 48% số học sinh khối 9.

7. Một lọ dung dịch chứa 12% muối. Nếu pha thêm 350 g nước vào lọ thì được một dung dịch 5% muối. Tính khối lượng dung dịch trong lọ lúc đầu.

8. Để khuyến khích tiết kiệm điện, giá bán lẻ điện sinh hoạt năm 2022 được tính luỹ tiến, nghĩa là sử dụng càng nhiều điện thì giá mỗi kWh càng tăng theo các mức như sau:
Mức 1: Tính cho 50 kWh đầu tiên.
Mức 2: Tính cho số kWh từ 51 đến 100 kWh, mỗi kWh ở mức 2 cao hơn 56 đồng so với ở mức 1.
Mức 3: Tính cho số kWh từ 101 đến 200 kWh, mỗi kWh ở mức 3 cao hơn 280 đồng so với ở mức 2.
Mức 4: Tính cho số kWh từ 201 đến 300 kWh, mỗi kWh ở mức 4 cao hơn 522 đồng so với ở mức 3.
…
Ngoài ra, người sử dụng điện còn phải trả thêm 10% thuế giá trị gia tăng.
Tháng vừa rồi nhà bạn Minh đã sử dụng hết 185 kWh và phải trả 375 969 đồng. Hỏi mỗi kWh ở mức 3 giá bao nhiêu?

Sau bài học này, em đã làm được những gì?
Giải quyết được một số vấn đề thực tiễn gắn với phương trình bậc nhất.

BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG 6

CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

Chọn phương án đúng.

1. Phương trình $ax + b = 0$ là phương trình bậc nhất một ẩn nếu

A. $a = 0$.   B. $b \neq 0$.

C. $b = 0$.   D. $a \neq 0$.

2. Phương trình nào sau đây là phương trình bậc nhất một ẩn?

A. $3x + 2y - 6 = 0$.   B. $3x + 6 = 0$.

C. $x^2 = 4$.   D. $y^2 - x + 1 = 0$.

3. Phương trình nào sau đây nhận $x = 2$ là nghiệm?

A. $3x + 6 = 0$.   B. $2x - 4 = 0$.

C. $2x + 3 = 1 + x$.   D. $x + 2 = 4 + x$.

4. Nghiệm của phương trình $5x + 3 = 18$ là

A. $x = -3$.   B. $x = 5$.

C. $x = 3$.   D. $x = -5$.

5. Phương trình $x - 4 = 10 - x$ có nghiệm là

A. 3.   B. 14.

C. 7.   D. –7.

6. Cho biết $3x - 9 = 0$. Khi đó giá trị của biểu thức $x^2 - 2x - 3$ là

A. –3.   B. 1.

C. 0.   D. 6.

BÀI TẬP TỰ LUẬN

7. Giải các phương trình sau:

a) $5x - 12 = 3$;   b) $2,5y + 6 = -6,5$;

c) $\frac{1}{5}x - 2 = \frac{3}{5}$;   d) $\frac{1}{2}x + \frac{2}{3} = x + 1$.

8. Giải các phương trình sau:

a) $10 - (x - 5) = 20$;

b) $-12 + 3(1,5 - 3u) = 15$;

c) $(x + 2)^2 - x(x - 3) = -12$;

d) $(x + 5)(x - 5) - (x - 3)^2 = 6$.

9. Giải các phương trình sau:

a) $\frac{3x-1}{6} = \frac{3+2x}{3}$;   b) $\frac{x+5}{3} = 1 - \frac{x-2}{4}$;

c) $\frac{3x-2}{5} + \frac{3}{2} = \frac{4-x}{10}$;   d) $\frac{x}{3} + \frac{2x+1}{6} = \frac{4(x-2)}{5}$.

10. Một tổ may có kế hoạch mỗi ngày phải may 30 chiếc áo. Trong thực tế mỗi ngày tổ đã may được 40 chiếc áo. Do đó xưởng đã hoàn thành kế hoạch sớm hơn 3 ngày và may thêm được 20 chiếc áo nữa. Tính số áo mà tổ phải may theo kế hoạch.

11. Trong một cuộc thi, học sinh cần trả lời 50 câu hỏi trắc nghiệm, mỗi câu trả lời đúng được 5 điểm, mỗi câu trả lời sai (hoặc không trả lời) bị trừ 2 điểm. An đã tham gia cuộc thi trên và đã ghi được tổng cộng là 194 điểm. Hỏi An trả lời đúng mấy câu?

12. Biết rằng trong 500 g dung dịch nước muối chứa 150 g muối nguyên chất. Hỏi cần phải thêm vào dung dịch đó bao nhiêu gam nước để dung dịch có nồng độ là 20%?

13. Một ô tô dự định đi từ A đến B với tốc độ 50 km/h. Sau khi đi được $\frac{2}{3}$ quãng đường với tốc độ đó, vì đường xấu nên người lái xe phải giảm tốc độ còn 40 km/h trên quãng đường còn lại. Vì thế ô tô đã đến B chậm hơn dự định 30 phút. Tính chiều dài quãng đường AB.

14. Một hình chữ nhật có chiều dài gấp 3 lần chiều rộng. Nếu tăng chiều dài thêm 3 m và giảm chiều rộng 2 m thì diện tích giảm 90 m^2. Tính chiều dài và chiều rộng của hình chữ nhật.

15. Trong tháng 4, một công nhân nhận được tiền lương là 7 800 000 đồng gồm tiền lương của 24 ngày làm việc bình thường và 4 ngày làm tăng ca (ngày Chủ nhật và ngày lễ). Biết tiền lương của một ngày tăng ca nhiều hơn tiền lương của một ngày làm việc bình thường là 200 000 đồng. Tính tiền lương của một ngày làm việc bình thường.

16. Một siêu thị điện máy có chương trình khuyến mãi giảm giá tủ lạnh, sau hai lần giảm giá, mỗi lần giảm 20% so với giá tại thời điểm đó thì giá bán của một chiếc tủ lạnh là 12 800 000 đồng. Tính giá tiền tủ lạnh đó lúc chưa giảm giá lần nào.

Phần HÌNH HỌC VÀ ĐO LƯỜNG
HÌNH HỌC PHẲNG

Chương 7 ĐỊNH LÍ THALÈS

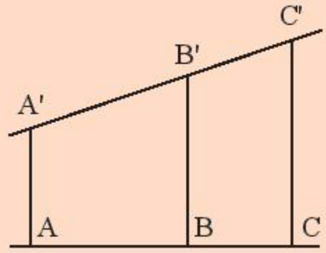
Trong chương này, các em sẽ tìm hiểu về định lí Thalès: Một định lí về tính chia tỉ lệ của các đường thẳng song song. Chúng ta cũng sẽ học về đường trung bình trong tam giác và tính chất chia tỉ lệ của các đường phân giác trong tam giác, đồng thời vận dụng các kiến thức đó vào giải toán và giải quyết một số vấn đề thực tiễn.

Đường vào Tam Cốc – Bích Động (thuộc tỉnh Ninh Bình).

Làm thế nào để đo khoảng cách AB mà không phải vượt qua sông?

Bài 1 ĐỊNH LÍ THALÈS TRONG TAM GIÁC

Những sợi cáp treo của cầu Thuận Phước (thuộc thành phố Đà Nẵng) cho ta hình ảnh những đoạn thẳng song song. Các đoạn thẳng AA′, BB′, CC′ thể hiện ba sợi cáp của cầu. Nếu biết độ dài các đoạn AB, BC, A′B′, có thể tính độ dài B′C′ không?

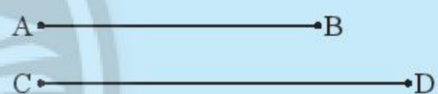


1. ĐOẠN THẲNG TỈ LỆ

Tỉ số của hai đoạn thẳng

1 a) Cho hai số 5 và 8. Hãy tính tỉ số giữa hai số đã cho.

b) Hãy đo và tính tỉ số giữa hai độ dài (theo mm) của hai đoạn thẳng AB và CD trong Hình 1.



Hình 1

Tỉ số của hai đoạn thẳng là tỉ số độ dài của chúng theo cùng một đơn vị đo.

Tỉ số của hai đoạn thẳng AB và CD được kí hiệu là: $\dfrac{AB}{CD}$.

Ví dụ 1. Tính tỉ số của hai đoạn thẳng MN và RS trong các trường hợp sau:

a) MN = 7 cm, RS = 14 cm; b) MN = 150 cm, RS = 2 m.

Giải

a) Ta có $\dfrac{MN}{RS} = \dfrac{7}{14} = \dfrac{1}{2}$.

b) Ta có MN = 150 cm; RS = 2 m = 200 cm.

$\dfrac{MN}{RS} = \dfrac{150}{200} = \dfrac{3}{4}$.

Chú ý:

– Để tính tỉ số của hai đoạn thẳng, ta phải đưa chúng về cùng một đơn vị đo.

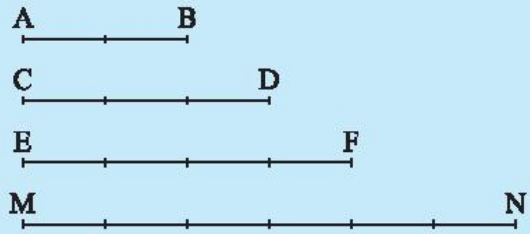
– Tỉ số của hai đoạn thẳng không phụ thuộc vào đơn vị đo độ dài đoạn thẳng.

Thực hành 1. Hãy tính tỉ số của hai đoạn thẳng AB và CD trong các trường hợp sau:

a) AB = 6 cm; CD = 8 cm; b) AB = 1,2 m; CD = 42 cm.

Đoạn thẳng tỉ lệ

2 So sánh tỉ số của hai đoạn thẳng AB và CD với tỉ số của hai đoạn thẳng EF và MN trong Hình 2.



Hình 2

Hai đoạn thẳng AB và CD được gọi là tỉ lệ với hai đoạn thẳng EF và MN nếu:

$$\frac{AB}{CD} = \frac{EF}{MN} \text{ hay } \frac{AB}{EF} = \frac{CD}{MN}.$$

Từ nay, độ dài các đoạn thẳng được coi như cùng một đơn vị đo nếu không nói gì thêm.

Ví dụ 2. Trong Hình 2, chứng minh rằng hai đoạn thẳng AB và CD tỉ lệ với hai đoạn thẳng EF và MN.

Giải

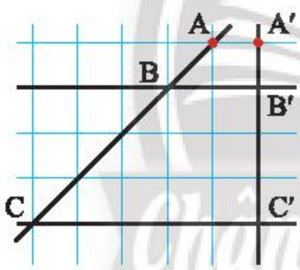
Ta có $\frac{AB}{CD} = \frac{2}{3}$ và $\frac{EF}{MN} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$. Suy ra $\frac{AB}{CD} = \frac{EF}{MN}$.

Vậy hai đoạn thẳng AB và CD tỉ lệ với hai đoạn thẳng EF và MN.

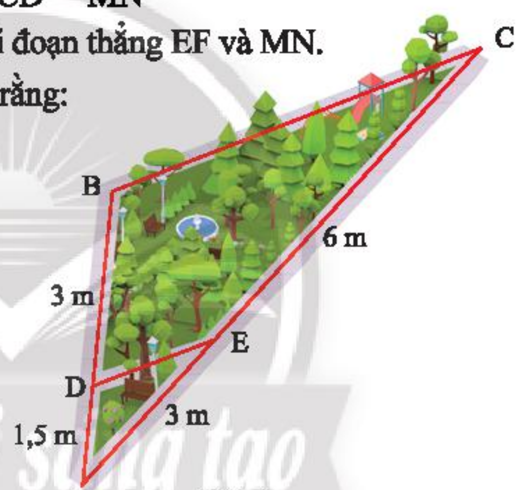
Thực hành 2. Trong Hình 3, chứng minh rằng:

a) AB và BC tỉ lệ với A′B′ và B′C′;

b) AC và A′C′ tỉ lệ với AB và A′B′.



Hình 3



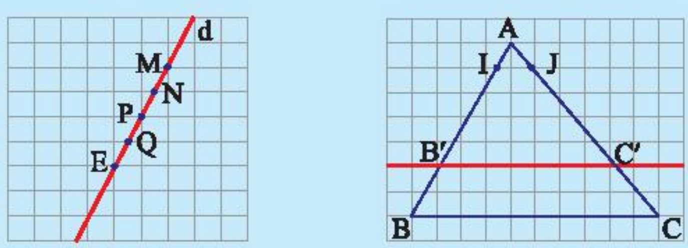
Hình 4

Vận dụng 1. Hãy tìm các đoạn thẳng tỉ lệ trong hình vẽ sơ đồ một góc công viên ở Hình 4.

2. ĐỊNH LÍ THALÈS TRONG TAM GIÁC

3 Trên một tờ giấy kẻ caro có các đường kẻ ngang song song và cách đều nhau.

a) Vẽ một đường thẳng d cắt các đường kẻ ngang của tờ giấy như trong Hình 5a. Hãy so sánh độ dài các đoạn thẳng MN, NP, PQ và QE.



a) *b)*

Hình 5

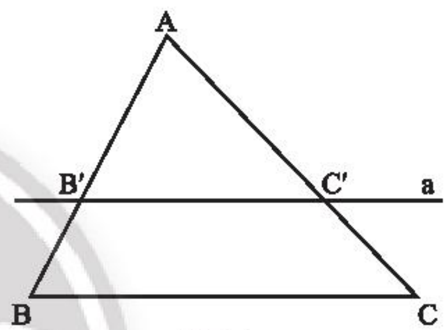
b) Vẽ một tam giác ABC rồi vẽ một đường thẳng song song với cạnh BC và cắt hai cạnh AB, AC lần lượt tại B′ và C′. Trên cạnh AB, lấy đoạn AI làm đơn vị đo tính tỉ số AB′ và B′B; trên cạnh AC, lấy đoạn AJ làm đơn vị đo tính tỉ số AC′ và C′C (Hình 5b).

So sánh các tỉ số $\frac{AB'}{AB}$ và $\frac{AC'}{AC}$; $\frac{AB'}{B'B}$ và $\frac{AC'}{C'C}$; $\frac{B'B}{AB}$ và $\frac{C'C}{AC}$.

Định lí Thalès

Nếu một đường thẳng song song với một cạnh của tam giác và cắt hai cạnh còn lại thì nó định ra trên hai cạnh đó các đoạn thẳng tương ứng tỉ lệ.

GT	ΔABC, $B'C' \parallel BC$ ($B' \in AB$, $C' \in AC$)
KL	$\frac{AB'}{AB}=\frac{AC'}{AC}$; $\frac{AB'}{B'B}=\frac{AC'}{C'C}$; $\frac{B'B}{AB}=\frac{C'C}{AC}$.



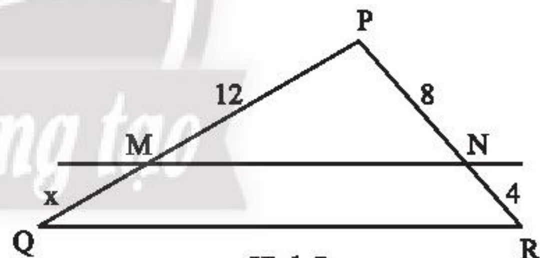
Hình 6

Ví dụ 3. Tính độ dài x trong Hình 7, cho biết MN // QR.

Giải

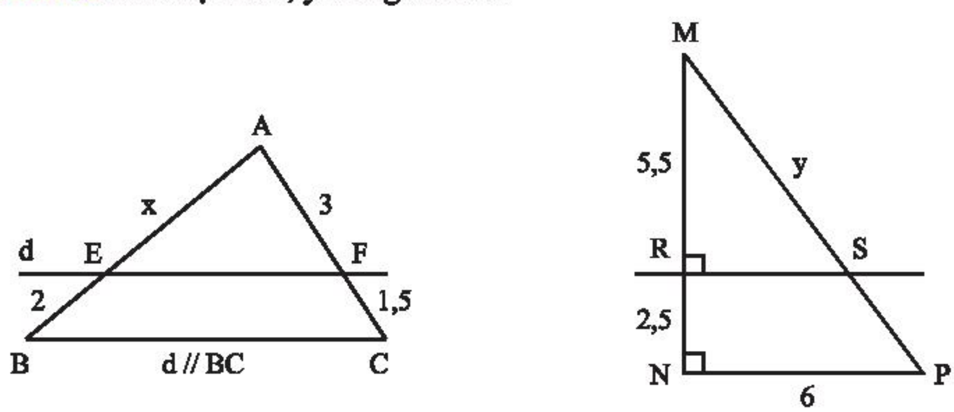
Xét ΔPQR, có MN // QR, nên theo định lí Thalès ta có:

$\frac{MQ}{MP}=\frac{NR}{NP}$, suy ra $\frac{x}{12}=\frac{4}{8}$, vậy $x=\frac{4 . 12}{8}=6$.



Hình 7

Thực hành 3. Tính độ dài x, y trong Hình 8.



a) *b)*

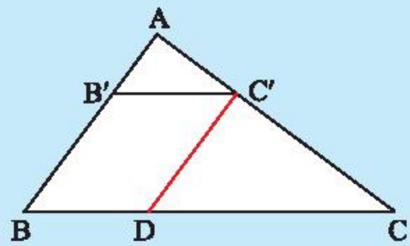
Hình 8

4 Cho tam giác ABC có AB = 6 cm, AC = 8 cm và BC = 10 cm.
Lấy điểm B′ trên AB sao cho AB′ = 2 cm. Qua B′ vẽ đường thẳng song song với BC và cắt AC tại C′.

a) Tính AC′.

b) Qua C′ vẽ đường thẳng song song với AB và cắt BC tại D. Tính BD, B′C′.

c) Tính và so sánh các tỉ số: $\dfrac{AB'}{AB}$, $\dfrac{AC'}{AC}$ và $\dfrac{B'C'}{BC}$.

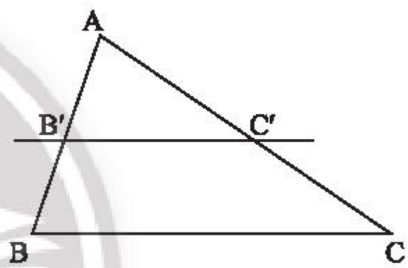


Hình 9

Hệ quả của định lí Thalès

Nếu một đường thẳng cắt hai cạnh của một tam giác và song song với cạnh thứ ba thì tạo ra một tam giác mới có ba cạnh tương ứng tỉ lệ với ba cạnh của tam giác đã cho.

GT	ΔABC, $B'C' \parallel BC$ ($B' \in AB$, $C' \in AC$)
KL	$\dfrac{AB'}{AB} = \dfrac{AC'}{AC} = \dfrac{B'C'}{BC}$.



Hình 10

Ví dụ 4. Hãy tính EF trong Hình 11. Cho biết MN // EF.

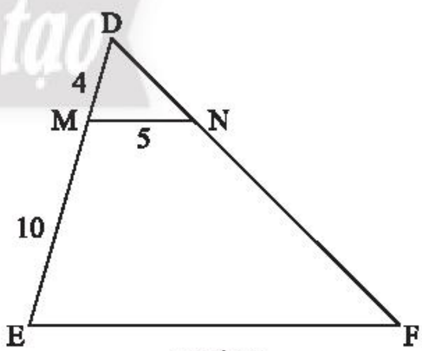
Giải

Trong tam giác DEF, ta có MN // EF.

Theo hệ quả của định lí Thalès, ta có:

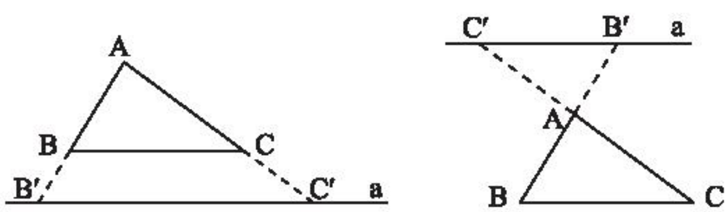
$\dfrac{DM}{DE} = \dfrac{MN}{EF}$. Suy ra $\dfrac{4}{14} = \dfrac{5}{EF}$.

Vậy EF = $\dfrac{5\,.\,14}{4} = 17{,}5$.



Hình 11

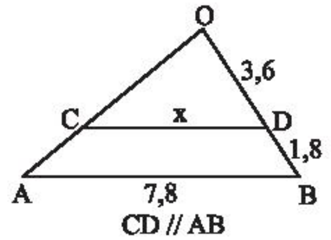
Chú ý: Hệ quả của định lí Thalès vẫn đúng cho trường hợp đường thẳng a song song với một cạnh của tam giác và cắt phần kéo dài của hai cạnh còn lại (Hình 12).



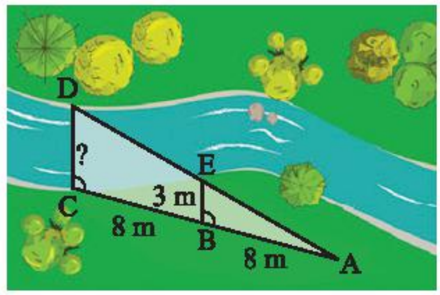
a) *b)*

Hình 12

Thực hành 4. Tìm độ dài x trên Hình 13.



Hình 13



Hình 14

Vận dụng 2. Với số liệu đo đạc được ghi trên Hình 14, hãy tính bề rộng CD của con kênh.

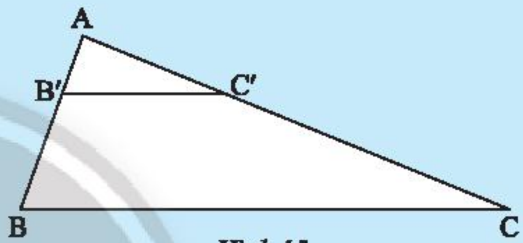
5 Cho tam giác ABC có AB = 6 cm, AC = 15 cm. Trên AB, AC lần lượt lấy B′, C′ sao cho AB′ = 2 cm, AC′ = 5 cm.

a) Tính các tỉ số $\dfrac{AB'}{AB}$ và $\dfrac{AC'}{AC}$.

b) Qua B′ vẽ đường thẳng song song với BC cắt AC tại E. Tính AE.

c) So sánh AE và AC′.

d) Hãy nhận xét về vị trí của E và C′, vị trí của hai đường thẳng B′C′ và B′E.

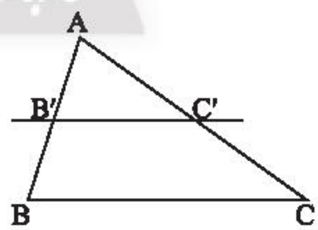


Hình 15

Định lí Thalès đảo

Nếu một đường thẳng cắt hai cạnh của một tam giác và định ra trên hai cạnh này những đoạn thẳng tương ứng tỉ lệ thì đường thẳng đó song song với cạnh còn lại của tam giác.

GT	ΔABC, $B' \in AB$, $C' \in AC$ $\dfrac{AB'}{B'B} = \dfrac{AC'}{C'C}$
KL	B′C′ // BC



Hình 16

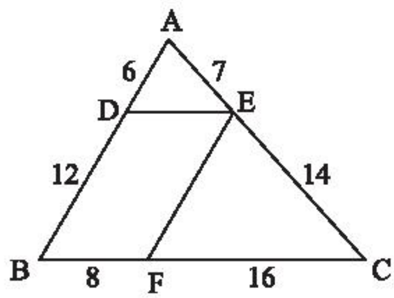
Ví dụ 5. Quan sát Hình 17. Chứng minh rằng DE // BC và EF // AB.

Giải

Ta có $\dfrac{AD}{DB} = \dfrac{6}{12} = \dfrac{1}{2}$ và $\dfrac{AE}{EC} = \dfrac{7}{14} = \dfrac{1}{2}$, suy ra $\dfrac{AD}{DB} = \dfrac{AE}{EC}$.

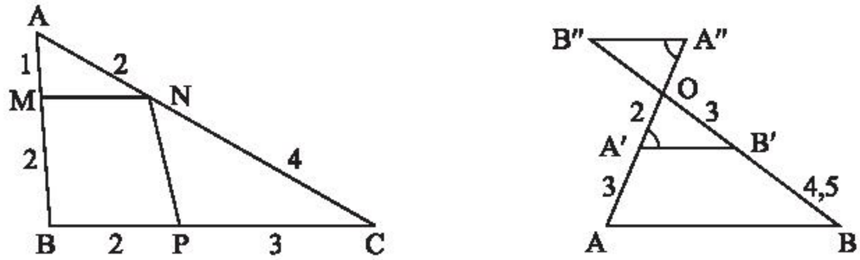
Theo định lí Thalès đảo trong ΔABC, ta có DE // BC.

Tương tự, ta cũng có $\dfrac{CE}{EA} = \dfrac{CF}{FB}$. Suy ra EF // AB.



Hình 17

Thực hành 5. Hãy chỉ ra các cặp đường thẳng song song với nhau trong mỗi hình dưới đây.



a) *b)*

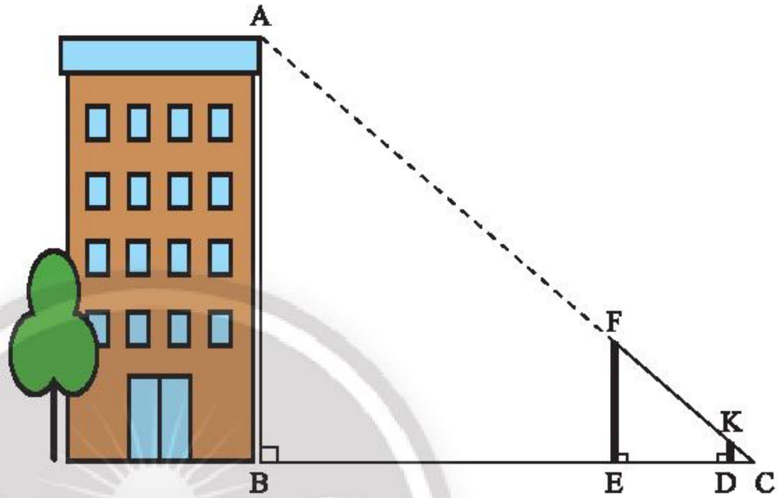
Hình 18

Vận dụng 3. Đo chiều cao AB của một toà nhà bằng hai cây cọc FE, DK, một sợi dây và một thước cuộn như sau:

– Đặt cọc FE cố định, di chuyển cọc DK sao cho nhìn thấy K, F, A thẳng hàng.

– Căng thẳng dây FC đi qua K và cắt mặt đất tại C.

– Đo khoảng cách BC và DC trên mặt đất.



Hình 19

Cho biết DK = 1 m, BC = 24 m, DC = 1,2 m. Tính chiều cao AB của toà nhà.

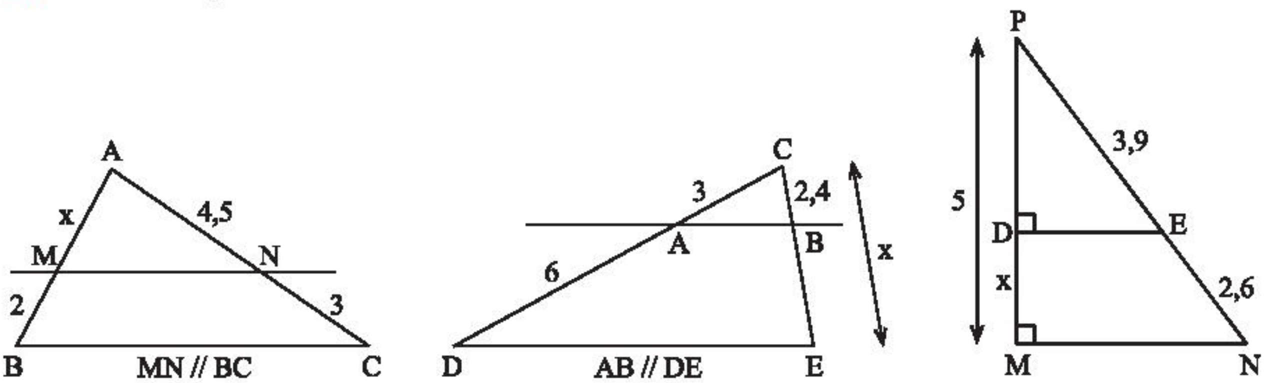
BÀI TẬP

1. a) Hãy đo chiều dài và chiều rộng cái bàn học của em và tính tỉ số giữa hai kích thước này.

b) Quãng đường từ Thành phố Hồ Chí Minh đi Mỹ Tho là 70 km, quãng đường từ Thành phố Hồ Chí Minh đi Cà Mau là 350 km. Tính tỉ số giữa hai quãng đường này.

c) Cho biết $\dfrac{AB}{CD} = \dfrac{3}{5}$ và AB = 6 cm. Hãy tính CD.

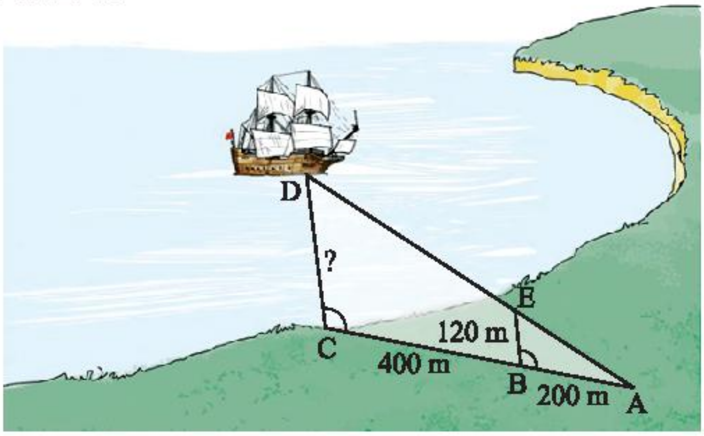
2. Tìm x trong Hình 20.



a) *b)* *c)*

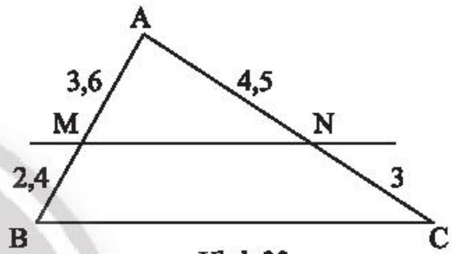
Hình 20

3. Với số liệu được ghi trên Hình 21. Hãy tính khoảng cách CD từ con tàu đến trạm quan trắc đặt tại điểm C.



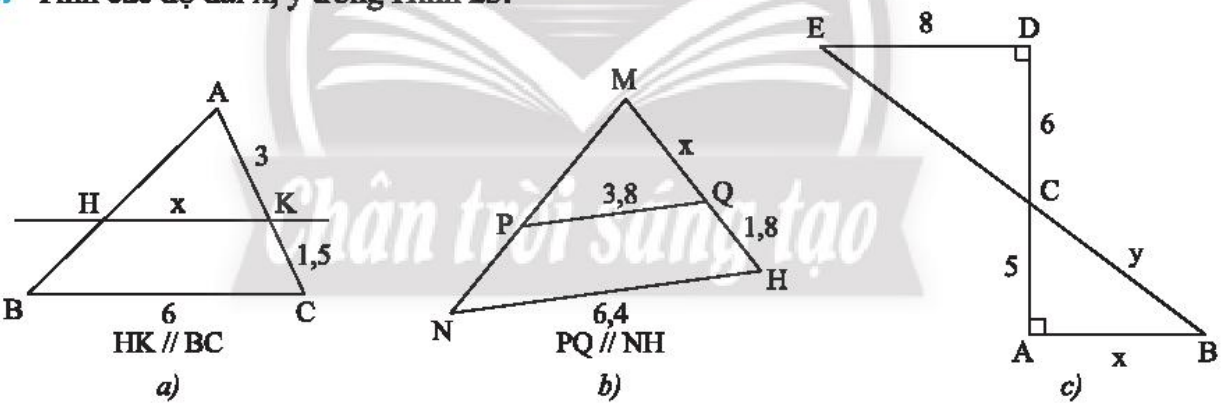
Hình 21

4. Quan sát Hình 22, chứng minh rằng MN // BC.



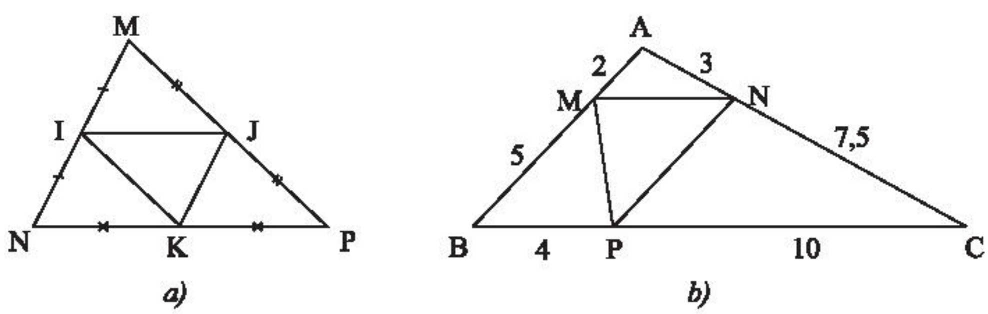
Hình 22

5. Tính các độ dài x, y trong Hình 23.



Hình 23

6. Quan sát Hình 24, chỉ ra các cặp đường thẳng song song và chứng minh điều ấy.



Hình 24

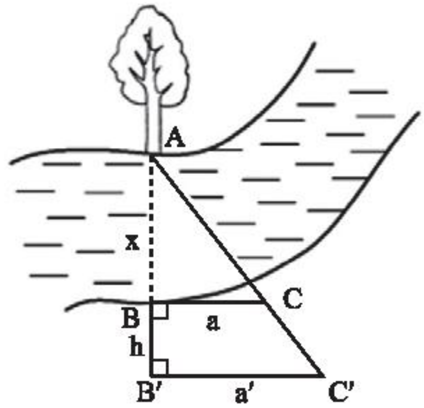
7. Cho hình thang ABCD (AB // CD) có hai đường chéo AC và BD cắt nhau tại O.

Chứng minh rằng: OA . OD = OB . OC.

8. Cho hình thang ABCD (AB // CD). Đường thẳng song song với AB cắt AD, BD, AC và BC theo thứ tự tại các điểm M, N, P, Q.

Chứng minh rằng MN = PQ.

9. Quan sát Hình 25 và chứng minh $x = \dfrac{ah}{a' - a}$.



Hình 25

Em có biết?

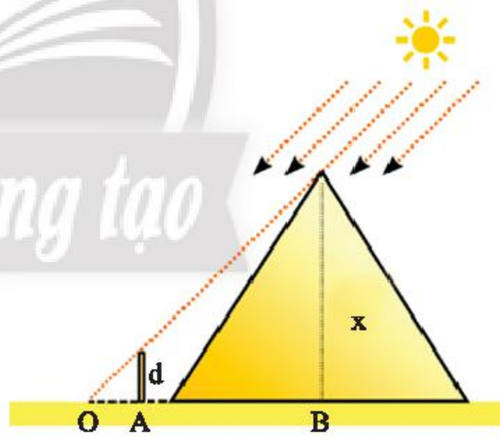
KIM TỰ THÁP CAO BAO NHIÊU?

Thalès, một trong bảy nhà hiền triết của Hy Lạp, sống ở thành phố Milet khoảng từ năm 625 đến 547 trước Công nguyên. Ông có những công trình vĩ đại về Toán học, Thiên văn học, Triết học, Chính trị, Khoa học tự nhiên. Vào hơn 2 600 năm trước có một quốc vương Ai Cập, vì muốn biết Kim tự tháp lớn có độ cao chính xác là bao nhiêu, đã nhờ Thalès đo đạc giúp. Khi đến hẹn, ông chỉ mang theo một cái cọc và một cây thước. Mọi người rất thất vọng và bàn tán xôn xao vì họ không tin rằng chỉ với dụng cụ đơn sơ như thế mà có thể đo được chiều cao của một kim tự tháp khổng lồ. Tuy nhiên, ông vẫn thản nhiên, cắm cọc xuống đất (Hình 26) rồi lần lượt đo chiều cao của cái cọc, bóng của cái cọc và bóng của kim tự tháp. Như trong Hình 26 thì ông sẽ có số đo của d, OA và OB, từ đó ông tính được x, tức chiều cao của kim tự tháp.

Chiều cao của kim tự tháp được tính như sau:

$\dfrac{x}{d} = \dfrac{OB}{OA}$, suy ra $x = d.\dfrac{OB}{OA}$.

(Nguồn: *https://www.britannica.com/summary/Thales-of-Miletus*.)



Hình 26

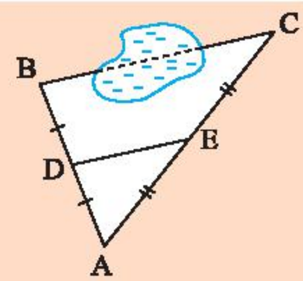
Sau bài học này, em đã làm được những gì?

– Giải thích được định lí Thalès trong tam giác (định lí thuận và đảo).

– Tính được độ dài đoạn thẳng bằng cách sử dụng định lí Thalès. Giải quyết được một số vấn đề thực tiễn gắn với việc vận dụng định lí Thalès (ví dụ: tính khoảng cách giữa hai vị trí, ...).

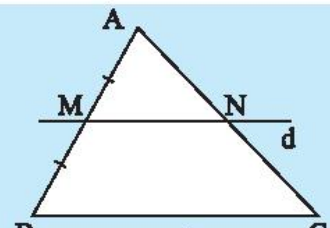
Bài 2 ĐƯỜNG TRUNG BÌNH CỦA TAM GIÁC

Giữa hai điểm B và C có một hồ nước (xem hình bên). Biết DE = 45 m. Làm thế nào để tính được khoảng cách giữa hai điểm B và C?



1. ĐƯỜNG TRUNG BÌNH CỦA TAM GIÁC

1 Cho tam giác ABC, vẽ đường thẳng d đi qua trung điểm M của cạnh AB, song song với cạnh BC và cắt AC tại N (Hình 1). Hãy chứng minh N là trung điểm của AC.

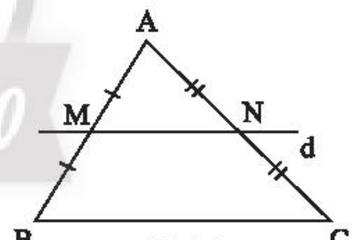


Hình 1

Chú ý: Đường thẳng đi qua trung điểm một cạnh của tam giác và song song với cạnh thứ hai thì đi qua trung điểm cạnh thứ ba.

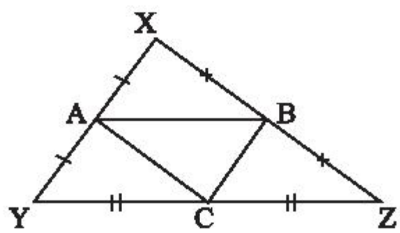
Đường trung bình của tam giác là đoạn thẳng nối trung điểm hai cạnh của tam giác.

Trong Hình 2, đoạn MN là đường trung bình của tam giác ABC.



Hình 2

Ví dụ 1. Trong Hình 3, tìm các đường trung bình của tam giác XYZ.

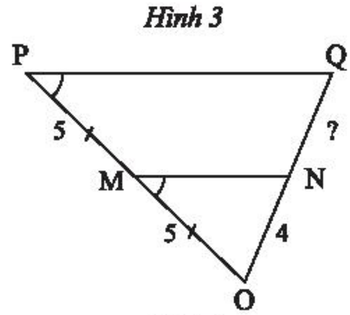


Hình 3

Giải

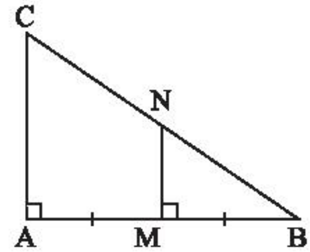
Vì A, B lần lượt là trung điểm của XY và XZ nên AB là đường trung bình của tam giác XYZ. Tương tự, ta cũng có BC và CA là các đường trung bình của tam giác XYZ.

Thực hành 1. Tìm độ dài đoạn thẳng NQ trong Hình 4.



Hình 4

Vận dụng 1. Trong Hình 5, chứng minh MN là đường trung bình của tam giác ABC.



Hình 5

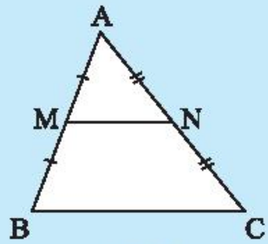
2. TÍNH CHẤT CỦA ĐƯỜNG TRUNG BÌNH

2 Cho M, N lần lượt là trung điểm của hai cạnh AB và AC của tam giác ABC.

a) Tính các tỉ số $\frac{AM}{AB}$, $\frac{AN}{AC}$;

b) Chứng minh MN // BC;

c) Chứng minh $\frac{MN}{BC} = \frac{1}{2}$.



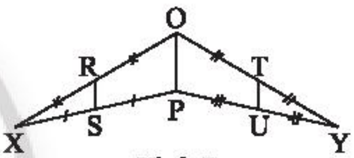
Hình 6

Đường trung bình của tam giác thì song song với cạnh thứ ba và bằng nửa cạnh ấy.

Ví dụ 2. Trong Hình 7, cho biết OP = 12 cm và các điểm R, S, T, U lần lượt là trung điểm các cạnh OX, PX, OY, PY.

a) Chứng minh RS // TU.

b) Tính độ dài RS và TU.



Hình 7

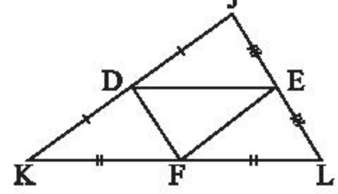
Giải

a) Trong ΔOPX, ta có R là trung điểm của OX và S là trung điểm của PX, nên RS là đường trung bình của ΔOPX. Suy ra RS // OP. (1)

Tương tự, ta chứng minh được TU là đường trung bình của ΔOPY. Suy ra TU // OP. (2)
Từ (1) và (2) suy ra RS // TU.
b) Theo tính chất của đường trung bình ta có: $RS = TU = \frac{OP}{2} = \frac{12}{2} = 6$ (cm).

Thực hành 2. Trong Hình 8, cho biết JK = 10 cm, DE = 6,5 cm, EL = 3,7 cm. Tính DJ, EF, DF, KL.

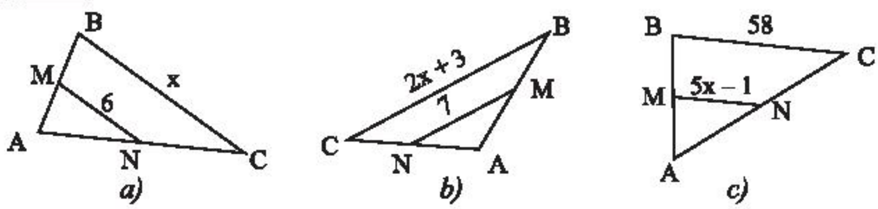
Vận dụng 2. Hãy tính khoảng cách BC trong phần (trang 52).



Hình 8

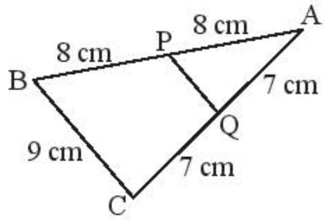
BÀI TẬP

1. Cho MN là đường trung bình của mỗi tam giác ABC trong Hình 9. Hãy tìm giá trị x trong mỗi hình.

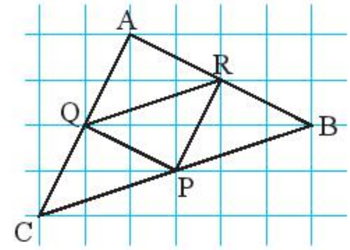


Hình 9

2. Tính độ dài đoạn PQ (Hình 10).



Hình 10



Hình 11

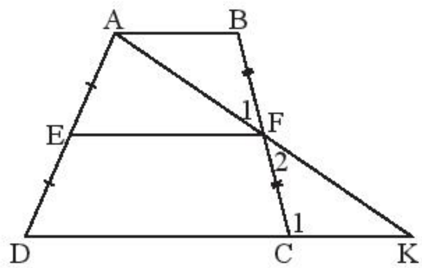
3. Cho biết cạnh mỗi ô vuông bằng 1 cm. Tính độ dài các đoạn PQ, PR, RQ, AB, BC, CA trong Hình 11.

4. Cho hình thang ABCD (AB // CD) có E và F lần lượt là trung điểm hai cạnh bên AD và BC. Gọi K là giao điểm của AF và DC (Hình 12).

a) Tam giác FBA và tam giác FCK có bằng nhau không? Vì sao?

b) Chứng minh EF // CD // AB.

c) Chứng minh $EF = \dfrac{AB + CD}{2}$.

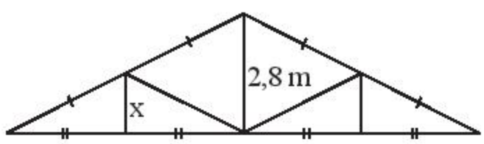


Hình 12

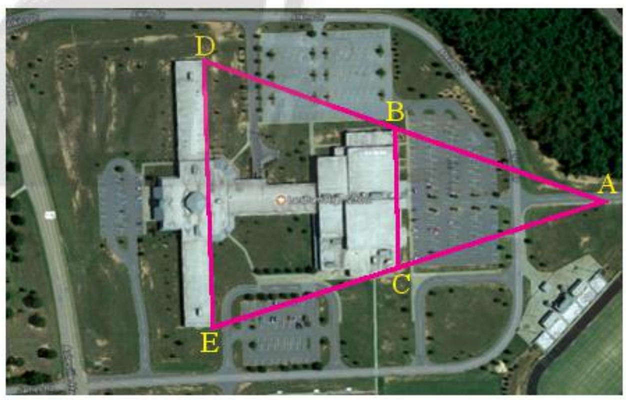
5. Cho tam giác ABC nhọn. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của AB, AC, BC. Kẻ đường cao AH. Chứng minh rằng tứ giác MNPH là hình thang cân.

6. Một mái nhà được vẽ lại như Hình 13. Tính độ dài x trong hình mái nhà.

7. Ảnh chụp từ Google Maps của một trường học được cho trong Hình 14. Hãy tính chiều dài cạnh DE, cho biết BC = 232 m và B, C lần lượt là trung điểm của AD và AE.



Hình 13



Hình 14

Sau bài học này, em đã làm được những gì?

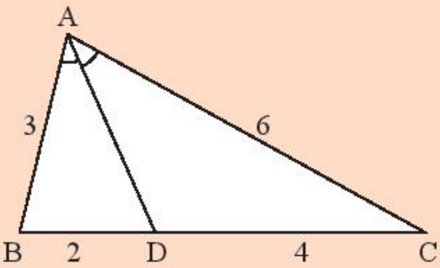
– Mô tả được định nghĩa đường trung bình của tam giác.

– Giải thích được tính chất đường trung bình của tam giác (đường trung bình của tam giác thì song song với cạnh thứ ba và bằng nửa cạnh đó).

– Biết vận dụng tính chất của đường trung bình của tam giác trong giải toán và giải quyết một số vấn đề thực tế.

Bài 3 TÍNH CHẤT ĐƯỜNG PHÂN GIÁC CỦA TAM GIÁC

Đường phân giác AD của tam giác ABC chia cạnh đối diện BC thành hai đoạn thẳng tỉ lệ với hai đoạn thẳng nào trong hình?

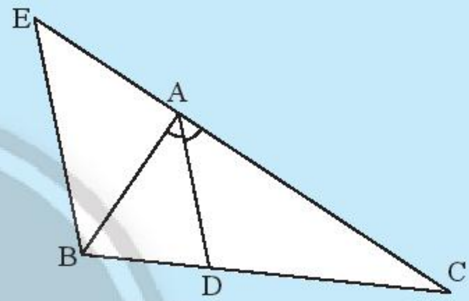


1. TÍNH CHẤT ĐƯỜNG PHÂN GIÁC CỦA TAM GIÁC

Cho tam giác ABC có đường phân giác AD. Vẽ đường thẳng qua B song song với AD và cắt đường thẳng AC tại E (Hình 1). Hãy giải thích tại sao:

a) Tam giác BAE cân tại A.

b) $\frac{DB}{DC} = \frac{AE}{AC} = \frac{AB}{AC}$.

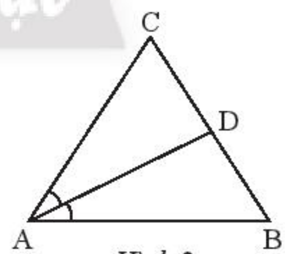


Hình 1

Định lí

Trong tam giác, đường phân giác của một góc chia cạnh đối diện thành hai đoạn thẳng tỉ lệ với hai cạnh kề hai đoạn ấy.

GT	AD là đường phân giác của góc A trong ΔABC, $D \in BC$
KL	$\frac{DB}{DC} = \frac{AB}{AC}$



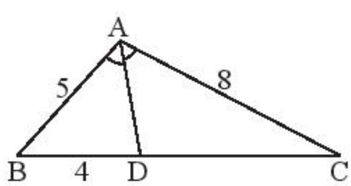
Hình 2

Ví dụ 1. Cho tam giác ABC có AB = 5 cm, AC = 8 cm. Đường phân giác của góc A cắt BC tại D. Biết DB = 4 cm, tính DC.

Giải

Trong tam giác ABC, ta có AD là đường phân giác của $\widehat{CAB}$, suy ra $\frac{DB}{DC} = \frac{AB}{AC}$ nên $\frac{4}{DC} = \frac{5}{8}$.

Suy ra DC = $\frac{4.8}{5}$ = 6,4 (cm).



Hình 3

2. ÁP DỤNG TÍNH CHIA TỈ LỆ CỦA ĐƯỜNG PHÂN GIÁC CỦA TAM GIÁC

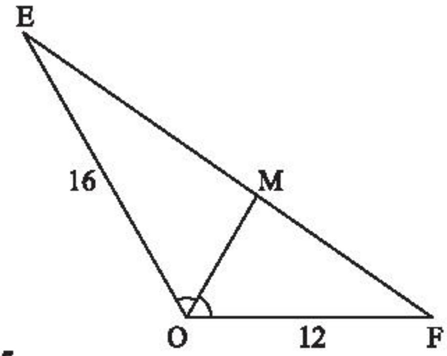
Ta có thể vận dụng tính chất của đường phân giác trong tam giác để tính tỉ lệ các đoạn thẳng hoặc khoảng cách.

Ví dụ 2. Cho tam giác OEF như trong Hình 4. Tính tỉ số hai đoạn thẳng ME và MF.

Giải

Ta có OM là đường phân giác của $\widehat{EOF}$ trong tam giác OEF, suy ra:

$$\frac{ME}{MF} = \frac{OE}{OF} = \frac{16}{12} = \frac{4}{3}.$$



Hình 4

Ví dụ 3. Tính độ dài các đoạn BZ, UC, UZ trong Hình 5.

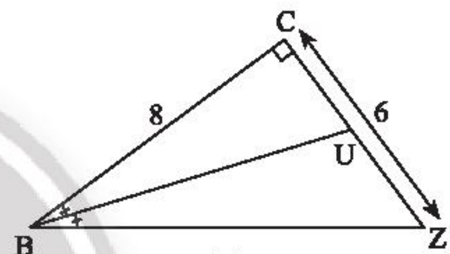
Giải

Tam giác BCZ vuông tại C nên ta có:

$$BZ = \sqrt{BC^2 + CZ^2} = \sqrt{64 + 36} = 10.$$

Ta có BU là đường phân giác của $\widehat{CBZ}$ trong tam giác BCZ, suy ra:

$$\frac{UC}{UZ} = \frac{BC}{BZ} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}. \qquad (1)$$



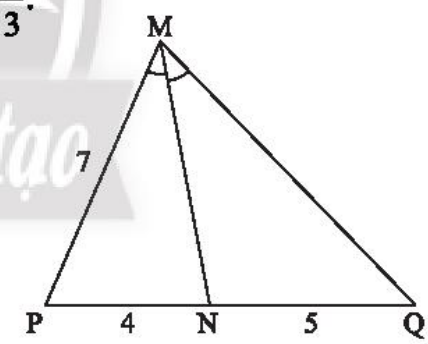
Hình 5

Ta lại có CZ = 6. (2)

Từ (1) và (2), ta có $\frac{UC}{4} = \frac{UZ}{5} = \frac{UC + UZ}{4 + 5} = \frac{CZ}{9} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}.$

Suy ra $UC = 4 \,.\, \frac{2}{3} = \frac{8}{3}$; $UZ = 5 \,.\, \frac{2}{3} = \frac{10}{3}.$

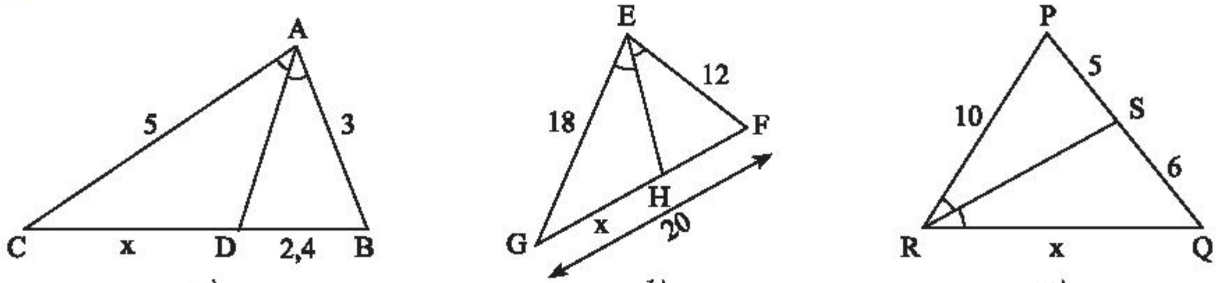
Thực hành. Tính độ dài cạnh MQ của tam giác MPQ trong Hình 6.



Hình 6

BÀI TẬP

1. Tính độ dài x trong Hình 7.



a) *b)* *c)*

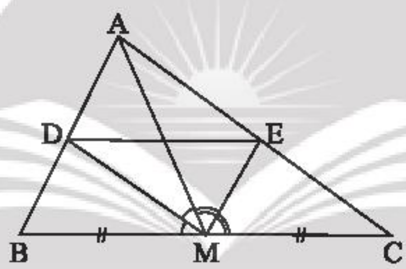
Hình 7

2. Tam giác ABC có AB = 6 cm, AC = 8 cm, BC = 10 cm. Đường phân giác của góc BAC cắt cạnh BC tại D.
a) Tính độ dài các đoạn thẳng DB và DC.
b) Tính tỉ số diện tích giữa ΔADB và ΔADC.

3. Tam giác ABC có AB = 15 cm, AC = 20 cm, BC = 25 cm. Đường phân giác của góc BAC cắt BC tại D. Qua D vẽ DE // AB (E ∈ AC).
a) Tính độ dài các đoạn thẳng DB, DC và DE.
b) Chứng minh ABC là tam giác vuông. Tính diện tích tam giác ABC.
c) Tính diện tích các tam giác ADB, ADE và DCE.

4. Cho tam giác ABC vuông tại A có AB = 3 cm, AC = 4 cm. Đường phân giác của góc A cắt BC tại D.
a) Tính BC, DB, DC.
b) Vẽ đường cao AH. Tính AH, HD và AD.

5. Cho tam giác ABC có trung tuyến AM. Đường phân giác của góc AMB cắt AB tại D và đường phân giác của góc AMC cắt AC tại E (Hình 8). Chứng minh DE // BC.



Hình 8

Sau bài học này, em đã làm được những gì?

– Giải thích được tính chất đường phân giác của tam giác.
– Giải quyết được một số vấn đề thực tiễn gắn với tính chất đường phân giác của tam giác.

BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG 7

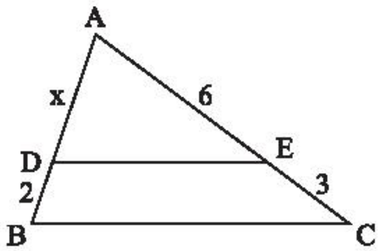
CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

Chọn phương án đúng.

1. Cho tam giác ABC, biết DE // BC và AE = 6 cm, EC = 3 cm, DB = 2 cm (Hình 1). Độ dài đoạn thẳng AD là

A. 4 cm. B. 3 cm.

C. 5 cm. D. 3,5 cm.

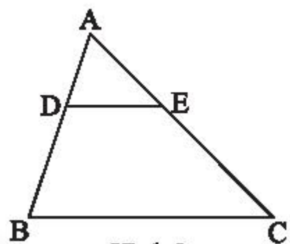


Hình 1

2. Cho tam giác ABC, biết DE // BC (Hình 2). Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

A. $\dfrac{AD}{DB} = \dfrac{AE}{EC}$. B. $\dfrac{AD}{AB} = \dfrac{AE}{AC}$.

C. $\dfrac{AE}{AC} = \dfrac{DE}{BC}$. D. $\dfrac{DB}{AB} = \dfrac{DE}{BC}$.

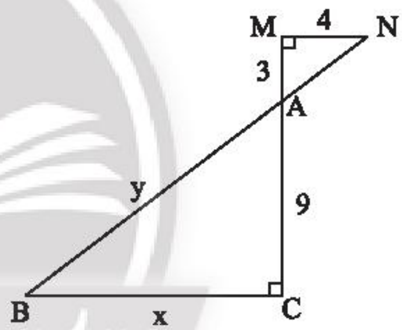


Hình 2

3. Cho Hình 3, biết AM = 3 cm, MN = 4 cm, AC = 9 cm. Giá trị của biểu thức x – y là

A. 4. B. –3.

C. 3. D. –4.



Hình 3

4. Cho tam giác MNP có MD là tia phân giác của góc M (D ∈ NP). Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $\dfrac{DN}{MN} = \dfrac{DP}{MP}$. B. $\dfrac{DN}{MN} = \dfrac{MP}{DP}$. C. $\dfrac{DN}{MN} = \dfrac{MP}{DP}$. D. $\dfrac{MN}{MP} = \dfrac{DP}{DN}$.

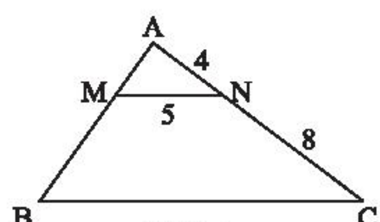
5. Cho hai đoạn thẳng AB = 12 cm và CD = 18 cm. Tỉ số của hai đoạn thẳng AB và CD là

A. $\dfrac{4}{3}$. B. $\dfrac{3}{4}$. C. $\dfrac{2}{3}$. D. $\dfrac{3}{2}$.

6. Cho Hình 4, biết MN // BC, AN = 4 cm, NC = 8 cm, MN = 5 cm. Độ dài cạnh BC là

A. 10 cm. B. 20 cm.

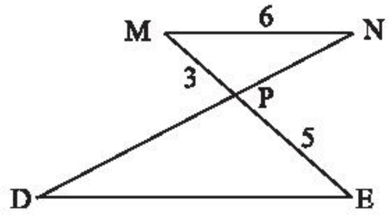
C. 15 cm. D. 16 cm.



Hình 4

7. Cho Hình 5, biết MN // DE, MN = 6 cm, MP = 3 cm, PE = 5 cm. Độ dài đoạn thẳng DE là

A. 6 cm. B. 5 cm.
C. 8 cm. D. 10 cm.



Hình 5

8. Cho ΔABC, một đường thẳng song song với BC cắt AB và AC lần lượt tại D và E. Qua E kẻ đường thẳng song song với CD cắt AB tại F. Biết AB = 25 cm, AF = 9 cm, EF = 12 cm, độ dài đoạn DC là

A. 25 cm. B. 20 cm. C. 15 cm. D. 12 cm.

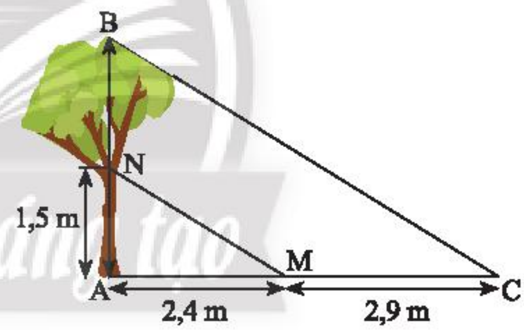
9. Cho ΔABC biết AM là đường phân giác. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $\frac{BM}{MC} = \frac{AB}{AC}$. B. $\frac{AB}{MC} = \frac{BM}{AC}$. C. $\frac{AM}{MC} = \frac{AB}{AC}$. D. $\frac{BM}{MC} = \frac{AM}{AC}$.

BÀI TẬP TỰ LUẬN

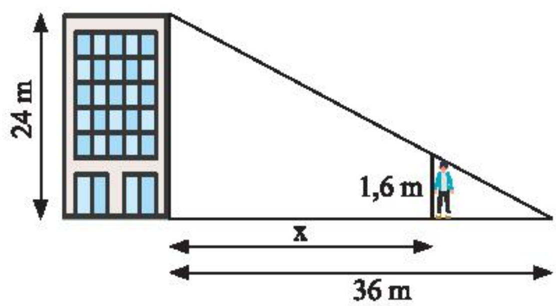
10. Cho tam giác ABC và điểm D trên cạnh AB sao cho AD = 13,5 cm, DB = 4,5 cm. Tính tỉ số các khoảng cách từ các điểm D và B đến cạnh AC.

11. a) Độ cao AN và chiều dài bóng nắng của các đoạn thẳng AN, BN trên mặt đất được ghi lại như trong Hình 6. Tìm chiều cao AB của cái cây.



Hình 6

b) Một toà nhà cao 24 m, đổ bóng nắng dài 36 m trên đường như Hình 7. Một người cao 1,6 m muốn đứng trong bóng râm của toà nhà. Hỏi người đó có thể đứng cách toà nhà xa nhất bao nhiêu mét?



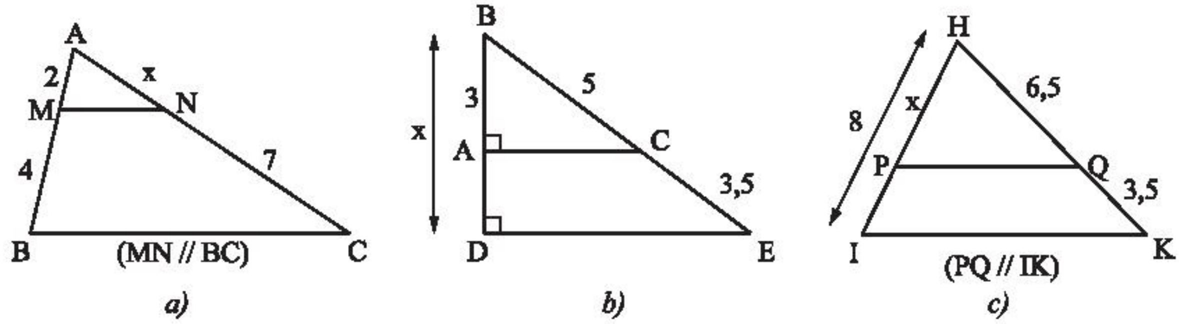
Hình 7

12. Cho tam giác ABC có BC bằng 30 cm. Trên đường cao AH lấy các điểm K, I sao cho AK = KI = IH. Qua I và K vẽ các đường EF // BC, MN // BC (E, M ∈ AB; F, N ∈ AC).

a) Tính độ dài các đoạn thẳng MN và EF.

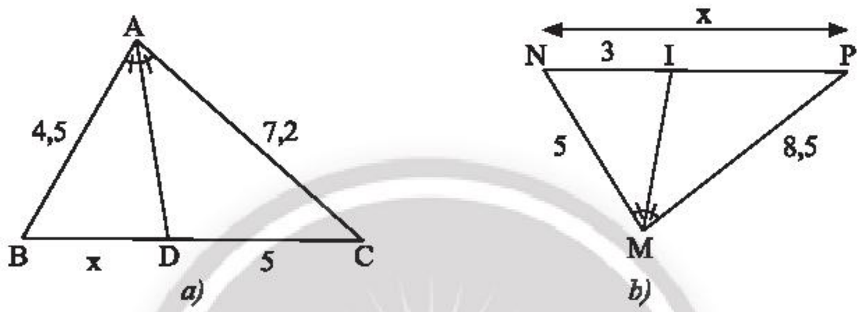
b) Tính diện tích tứ giác MNFE biết rằng diện tích tam giác ABC là 10,8 dm^2.

13. Tính độ dài x trong Hình 8.



Hình 8

14. Tính độ dài x trong Hình 9.



Hình 9

15. Cho tứ giác ABCD có AC và BD cắt nhau tại O. Qua O, kẻ đường thẳng song song với BC cắt AB tại E, kẻ đường thẳng song song với CD cắt AD tại F.

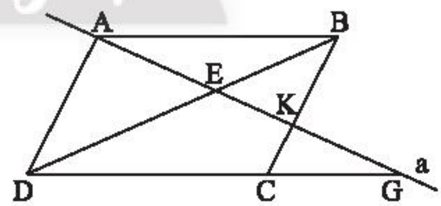
a) Chứng minh FE // BD;

b) Từ O kẻ đường thẳng song song với AB cắt BC tại G và đường thẳng song song với AD cắt CD tại H. Chứng minh rằng CG . DH = BG . CH.

16. Cho hình bình hành ABCD. Đường thẳng a đi qua A cắt BD, BC, DC lần lượt tại E, K, G (Hình 10). Chứng minh rằng:

a) $AE^2 = EK \cdot EG$;

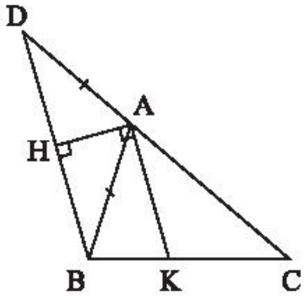
b) $\dfrac{1}{AE} = \dfrac{1}{AK} + \dfrac{1}{AG}$.



Hình 10

17. a) Quan sát Hình 11, chứng minh AK là đường phân giác của góc A trong tam giác ABC.

b) Dựa vào kết quả của câu a, hãy nêu cách vẽ đường phân giác của một góc trong tam giác bằng thước kẻ và êke.



Hình 11

Chương 8

HÌNH ĐỒNG DẠNG

Chương này giới thiệu những hình có hình dạng giống nhau nhưng kích thước có thể khác nhau, đó là những hình đồng dạng; giúp các em giải thích được các trường hợp đồng dạng của hai tam giác; đồng thời nhận biết được hình đồng dạng phối cảnh, hình đồng dạng qua hình ảnh cụ thể; cảm nhận được vẻ đẹp của hình đồng dạng trong thế giới tự nhiên, trong kiến trúc và trong nghệ thuật.

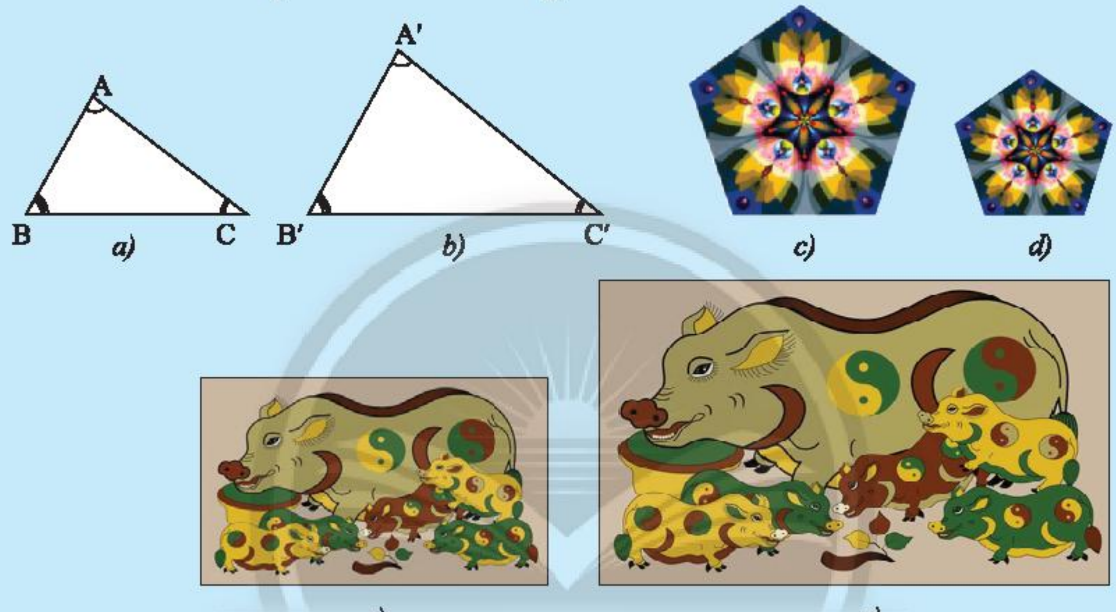
Hình ảnh những con chim cánh cụt giống nhau về hình dạng, xinh đẹp và đáng yêu cho ta cảm nhận được vẻ đẹp của hình đồng dạng trong thế giới tự nhiên.

Bài 1 HAI TAM GIÁC ĐỒNG DẠNG

Hai tam giác có ba cạnh bằng nhau thì bằng nhau. Còn hai tam giác có ba góc bằng nhau thì có bằng nhau không?

1. TAM GIÁC ĐỒNG DẠNG

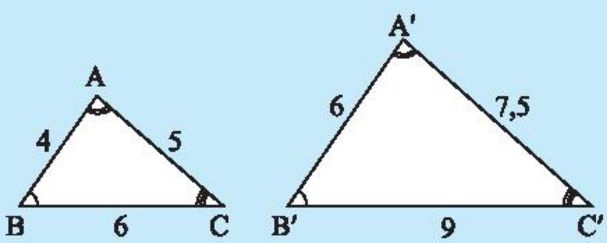
1 Nêu nhận xét về hình dạng và kích thước của từng cặp hình: Hình 1a và Hình 1b, Hình 1c và Hình 1d, Hình 1e và Hình 1g.



Hình 1

Hai hình trong mỗi cặp hình của **1** gọi là hai *hình đồng dạng.*
Trong bài này, ta chỉ xét các tam giác đồng dạng.

2 Cho tam giác ABC và tam giác A′B′C′ như Hình 2.
a) Hãy viết các cặp góc bằng nhau.
b) Tính và so sánh các tỉ số $\frac{A'B'}{AB}, \frac{A'C'}{AC}, \frac{B'C'}{BC}$.



Hình 2

Tam giác A′B′C′ gọi là *đồng dạng* với tam giác ABC nếu:
$\widehat{A'} = \widehat{A}$; $\widehat{B'} = \widehat{B}$; $\widehat{C'} = \widehat{C}$ và $\frac{A'B'}{AB} = \frac{A'C'}{AC} = \frac{B'C'}{BC}$.

Tam giác A'B'C' đồng dạng với tam giác ABC được kí hiệu là $\Delta A'B'C' \backsim \Delta ABC$ (các đỉnh được viết theo thứ tự tương ứng).

Tỉ số các cạnh tương ứng $\dfrac{A'B'}{AB} = \dfrac{A'C'}{AC} = \dfrac{B'C'}{BC} = k$ gọi là *tỉ số đồng dạng.*

Ví dụ 1. Ở Hình 2 trong 2, $\Delta A'B'C' \backsim \Delta ABC$ với tỉ số đồng dạng là bao nhiêu?

Giải

$\Delta A'B'C' \backsim \Delta ABC$ với tỉ số đồng dạng $k = \dfrac{A'B'}{AB} = \dfrac{6}{4} = \dfrac{3}{2}$.

Ví dụ 2. Cho biết $\Delta MNP \backsim \Delta ABC$.

a) Hãy viết các cặp góc bằng nhau.

b) Cho MN = 15 cm, AB = 6 cm, tính tỉ số $\dfrac{MP}{AC}$.

Giải

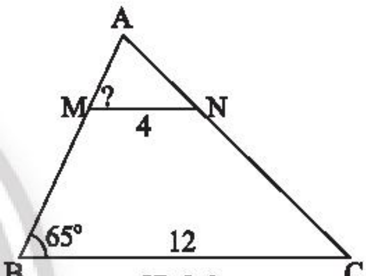
a) Vì $\Delta MNP \backsim \Delta ABC$ nên $\widehat{M} = \widehat{A}$, $\widehat{N} = \widehat{B}$, $\widehat{P} = \widehat{C}$.

b) Vì $\Delta MNP \backsim \Delta ABC$ nên $\dfrac{MP}{AC} = \dfrac{MN}{AB} = \dfrac{15}{6} = \dfrac{5}{2}$.

Thực hành 1. Quan sát Hình 3, cho biết $\Delta AMN \backsim \Delta ABC$.

a) Hãy viết tỉ số của các cạnh tương ứng và tính tỉ số đồng dạng.

b) Tính $\widehat{AMN}$.



Hình 3

2. TÍNH CHẤT

3 a) Nếu $\Delta A'B'C' = \Delta ABC$ thì tam giác A'B'C' có đồng dạng với tam giác ABC không? Tỉ số đồng dạng là bao nhiêu?

b) Cho $\Delta A'B'C' \backsim \Delta ABC$ theo tỉ số k thì $\Delta ABC \backsim \Delta A'B'C'$ theo tỉ số nào?

Ta có các tính chất đơn giản của hai tam giác đồng dạng:

Tính chất 1: Mỗi tam giác đồng dạng với chính nó theo tỉ số k = 1.

Tính chất 2: Nếu $\Delta A'B'C' \backsim \Delta ABC$ theo tỉ số k thì $\Delta ABC \backsim \Delta A'B'C'$ theo tỉ số $\dfrac{1}{k}$.

Ta nói $\Delta A'B'C'$ và ΔABC *đồng dạng* với nhau.

Tính chất 3: Nếu $\Delta A'B'C' \backsim \Delta A''B''C''$ và $\Delta A''B''C'' \backsim \Delta ABC$ thì $\Delta A'B'C' \backsim \Delta ABC$.

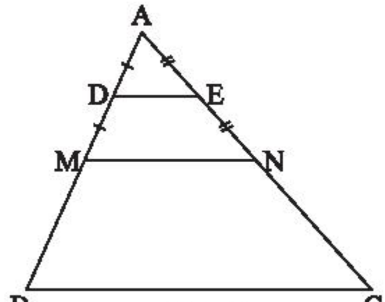
Ví dụ 3. Cho $\Delta MNP \backsim \Delta DEF$ và $\Delta DEF \backsim \Delta ABC$, biết $\widehat{M} = 48°$. Tính $\widehat{A}$.

Giải

Ta có $\Delta MNP \backsim \Delta DEF$ và $\Delta DEF \backsim \Delta ABC$, nên $\Delta MNP \backsim \Delta ABC$.

Do đó $\widehat{M} = \widehat{A}$. Vì $\widehat{M} = 48°$, suy ra $\widehat{A} = 48°$.

Thực hành 2. Quan sát Hình 4, cho biết ΔADE ∽ ΔAMN, ΔAMN ∽ ΔABC, DE là đường trung bình của tam giác AMN, MN là đường trung bình của tam giác ABC. Tam giác ADE đồng dạng với tam giác ABC theo tỉ số đồng dạng là bao nhiêu?



Hình 4

3. ĐỊNH LÍ

4 Quan sát Hình 5, biết MN // BC. Hãy điền vào $\boxed{?}$ cho thích hợp.

ΔAMN và ΔABC có:

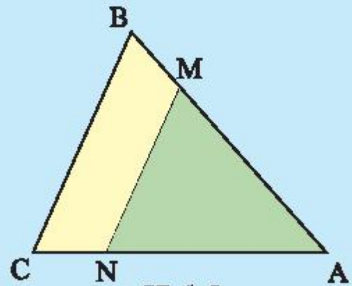
$\widehat{A}$ chung;

$\widehat{M} = \boxed{?}$;

$\widehat{N} = \boxed{?}$;

$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{\boxed{?}}{\boxed{?}}$.

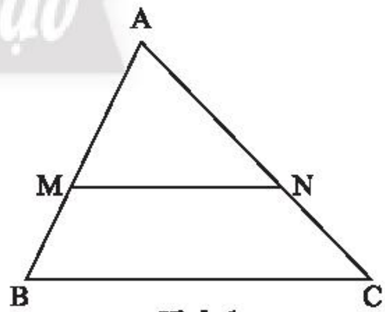
Nêu nhận xét về mối quan hệ giữa tam giác AMN và tam giác ABC.



Hình 5

Nếu một đường thẳng cắt hai cạnh của một tam giác và song song với cạnh còn lại thì nó tạo thành một tam giác mới đồng dạng với tam giác đã cho.

GT	ΔABC, MN // BC, M ∈ AB, N ∈ AC
KL	ΔAMN ∽ ΔABC



Hình 6

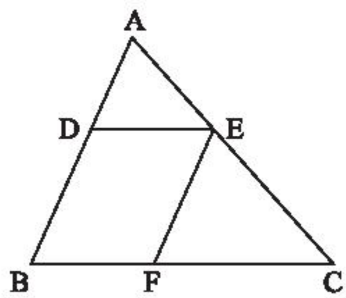
Ví dụ 4. Quan sát Hình 7, cho biết DE // BC, EF // AB. Chứng minh rằng ΔADE ∽ ΔEFC.

Giải

Ta có: DE // BC nên ΔADE ∽ ΔABC;

EF // AB nên ΔEFC ∽ ΔABC.

Do đó ΔADE ∽ ΔEFC.

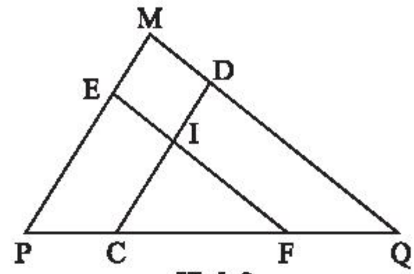


Hình 7

Thực hành 3. Quan sát Hình 8, cho biết DC // MP, EF // MQ.

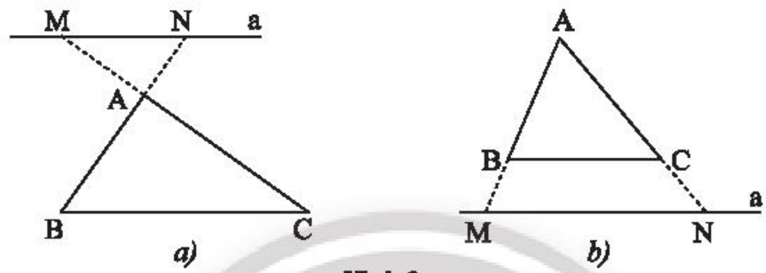
a) Chứng minh rằng ΔEPF ∽ ΔDCQ.

b) ΔICF có đồng dạng với ΔMPQ không? Tại sao?



Hình 8

Chú ý: Định lí trên cũng đúng trong trường hợp đường thẳng a cắt phần kéo dài của hai cạnh của tam giác và song song với cạnh còn lại (Hình 9a, 9b).

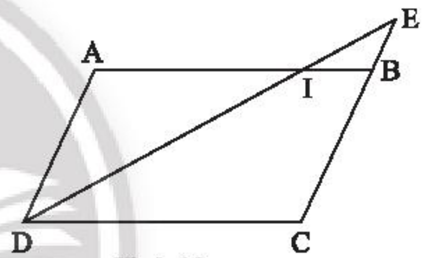


Hình 9

Vận dụng. Trong Hình 10, cho biết ABCD là hình bình hành.

a) Chứng minh rằng ΔIEB ∽ ΔIDA.

b) Cho biết CB = 3BE và AI = 9 cm. Tính độ dài DC.



Hình 10

BÀI TẬP

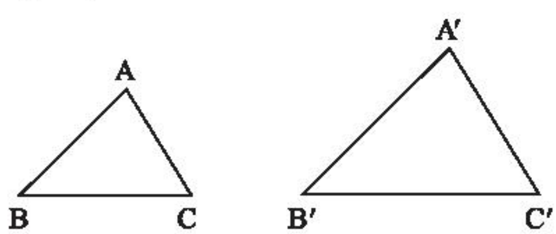
1. Trong hai khẳng định sau, khẳng định nào đúng, khẳng định nào sai? Tại sao?

a) Hai tam giác bằng nhau thì đồng dạng với nhau.

b) Hai tam giác đồng dạng với nhau thì bằng nhau.

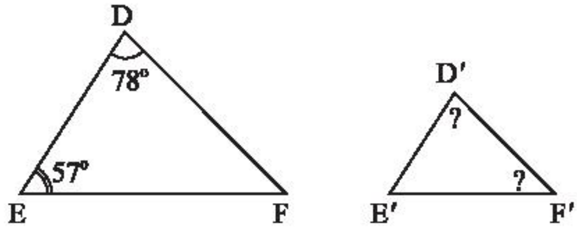
2. Cho tam giác ABC, hãy vẽ một tam giác đồng dạng với tam giác ABC theo tỉ số đồng dạng $k = \frac{1}{2}$.

3. a) Trong Hình 11, cho biết ΔABC ∽ ΔA′B′C′. Viết tỉ số của các cạnh tương ứng và chỉ ra các cặp góc tương ứng.



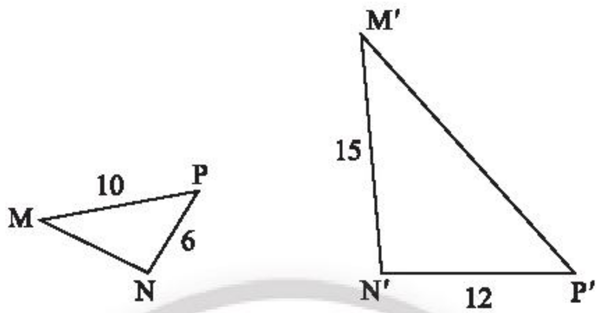
Hình 11

b) Trong Hình 12, cho biết $\Delta DEF \backsim \Delta D'E'F'$. Tính số đo $\widehat{D'}$ và $\widehat{F'}$.



Hình 12

c) Trong Hình 13, cho biết $\Delta MNP \backsim \Delta M'N'P'$. Tính độ dài các đoạn thẳng MN và M′P′.

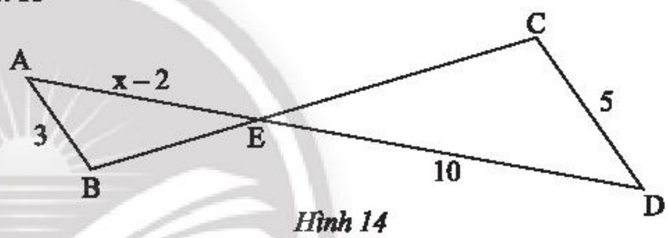


Hình 13

4. Trong Hình 14, cho biết AB // CD.

a) Chứng minh rằng $\Delta AEB \backsim \Delta DEC$.

b) Tìm x.



Hình 14

5. Cho $\Delta ABC \backsim \Delta DEF$ theo tỉ số đồng dạng $k = \dfrac{2}{5}$.

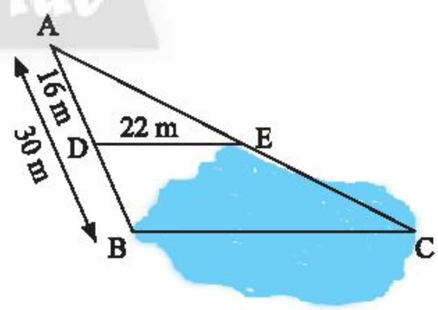
a) Tính tỉ số chu vi của hai tam giác đã cho.

b) Cho biết hiệu chu vi của hai tam giác trên là 36 cm, tính chu vi của mỗi tam giác.

6. Người ta ứng dụng hai tam giác đồng dạng để đo khoảng cách BC ở hai địa điểm không thể đến được (Hình 15). Biết DE // BC.

a) Chứng minh rằng $\Delta ADE \backsim \Delta ABC$.

b) Tính khoảng cách BC.



Hình 15

Sau bài học này, em đã làm được những gì?

– Mô tả được định nghĩa của hai tam giác đồng dạng, kí hiệu, cách viết, tỉ số đồng dạng.

– Giải quyết được một số vấn đề thực tiễn gắn với việc vận dụng kiến thức về hai tam giác đồng dạng.

Bài 2 CÁC TRƯỜNG HỢP ĐỒNG DẠNG CỦA HAI TAM GIÁC

Các trường hợp đồng dạng của hai tam giác có điều gì khác với các trường hợp bằng nhau của hai tam giác?

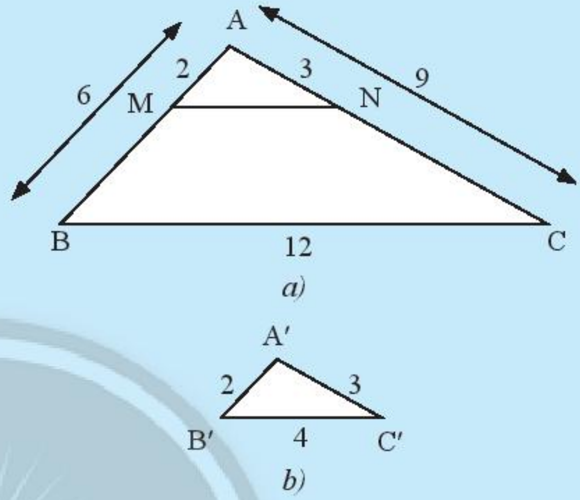
1. TRƯỜNG HỢP ĐỒNG DẠNG THỨ NHẤT (c.c.c)

1 Cho tam giác ABC và tam giác A′B′C′ có các kích thước như Hình 1. Trên cạnh AB và AC của tam giác ABC lần lượt lấy hai điểm M, N sao cho AM = 2 cm, AN = 3 cm.

a) So sánh các tỉ số $\frac{A'B'}{AB}, \frac{A'C'}{AC}, \frac{B'C'}{BC}$.

b) Tính độ dài đoạn thẳng MN.

c) Em có nhận xét gì về mối quan hệ giữa các tam giác ABC, AMN và A′B′C′?

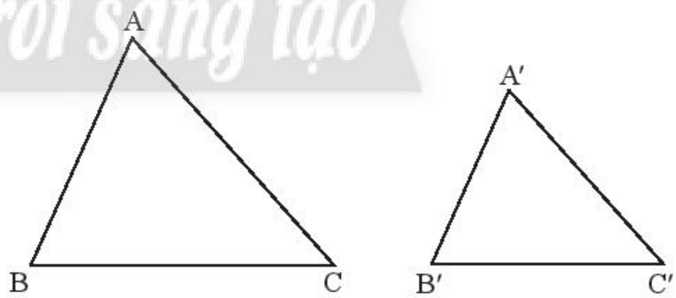


Hình 1

Định lí:

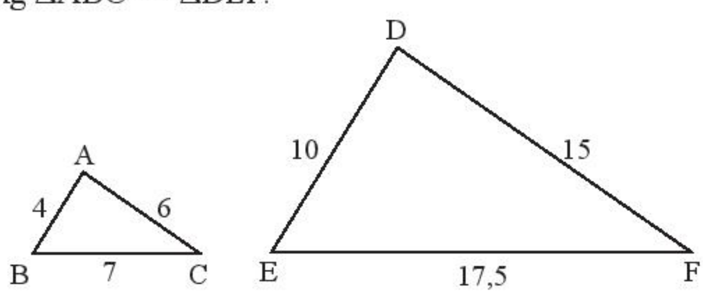
Nếu ba cạnh của tam giác này tỉ lệ với ba cạnh của tam giác kia thì hai tam giác đó đồng dạng với nhau.

GT	ΔABC và $\Delta A'B'C'$, $\frac{A'B'}{AB} = \frac{A'C'}{AC} = \frac{B'C'}{BC}$
KL	$\Delta A'B'C' \backsim \Delta ABC$



Hình 2

Ví dụ 1. Cho tam giác ABC và tam giác DEF có kích thước các cạnh như Hình 3. Chứng minh rằng $\Delta ABC \backsim \Delta DEF$.



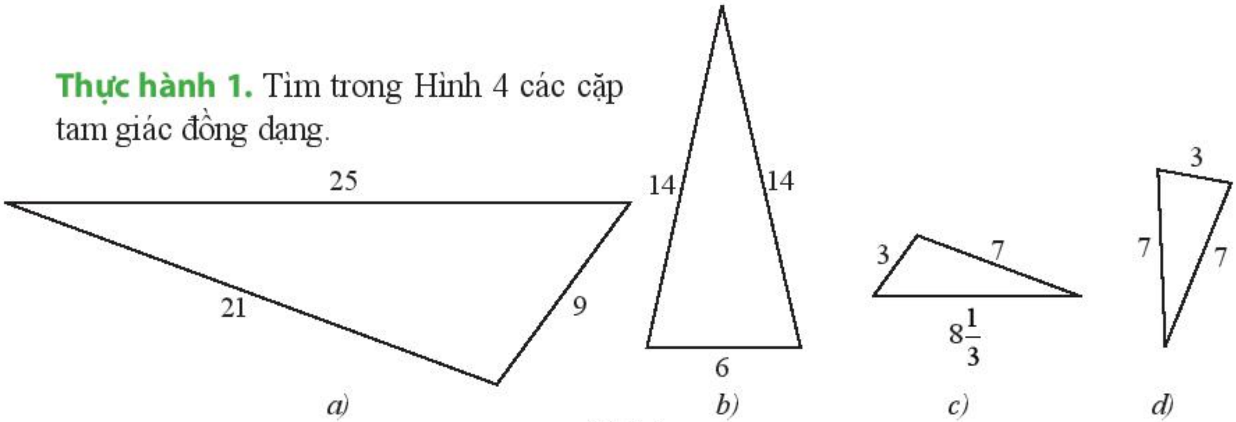
Hình 3

Giải

ΔABC và ΔDEF có: $\dfrac{AB}{DE} = \dfrac{4}{10} = \dfrac{2}{5}$; $\dfrac{AC}{DF} = \dfrac{6}{15} = \dfrac{2}{5}$; $\dfrac{BC}{EF} = \dfrac{7}{17{,}5} = \dfrac{2}{5}$.

Suy ra $\dfrac{AB}{DE} = \dfrac{AC}{DF} = \dfrac{BC}{EF}$. Vậy $\Delta ABC \backsim \Delta DEF$ (c.c.c).

Thực hành 1. Tìm trong Hình 4 các cặp tam giác đồng dạng.



Hình 4

Nhận xét: Nếu tam giác A′B′C′ đồng dạng với tam giác ABC theo tỉ số k thì tỉ số chu vi của hai tam giác đó cũng bằng k.

2. TRƯỜNG HỢP ĐỒNG DẠNG THỨ HAI (c.g.c)

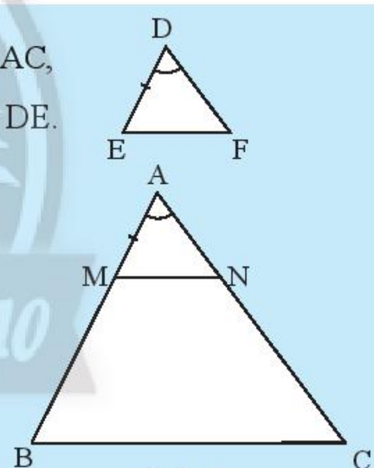
2 Cho tam giác DEF và tam giác ABC có $DE = \dfrac{1}{3}AB$, $DF = \dfrac{1}{3}AC$, $\widehat{D} = \widehat{A}$ (Hình 5). Trên tia AB, lấy điểm M sao cho AM = DE. Qua M kẻ MN // BC ($N \in AC$).

a) So sánh các tỉ số $\dfrac{AM}{AB}$ và $\dfrac{AN}{AC}$.

b) So sánh AN với DF.

c) Tam giác AMN có đồng dạng với tam giác ABC không?

d) Dự đoán sự đồng dạng của hai tam giác DEF và ABC.

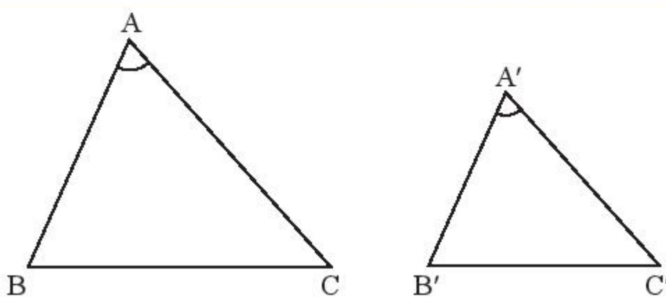


Hình 5

Định lí:

Nếu hai cạnh của tam giác này tỉ lệ với hai cạnh của tam giác kia và hai góc tạo bởi các cặp cạnh đó bằng nhau, thì hai tam giác đó đồng dạng với nhau.

GT	ΔABC và $\Delta A'B'C'$, $\dfrac{A'B'}{AB} = \dfrac{A'C'}{AC}$, $\widehat{A'} = \widehat{A}$
KL	$\Delta A'B'C' \backsim \Delta ABC$



Hình 6

Ví dụ 2. Cho hai tam giác DEF và ABC có DE = 3 cm, DF = 5 cm, AB = 9 cm, AC = 15 cm, $\widehat{D} = \widehat{A}$ (Hình 7). Chứng minh rằng ΔDEF ∽ ΔABC.

Giải

Ta có: $\dfrac{DE}{AB} = \dfrac{3}{9} = \dfrac{1}{3}$; $\dfrac{DF}{AC} = \dfrac{5}{15} = \dfrac{1}{3}$.

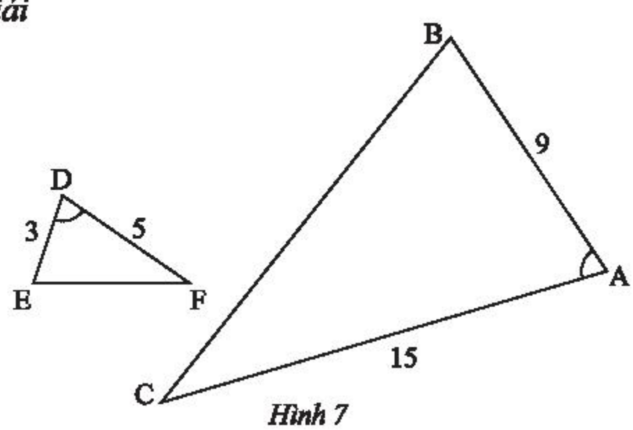
Suy ra $\dfrac{DE}{AB} = \dfrac{DF}{AC}$.

Tam giác DEF và tam giác ABC có:

$\dfrac{DE}{AB} = \dfrac{DF}{AC}$ (chứng minh trên),

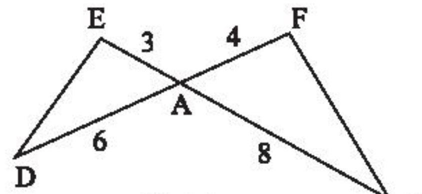
$\widehat{D} = \widehat{A}$ (giả thiết).

Vậy ΔDEF ∽ ΔABC (c.g.c).



Hình 7

Thực hành 2. Cho tam giác ADE và tam giác ACF có các kích thước như trong Hình 8. Chứng minh rằng ΔADE ∽ ΔACF.



Hình 8

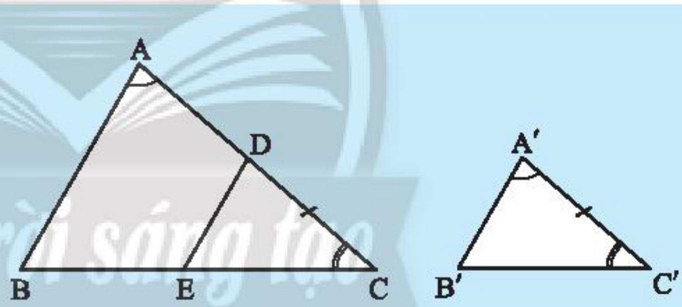
Nhận xét: Nếu tam giác A'B'C' đồng dạng với tam giác ABC theo tỉ số k thì tỉ số của hai đường trung tuyến tương ứng của hai tam giác đó cũng bằng k.

3. TRƯỜNG HỢP ĐỒNG DẠNG THỨ BA (g.g)

3 Cho hai tam giác ABC và A'B'C' có $\widehat{A} = \widehat{A'}$, $\widehat{C} = \widehat{C'}$ (Hình 9).

Trên cạnh AC, lấy điểm D sao cho DC = A'C'. Qua D kẻ đường thẳng song song với AB cắt cạnh BC tại E.

a) Tam giác DEC có đồng dạng với tam giác ABC không?



Hình 9

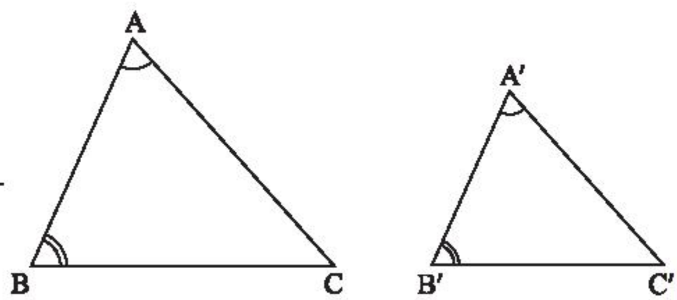
b) Nhận xét về mối quan hệ giữa tam giác A'B'C' và tam giác DEC.

c) Dự đoán về sự đồng dạng của hai tam giác A'B'C' và ABC.

Định lí:

Nếu hai góc của tam giác này lần lượt bằng hai góc của tam giác kia thì hai tam giác đó đồng dạng với nhau.

GT	ΔABC và ΔA'B'C' $\widehat{A'} = \widehat{A}$, $\widehat{B'} = \widehat{B}$
KL	ΔA'B'C' ∽ ΔABC



Hình 10

Ví dụ 3. Trong Hình 11, cho biết AD // BC, BE // DC. Chứng minh rằng $\Delta ADC \backsim \Delta CBE$.

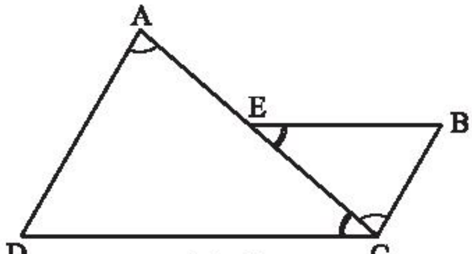
Giải

Xét ΔADC và ΔCBE có:

AD // BC nên $\widehat{DAC} = \widehat{BCE}$ (so le trong);

BE // DC nên $\widehat{DCA} = \widehat{BEC}$ (so le trong).

Suy ra $\Delta ADC \backsim \Delta CBE$ (g.g).

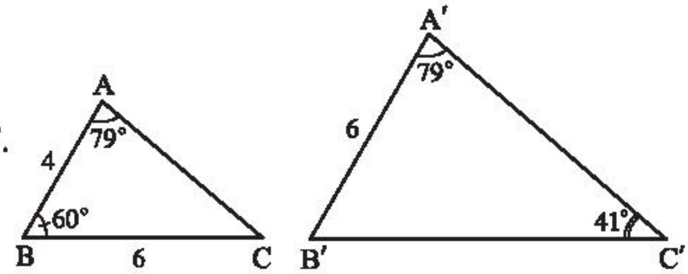


Hình 11

Thực hành 3. Quan sát Hình 12.

a) Chứng minh rằng $\Delta ABC \backsim \Delta A'B'C'$.

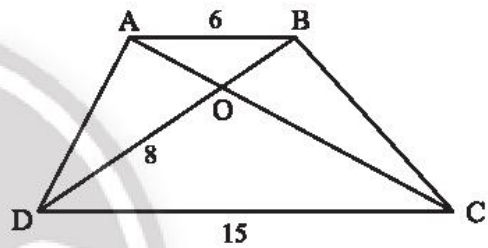
b) Tính độ dài cạnh B'C'.



Hình 12

Vận dụng 1. Cho hình thang ABCD (AB // CD) có AB = 6 m, CD = 15 m, OD = 8 m (Hình 13). Tính độ dài đoạn thẳng OB.

Vận dụng 2. Qua các trường hợp đồng dạng của hai tam giác, hãy trả lời câu hỏi ở (trang 67).



Hình 13

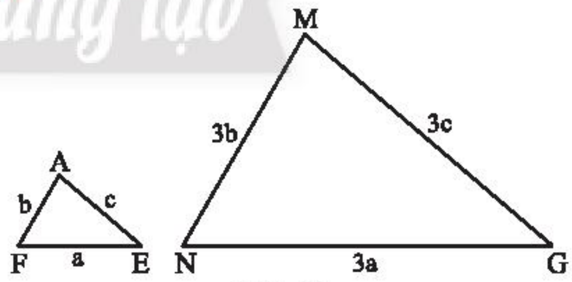
Nhận xét: Nếu tam giác A'B'C' đồng dạng với tam giác ABC theo tỉ số k thì tỉ số của hai đường phân giác tương ứng của hai tam giác đó cũng bằng k.

BÀI TẬP

Trường hợp đồng dạng thứ nhất (c.c.c)

1. a) Tam giác AFE và MNG ở Hình 14 có đồng dạng với nhau không? Vì sao?

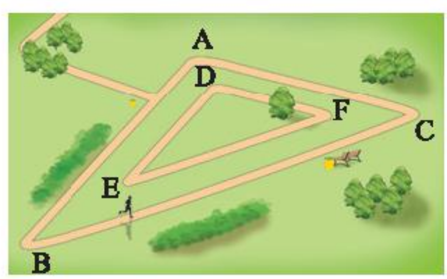
   b) Biết tam giác AFE có chu vi bằng 15 cm. Tính chu vi tam giác MNG.



Hình 14

2. Tam giác ABC có độ dài AB = 4 cm, AC = 6 cm, BC = 9 cm. Tam giác A'B'C' đồng dạng với tam giác ABC và có chu vi bằng 66,5 cm. Hãy tính độ dài các cạnh của tam giác A'B'C'.

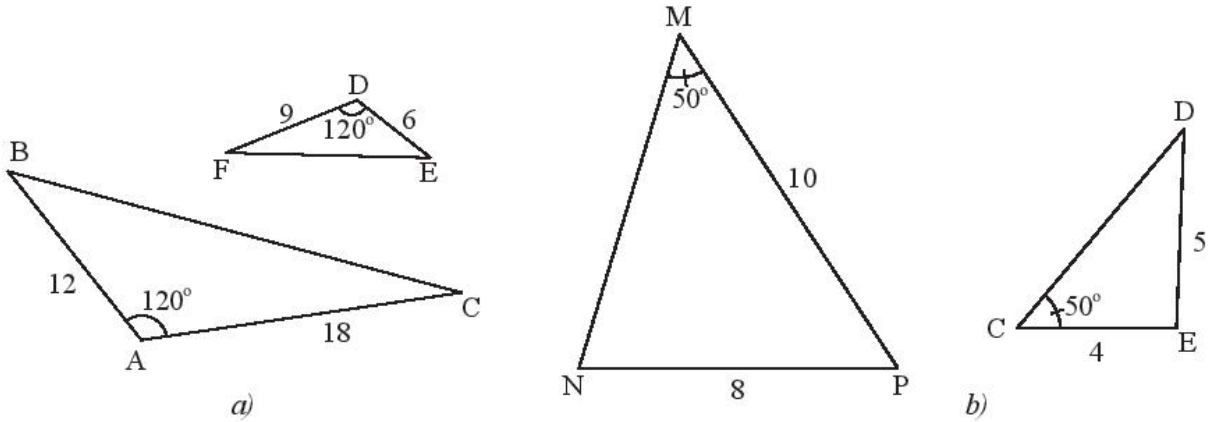
3. Một công viên có hai đường chạy bộ hình tam giác đồng dạng như Hình 15. Kích thước của con đường bên trong lần lượt là 300 m, 350 m và 550 m. Cạnh ngắn nhất của con đường bên ngoài là 600 m. Nam chạy bốn vòng trên con đường bên trong, Hùng chạy hai vòng trên con đường bên ngoài. So sánh quãng đường chạy được của hai bạn.



Hình 15

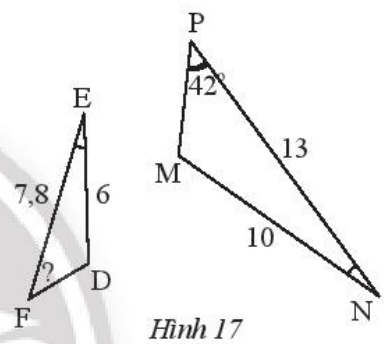
Trường hợp đồng dạng thứ hai (c.g.c)

4. Xét xem cặp tam giác nào trong các Hình 16a, 16b đồng dạng?



Hình 16

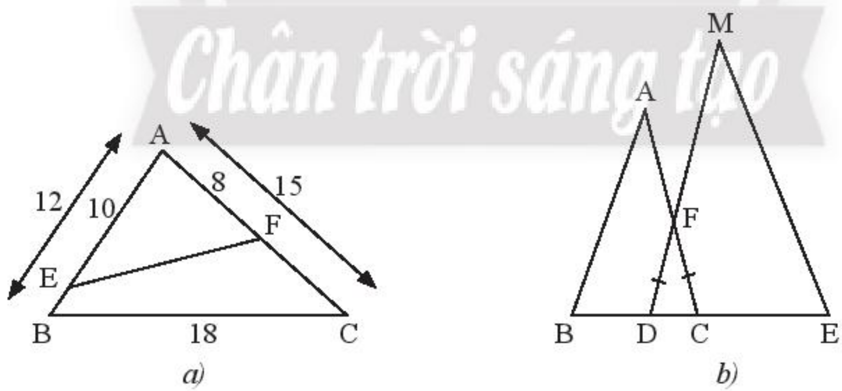
5. Trong Hình 17, cho biết DE = 6 cm, EF = 7,8 cm, NP = 13 cm, NM = 10 cm, $\widehat{E} = \widehat{N}$ và $\widehat{P} = 42^\circ$. Tính $\widehat{F}$.



Hình 17

6. a) Cho tam giác ABC có AB = 12 cm, AC = 15 cm, BC = 18 cm. Trên cạnh AB, lấy điểm E sao cho AE = 10 cm. Trên cạnh AC, lấy điểm F sao cho AF = 8 cm (Hình 18a). Tính độ dài đoạn thẳng EF.

b) Trong Hình 18b, cho biết FD = FC, BC = 9 dm, DE = 12 dm, AC = 15 dm, MD = 20 dm. Chứng minh rằng $\Delta ABC \backsim \Delta MED$.



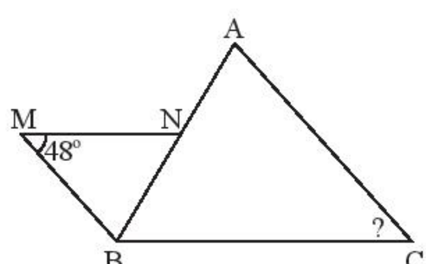
Hình 18

Trường hợp đồng dạng thứ ba (g.g)

7. Trong Hình 19, cho biết MN // BC, MB // AC.

a) Chứng minh rằng $\Delta BNM \backsim \Delta ABC$.

b) Tính $\widehat{C}$.

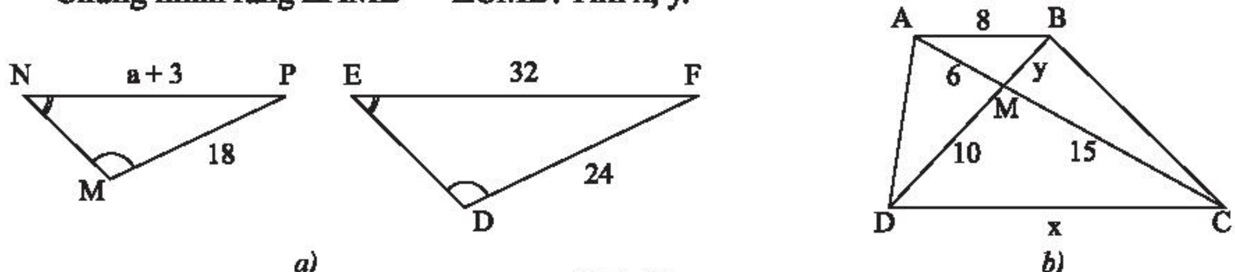


Hình 19

8. a) Trong Hình 20a, cho biết $\widehat{N} = \widehat{E}$, $\widehat{M} = \widehat{D}$, MP = 18 m, DF = 24 m, EF = 32 m, NP = a + 3 (m). Tìm a.

b) Cho ABCD là hình thang (AB // CD) (Hình 20b).

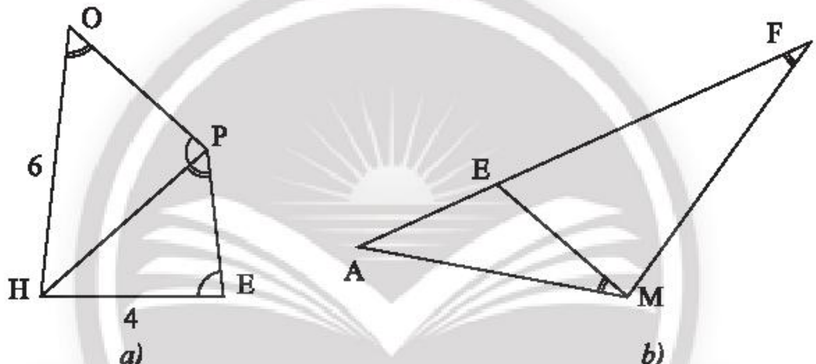
Chứng minh rằng $\Delta AMB \backsim \Delta CMD$. Tìm x, y.



Hình 20

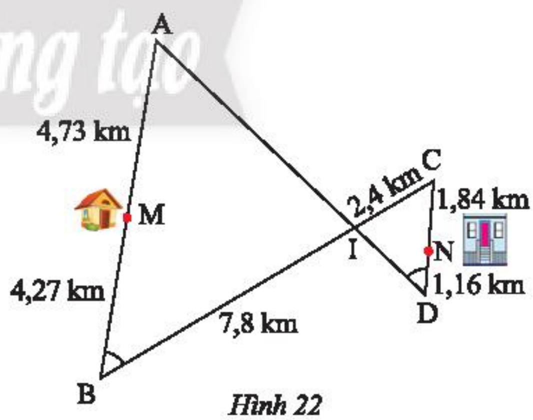
9. a) Trong Hình 21a, cho biết $\widehat{HOP} = \widehat{HPE}$, $\widehat{HPO} = \widehat{HEP}$, OH = 6 cm và HE = 4 cm. Tính độ dài đoạn thẳng HP.

b) Trong Hình 21b, cho biết $\widehat{AME} = \widehat{AFM}$. Chứng minh rằng $AM^2 = AE \cdot AF$.



Hình 21

10. Đường đi và khoảng cách từ nhà anh Thanh (điểm M) đến công ty (điểm N) được thể hiện trong Hình 22. Hãy tìm con đường ngắn nhất để đi từ nhà của anh Thanh đến công ty.



Hình 22

Sau bài học này, em đã làm được những gì?

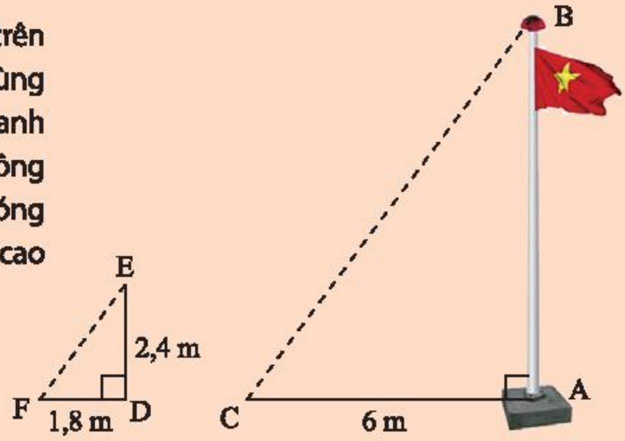
– Giải thích được các trường hợp đồng dạng của hai tam giác.

– Vận dụng kiến thức đã học để giải các bài toán về hai tam giác đồng dạng.

– Giải quyết được một số vấn đề thực tiễn gắn với việc vận dụng kiến thức về hai tam giác đồng dạng.

Bài 3 CÁC TRƯỜNG HỢP ĐỒNG DẠNG CỦA HAI TAM GIÁC VUÔNG

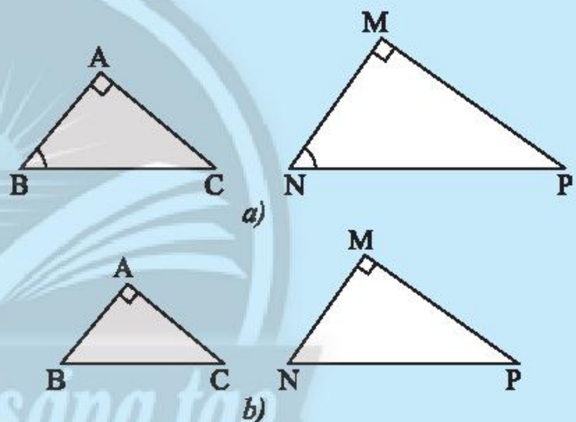
Bóng của một cột cờ trên mặt đất dài 6 m. Cùng thời điểm đó một thanh sắt cao 2,4 m cắm vuông góc với mặt đất có bóng dài 1,8 m. Tính chiều cao của cột cờ.



1. ÁP DỤNG CÁC TRƯỜNG HỢP ĐỒNG DẠNG CỦA TAM GIÁC VÀO TAM GIÁC VUÔNG

1 a) Từ trường hợp đồng dạng thứ ba của hai tam giác, xét xem tam giác ABC vuông tại A và tam giác MNP vuông tại M có $\widehat{B} = \widehat{N}$ thì hai tam giác đó có đồng dạng với nhau không.

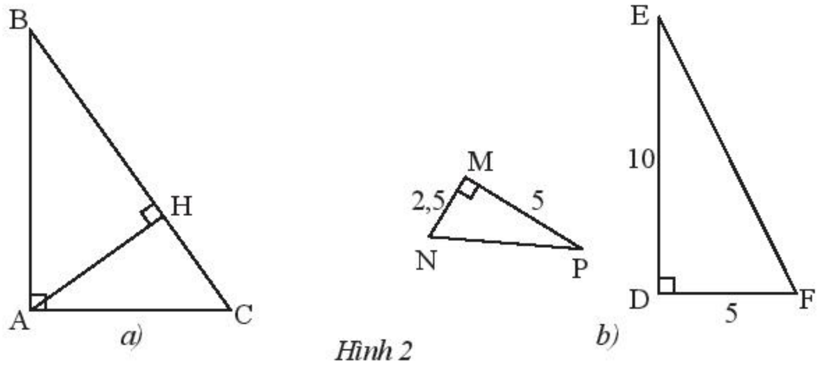
b) Từ trường hợp đồng dạng thứ hai của hai tam giác, xét xem nếu tam giác ABC vuông tại A và tam giác MNP vuông tại M có $\frac{AB}{MN} = \frac{AC}{MP}$ thì hai tam giác đó có đồng dạng với nhau không.



Hình 1

Nếu tam giác *vuông* này có *một góc nhọn* bằng *góc nhọn* của tam giác *vuông* kia thì hai tam giác vuông đó đồng dạng với nhau.
Nếu tam giác *vuông* này có *hai cạnh góc vuông* tỉ lệ với *hai cạnh góc vuông* của tam giác *vuông* kia thì hai tam giác vuông đó đồng dạng với nhau.

Ví dụ 1.
a) Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH (Hình 2a).
Chứng minh rằng $\Delta ABC \backsim \Delta HBA$.
b) Tam giác vuông MPN và tam giác vuông DEF có các kích thước như Hình 2b có đồng dạng với nhau không?



Hình 2

Giải

a) ΔABC ($\widehat{A} = 90^o$) và ΔHBA ($\widehat{AHB} = 90^o$) có $\widehat{B}$ chung.

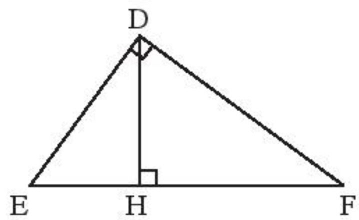
Vậy $\Delta ABC \backsim \Delta HBA$ (g.g).

b) ΔMPN ($\widehat{M} = 90^o$) và ΔDEF ($\widehat{D} = 90^o$) có $\dfrac{MN}{DF} = \dfrac{MP}{DE}$ (vì $\dfrac{2,5}{5} = \dfrac{5}{10}$).

Vậy $\Delta MPN \backsim \Delta DEF$ (c.g.c).

Thực hành 1. Cho tam giác DEF vuông tại D có DH là đường cao (Hình 3). Chứng minh rằng $DE^2 = EH \,.\, EF$.

Vận dụng 1. Tính chiều cao của cột cờ trong (trang 73).



Hình 3

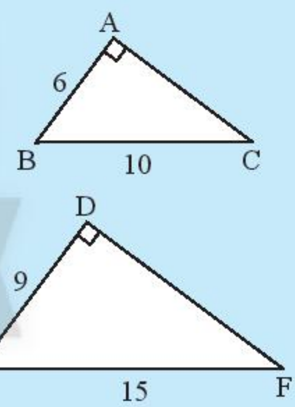
2. THÊM MỘT DẤU HIỆU NHẬN BIẾT HAI TAM GIÁC VUÔNG ĐỒNG DẠNG

2 Cho hai tam giác vuông ABC và DEF có các kích thước như Hình 4.

a) Hãy tính độ dài cạnh AC và DF.

b) So sánh các tỉ số $\dfrac{AB}{DE}$, $\dfrac{AC}{DF}$ và $\dfrac{BC}{EF}$.

c) Dự đoán sự đồng dạng của hai tam giác ABC và DEF.



Hình 4

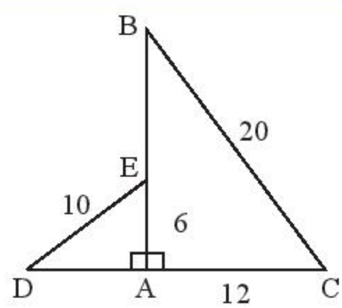
Nếu cạnh huyền và một cạnh góc vuông của tam giác vuông này tỉ lệ với cạnh huyền và một cạnh góc vuông của tam giác vuông kia thì hai tam giác vuông đó đồng dạng.

Ví dụ 2. Cho hai tam giác vuông ABC và ADE có các kích thước như Hình 5. Chứng minh rằng $\Delta ADE \backsim \Delta ABC$.

Giải

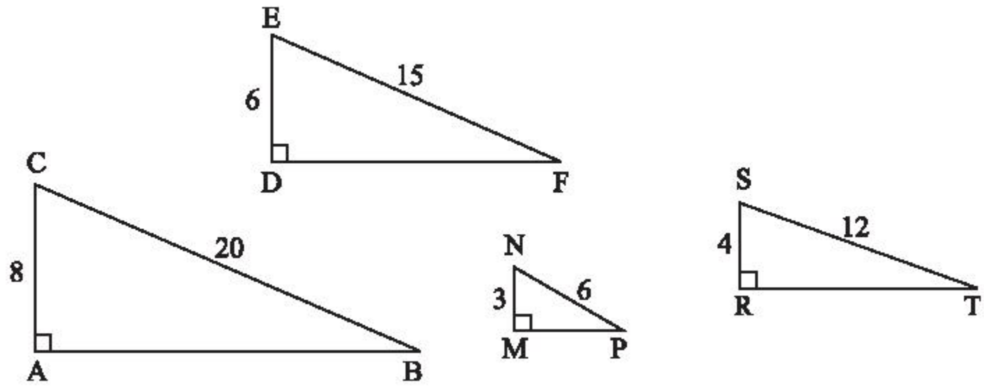
ΔADE và ΔABC có: $\dfrac{AE}{AC} = \dfrac{6}{12} = \dfrac{1}{2}$; $\dfrac{DE}{BC} = \dfrac{10}{20} = \dfrac{1}{2}$.

Suy ra $\dfrac{AE}{AC} = \dfrac{DE}{BC}$. Vậy $\Delta ADE \backsim \Delta ABC$.

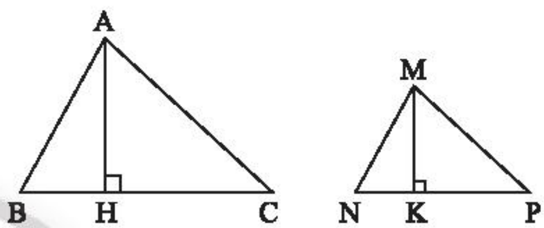


Hình 5

Thực hành 2. Trong Hình 6, tam giác nào đồng dạng với tam giác DEF?



Hình 6



Hình 7

Vận dụng 2. Trong Hình 7, biết $\Delta MNP \backsim \Delta ABC$ với tỉ số đồng dạng $k = \frac{MN}{AB}$, hai đường cao tương ứng là MK và AH.

a) Chứng minh rằng $\Delta MNK \backsim \Delta ABH$ và $\frac{MK}{AH} = k$.

b) Gọi S_1 là diện tích tam giác MNP và S_2 là diện tích tam giác ABC. Chứng minh rằng $\frac{S_1}{S_2} = k^2$.

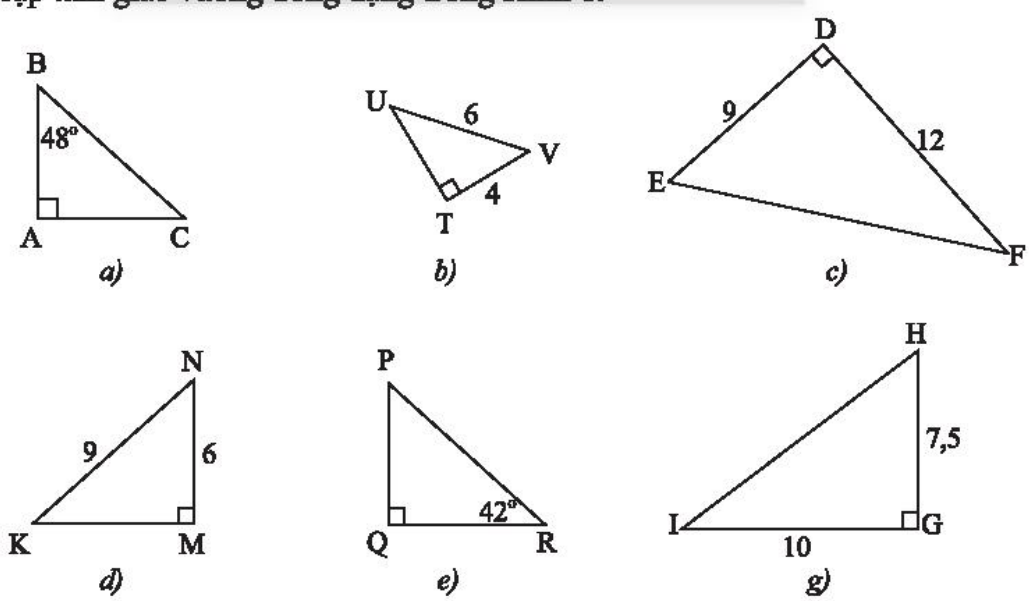
Chú ý:

– Tỉ số hai đường cao tương ứng của hai tam giác đồng dạng bằng tỉ số đồng dạng.

– Tỉ số diện tích của hai tam giác đồng dạng bằng bình phương tỉ số đồng dạng.

BÀI TẬP

1. Hãy tìm cặp tam giác vuông đồng dạng trong Hình 8.



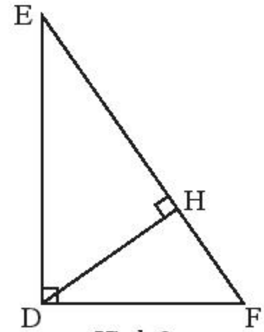
Hình 8

2. Quan sát Hình 9.

a) Chứng minh rằng $\Delta DEF \backsim \Delta HDF$.

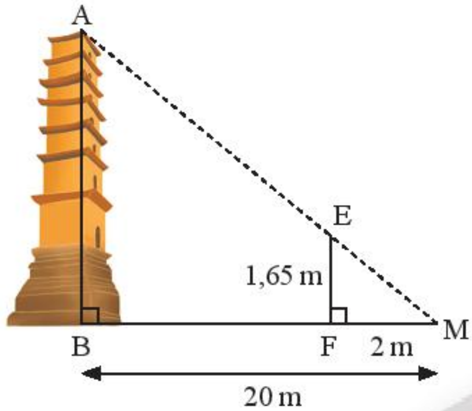
b) Chứng minh rằng $DF^2 = FH \,.\, FE$.

c) Biết EF = 15 cm, FH = 5,4 cm. Tính độ dài đoạn thẳng DF.

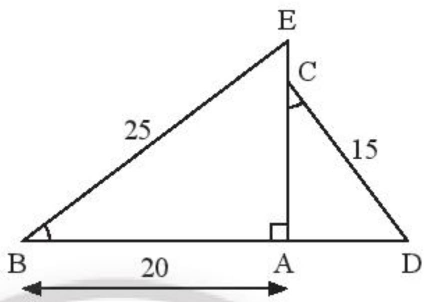


Hình 9

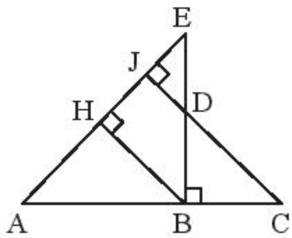
3. Trong Hình 10, biết MB = 20 m, MF = 2 m, EF = 1,65 m. Tính chiều cao AB của ngọn tháp.



Hình 10



Hình 11



Hình 12

4. Trong Hình 11, cho biết $\widehat{B} = \widehat{C}$, BE = 25 cm, AB = 20 cm, DC = 15 cm. Tính độ dài đoạn thẳng CE.

5. Quan sát Hình 12. Chứng minh rằng:

a) $\Delta ABH \backsim \Delta DCB$;

b) $\dfrac{BC}{BE} = \dfrac{BD}{BA}$.

6. Một người đo chiều cao của một toà nhà nhờ một cọc chôn xuống đất, cọc cao 3 m và đặt cách xa toà nhà 27 m. Sau khi người ấy lùi ra xa cách cọc 1,2 m thì nhìn thấy đầu cọc và đỉnh toà nhà cùng nằm trên một đường thẳng. Hỏi toà nhà cao bao nhiêu mét, biết rằng khoảng cách từ chân đến mắt người ấy là 1,5 m?

7. Cho tam giác ABC vuông tại A có đường cao AH. Kẻ HM vuông góc với AB tại M.

a) Chứng minh rằng $\Delta AMH \backsim \Delta AHB$.

b) Kẻ HN vuông góc với AC tại N. Chứng minh rằng AM . AB = AN . AC.

c) Chứng minh rằng $\Delta ANM \backsim \Delta ABC$.

d) Cho biết AB = 9 cm, AC = 12 cm. Tính diện tích tam giác AMN.

Sau bài học này, em đã làm được những gì?

– Giải thích được các trường hợp đồng dạng của hai tam giác vuông.

– Giải quyết được một số vấn đề thực tiễn gắn với việc vận dụng kiến thức về hai tam giác đồng dạng.

Bài 4 HAI HÌNH ĐỒNG DẠNG

Những cành lá như hình bên khác nhau về kích thước nhưng giống nhau về hình dạng.
Em có thể nêu thêm những sự vật có đặc điểm như vậy không?

1. HÌNH ĐỒNG DẠNG PHỐI CẢNH

1 a) Cho đoạn thẳng AB và điểm O. Kẻ các tia OA, OB. Trên tia OA, OB lần lượt lấy các điểm A′, B′ sao cho OA′ = 3OA, OB′ = 3OB (Hình 1a).

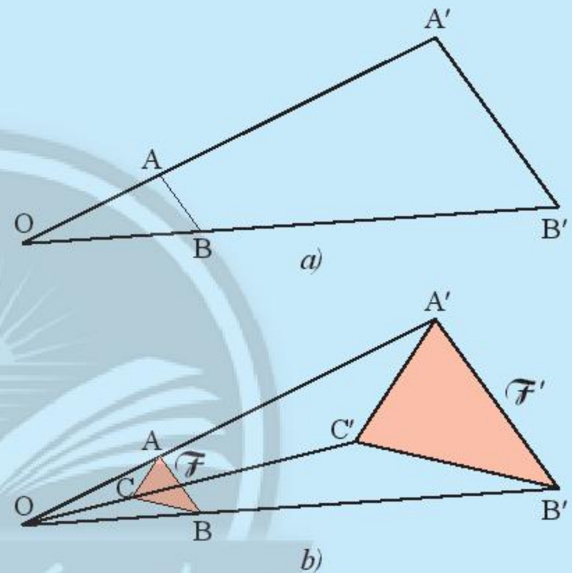
i) A′B′ có song song với AB không?

ii) Tính tỉ số $\frac{A'B'}{AB}$.

b) Cho tam giác ABC và điểm O. Kẻ các tia OA, OB, OC. Trên tia OA, OB, OC lần lượt lấy các điểm A′, B′, C′ sao cho OA′ = 3OA, OB′ = 3OB, OC′ = 3OC (Hình 1b).

i) Tính và so sánh các tỉ số $\frac{A'B'}{AB}, \frac{A'C'}{AC}, \frac{B'C'}{BC}$.

ii) Chứng minh tam giác A′B′C′ (hình $\mathcal{F}'$) đồng dạng với tam giác ABC (hình $\mathcal{F}$).

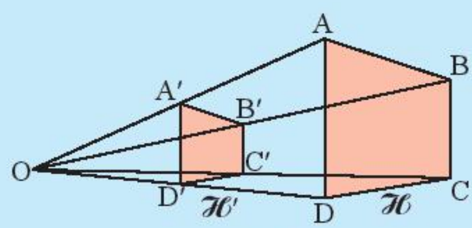


Hình 1

2 Cho tứ giác ABCD và điểm O. Trên các tia OA, OB, OC, OD lần lượt lấy các điểm A′, B′, C′, D′ sao cho $OA' = \frac{1}{2}OA$, $OB' = \frac{1}{2}OB$, $OC' = \frac{1}{2}OC$ (Hình 2).

Tính và so sánh các tỉ số

$\frac{A'B'}{AB}, \frac{A'D'}{AD}, \frac{B'C'}{BC}, \frac{C'D'}{CD}$.



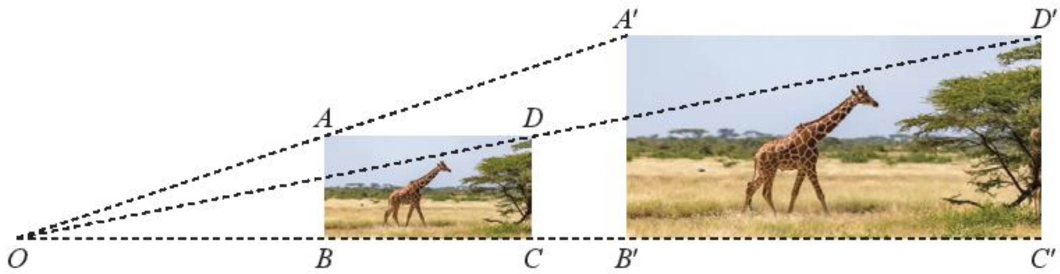
Hình 2

Trong **1**, nếu với mỗi điểm M thuộc hình $\mathcal{F}$, lấy điểm M′ thuộc tia OM sao cho OM′ = 3OM thì các điểm M′ đó tạo thành hình $\mathcal{F}'$. Ta nói hình $\mathcal{F}'$ *đồng dạng phối cảnh* với hình $\mathcal{F}$ theo *tỉ số đồng dạng* (gọi tắt là *tỉ số*) k = 3. Điểm O gọi là *tâm phối cảnh*.

Tương tự trong , hình $\mathcal{H}'$ đồng dạng phối cảnh với hình $\mathcal{H}$ theo tỉ số $k = \frac{1}{2}$.

Nhận xét: Trong và , ta cũng nói $\mathcal{F}'$ là hình phóng to của $\mathcal{F}$ (do $k > 1$); $\mathcal{H}'$ là hình thu nhỏ của hình $\mathcal{H}$ (do $k < 1$).

Ví dụ 1. Cho hai tấm ảnh hình chữ nhật ABCD, A′B′C′D′ như Hình 3, biết A′B′ = 2AB.



Hình 3

Khi đó, hình A′B′C′D′ đồng dạng phối cảnh với hình ABCD theo tỉ số $k = 2$ hay hình ABCD đồng dạng phối cảnh với hình A′B′C′D′ theo tỉ số $k = \frac{1}{2}$ (tâm phối cảnh là điểm O).

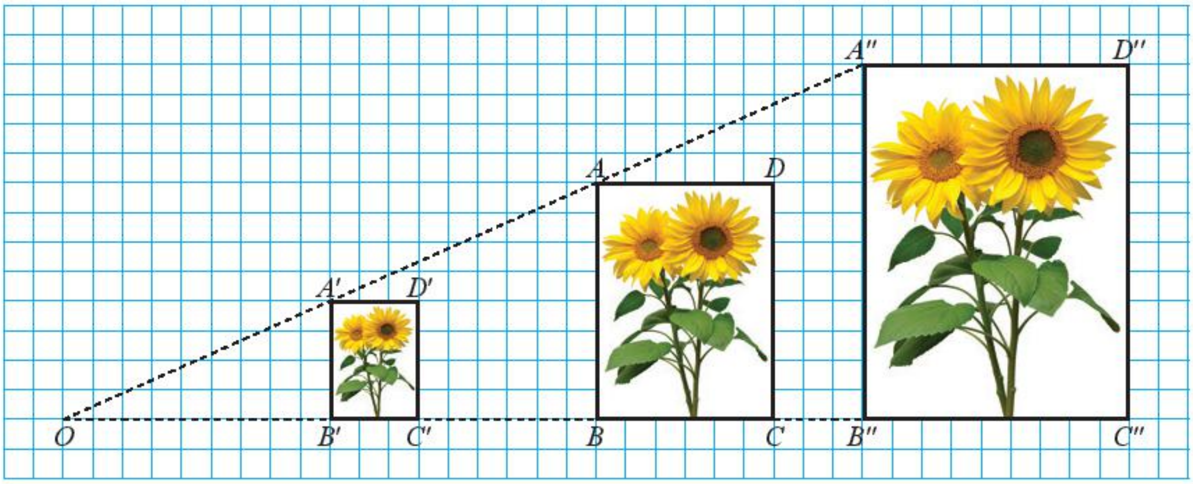
Ta cũng có thể nói hình A′B′C′D′ là hình phóng to 2 lần của hình ABCD hay hình ABCD là hình thu nhỏ 2 lần của hình A′B′C′D′.

Nhận xét:

a) Trong Hình 3, ta cũng nói các cạnh A′B′, B′C′, C′D′, D′A′ lần lượt là hình đồng dạng phối cảnh của các cạnh AB, BC, CD, DA theo tỉ số $k = 2$.

b) Hình đồng dạng phối cảnh với tỉ số k của đoạn thẳng MN nào đó là đoạn thẳng M′N′ nằm trên đường thẳng song song hoặc trùng với đường thẳng MN và M′N′ = k . MN.

Thực hành 1. Cho ba tấm ảnh được đặt trên lưới ô vuông như Hình 4. Hãy chỉ ra ba cặp hình, trong mỗi cặp hình có hình này đồng dạng phối cảnh với hình kia và chỉ ra tỉ số đồng dạng tương ứng.



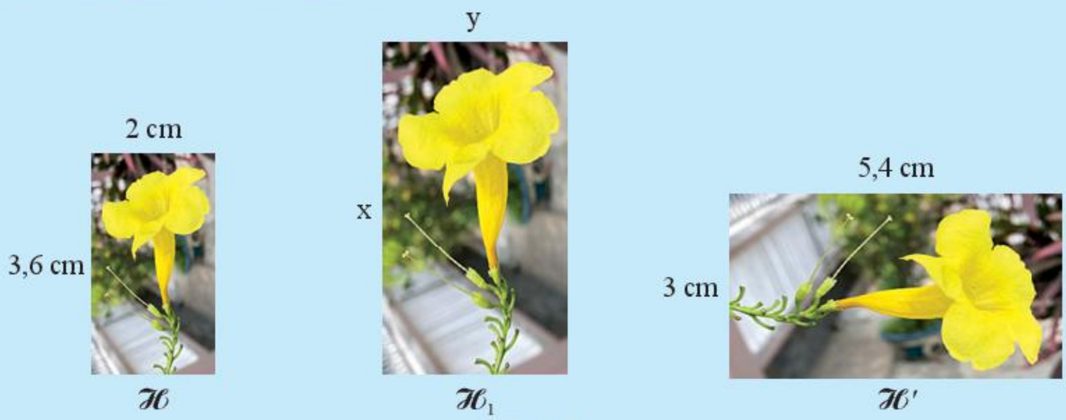
Hình 4

2. HAI HÌNH ĐỒNG DẠNG

3 Trong Hình 5, biết hình $\mathcal{H}_1$ đồng dạng phối cảnh với hình $\mathcal{H}$ theo tỉ số $k = \frac{3}{2}$.

a) Tính x, y.

b) So sánh hình $\mathcal{H}_1$ với hình $\mathcal{H}'$.

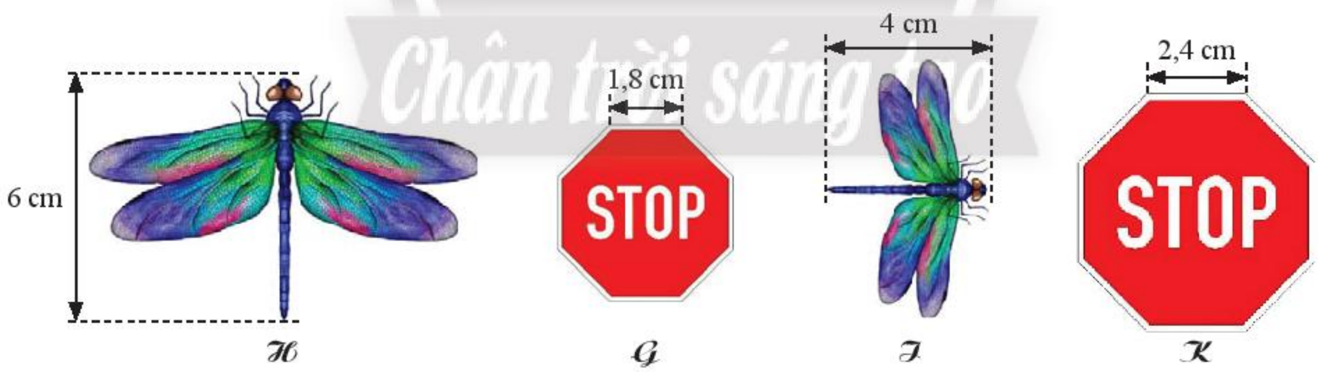


Hình 5

Hai hình $\mathcal{H}$, $\mathcal{H}'$ được gọi là *đồng dạng* nếu có hình $\mathcal{H}_1$ đồng dạng phối cảnh với hình $\mathcal{H}$ và bằng hình $\mathcal{H}'$.

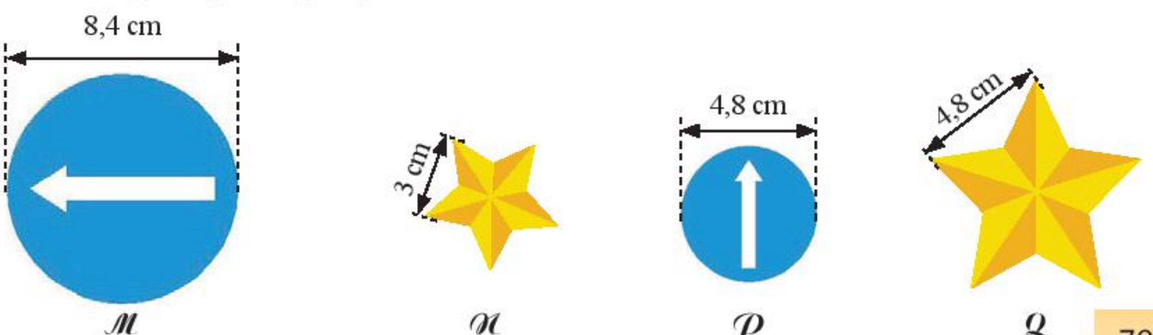
Nhận xét: Như vậy, hình $\mathcal{H}$ đồng dạng với hình $\mathcal{H}'$ nếu $\mathcal{H}'$ bằng $\mathcal{H}$ hoặc bằng một hình phóng to hoặc thu nhỏ của $\mathcal{H}$.

Ví dụ 2. Trong các hình dưới đây, hình $\mathcal{H}$ đồng dạng với hình $\mathcal{I}$ theo tỉ số $k = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$, hình $\mathcal{G}$ đồng dạng với hình $\mathcal{K}$ theo tỉ số $k = \frac{1,8}{2,4} = \frac{3}{4}$.



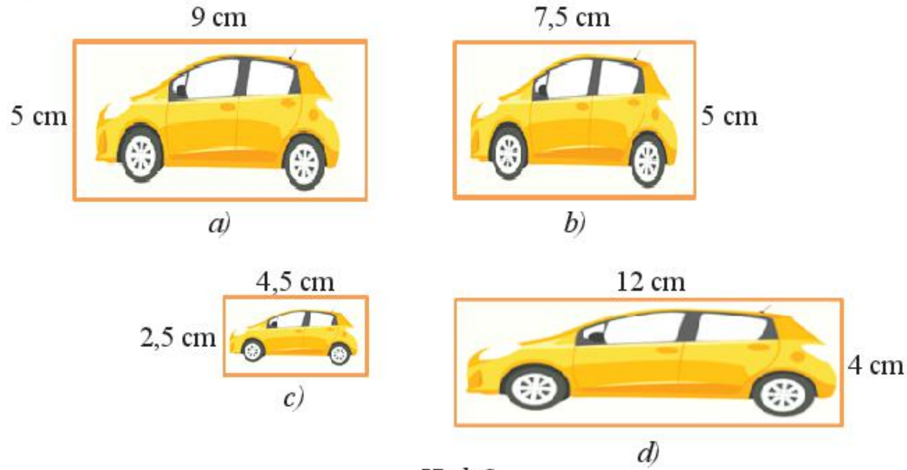
Hình 6

Thực hành 2. Trong Hình 7 dưới đây, hãy chọn ra các cặp hình đồng dạng với nhau. Tìm tỉ số đồng dạng tương ứng.



Hình 7

Vận dụng. Trong các Hình 8b, c, d, hình nào đồng dạng với Hình 8a? Giải thích.



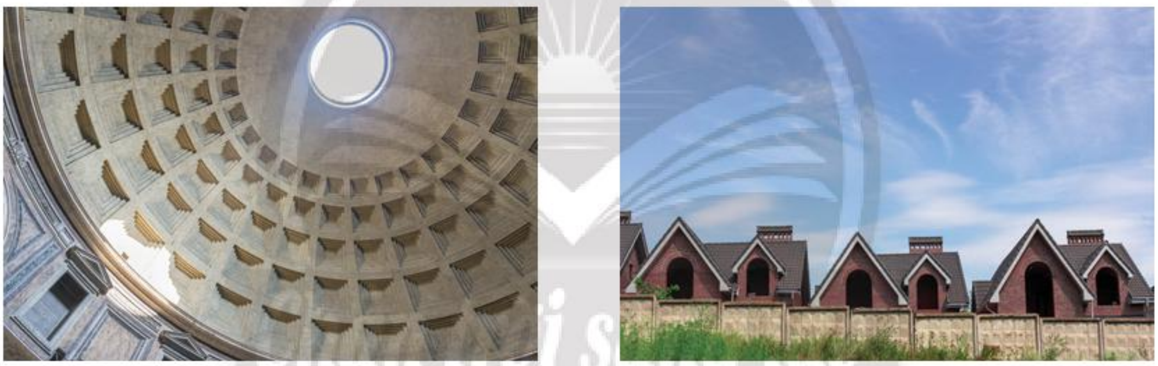
Hình 8

3. HÌNH ĐỒNG DẠNG TRONG TỰ NHIÊN VÀ ĐỜI SỐNG

Hình đồng dạng phối cảnh có nhiều ứng dụng trong kiến trúc, xây dựng và hội hoạ.

Trong kiến trúc, xây dựng, trang trí nội thất

Hình đồng dạng giúp các kiến trúc sư thiết kế các công trình đẹp, hài hoà, có giá trị cao về mĩ thuật.

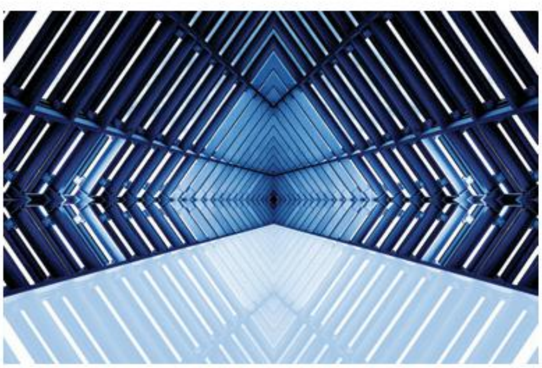


a) *b)*

Hình 9

Trong công nghệ chế tạo

Với các hoạ tiết hình đồng dạng, các vật dụng được tạo ra có tính hài hoà, cân đối, vững chắc.



a)

b)

Hình 10

Trong hội hoạ, nhiếp ảnh

Những bông hoa đồng dạng đem lại cảm hứng trong sáng tác cho các hoạ sĩ và nhiếp ảnh gia.

Hình 11

Thiết kế, trang trí

Hình đồng dạng được các nghệ nhân sử dụng để thiết kế ra các hoa văn trên những tấm thổ cẩm với nét nghệ thuật đặc trưng, độc đáo.

a)

b)

Hình 12

Trong tự nhiên

Trong tự nhiên, hình đồng dạng tạo nên vẻ đẹp hài hoà của các loài thực vật và động vật.

a)

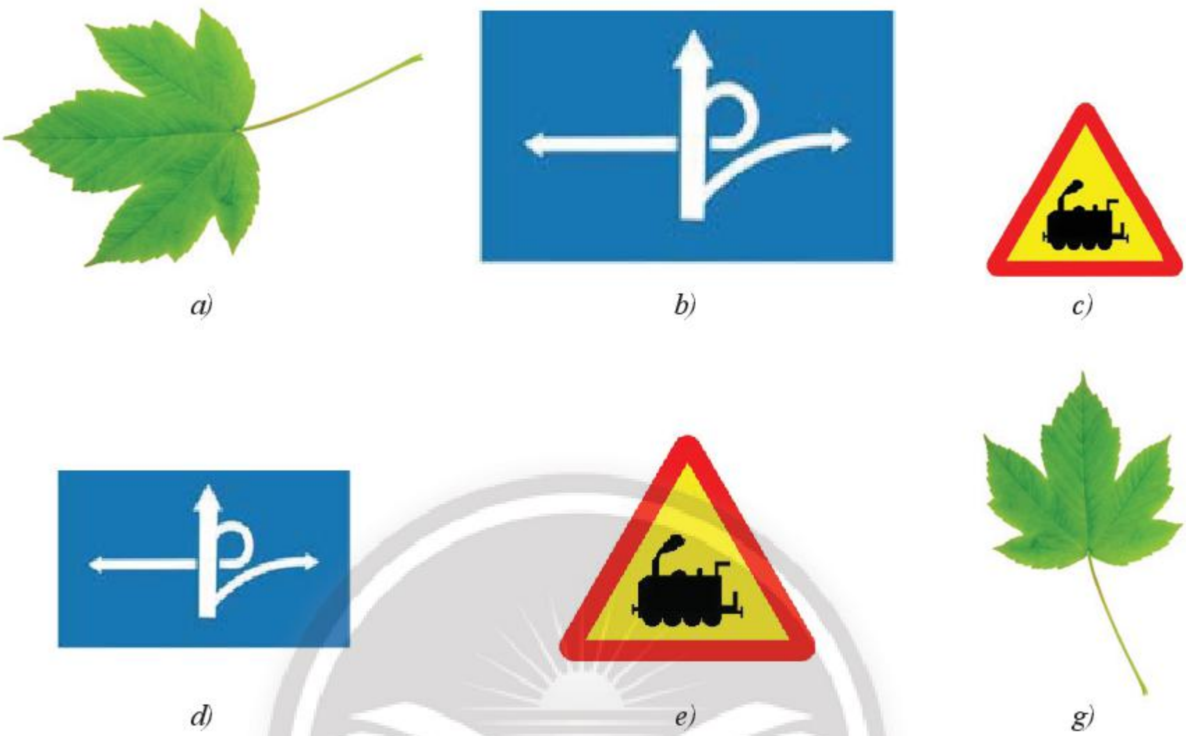
b)

c)

Hình 13

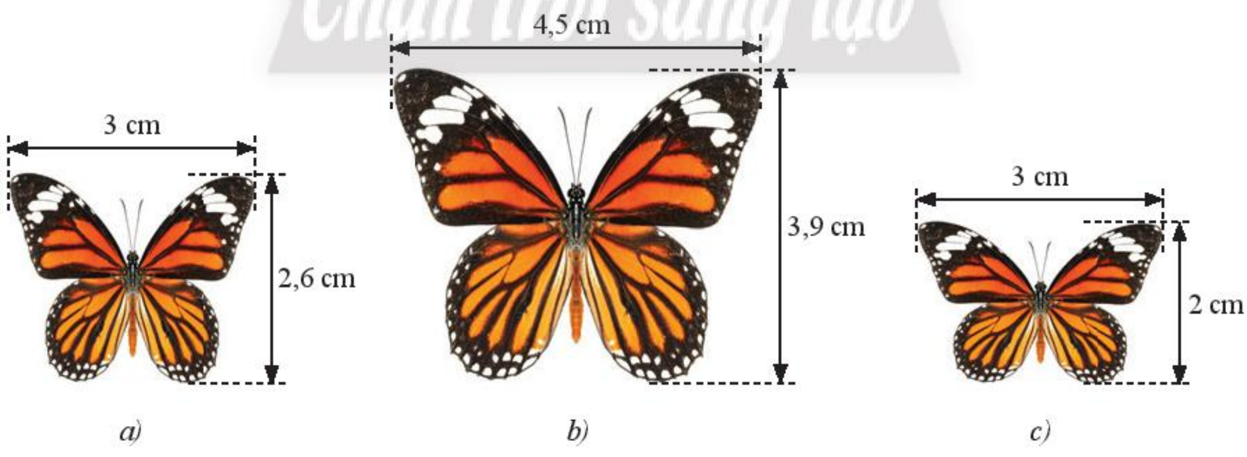
BÀI TẬP

1. Trong các hình dưới đây, hãy chọn ra các cặp hình đồng dạng.



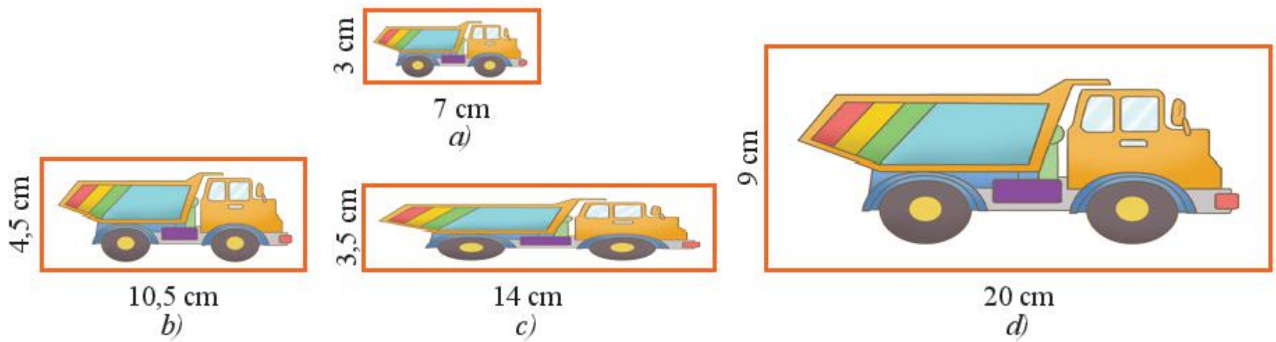
Hình 14

2. Trong các hình dưới đây, hai hình nào đồng dạng với nhau?



Hình 15

3. Trong các Hình 16b, c, d, hình nào đồng dạng với Hình 16a? Giải thích.



Hình 16

4. Hình 17b là Hình 17a sau khi phóng to với k = 1,5. Nếu kích thước của Hình 17a là 4×6 thì kích thước của Hình 17b là bao nhiêu?

a) *b)*

Hình 17

Sau bài học này, em đã làm được những gì?

– Nhận biết được hình đồng dạng phối cảnh (hình vị tự), hình đồng dạng qua các hình ảnh cụ thể.

– Nhận biết được vẻ đẹp trong tự nhiên, nghệ thuật, kiến trúc, công nghệ chế tạo, … biểu hiện qua hình đồng dạng.

BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG 8

CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

Chọn phương án đúng.

1. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. Hai tam giác đồng dạng thì bằng nhau.

B. Hai tam giác bằng nhau thì đồng dạng.

C. Hai tam giác bằng nhau thì không đồng dạng.

D. Hai tam giác cân thì luôn đồng dạng.

2. Nếu $\Delta ABC \backsim \Delta MNP$ theo tỉ số k = 3 thì $\Delta MNP \backsim \Delta ABC$ theo tỉ số

A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{1}{9}$. C. 3. D. 9.

3. Nếu tam giác ABC có MN // AB (với $M \in AC$, $N \in BC$) thì

A. $\Delta CMN \backsim \Delta ABC$. B. $\Delta CNM \backsim \Delta CAB$.

C. $\Delta CNM \backsim \Delta ABC$. D. $\Delta MNC \backsim \Delta ABC$.

4. Cho $\Delta ABD \backsim \Delta DEF$ với tỉ số đồng dạng $k = \frac{1}{3}$, biết AB = 9 cm. Khi đó DE bằng

A. 6 cm. B. 12 cm. C. 3 cm. D. 27 cm.

5. Nếu tam giác ABC và tam giác EFG có $\widehat{A} = \widehat{E}$, $\widehat{B} = \widehat{F}$ thì

A. $\Delta ABC \backsim \Delta EGF$. B. $\Delta ABC \backsim \Delta EFG$.

C. $\Delta ACB \backsim \Delta GFE$. D. $\Delta CBA \backsim \Delta FGE$.

6. Cho $\Delta XYZ \backsim \Delta EFG$, biết XY = 6 cm; EF = 8 cm; EG = 12 cm. Khi đó XZ bằng

A. 10 cm. B. 9 cm. C. 12 cm. D. 16 cm.

7. Cho $\Delta ABC \backsim \Delta DEF$, biết $\widehat{A} = 85^\circ$, $\widehat{B} = 60^\circ$. Khi đó số đo $\widehat{F}$ bằng

A. 60°. B. 85°. C. 35°. D. 45°.

8. Cho hình thang ABCD (AB // CD), có hai đường chéo AC và BD cắt nhau tại O. Biết AB = 8 cm, CD = 20 cm. Khi đó $\Delta AOB \backsim \Delta COD$ với tỉ số đồng dạng là

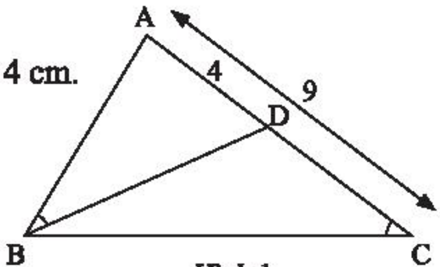
A. $k = \frac{2}{3}$. B. $k = \frac{3}{2}$. C. $k = \frac{2}{5}$. D. $k = \frac{5}{2}$.

BÀI TẬP TỰ LUẬN

9. Trong Hình 1, cho biết $\widehat{ABD} = \widehat{ACB}$, AC = 9 cm, AD = 4 cm.

a) Chứng minh tam giác $\Delta ABD \backsim \Delta ACB$.

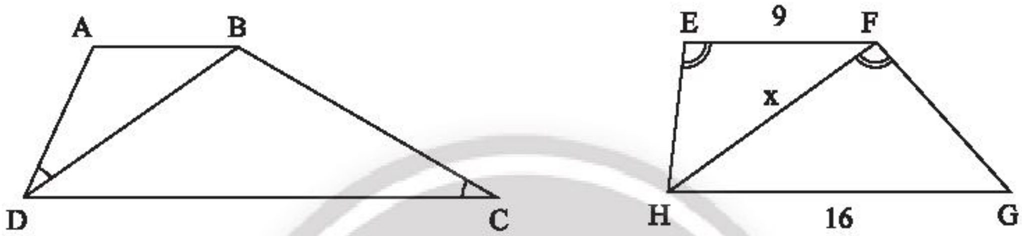
b) Tính độ dài cạnh AB.



Hình 1

10. a) Cho hình thang ABCD (AB // CD), biết $\widehat{ADB} = \widehat{DCB}$ (Hình 2a). Chứng minh rằng $BD^2 = AB \cdot CD$.

b) Cho hình thang EFGH (EF // GH), $\widehat{HEF} = \widehat{HFG}$, EF = 9 m, GH = 16 m (Hình 2b). Tính độ dài x của HF.

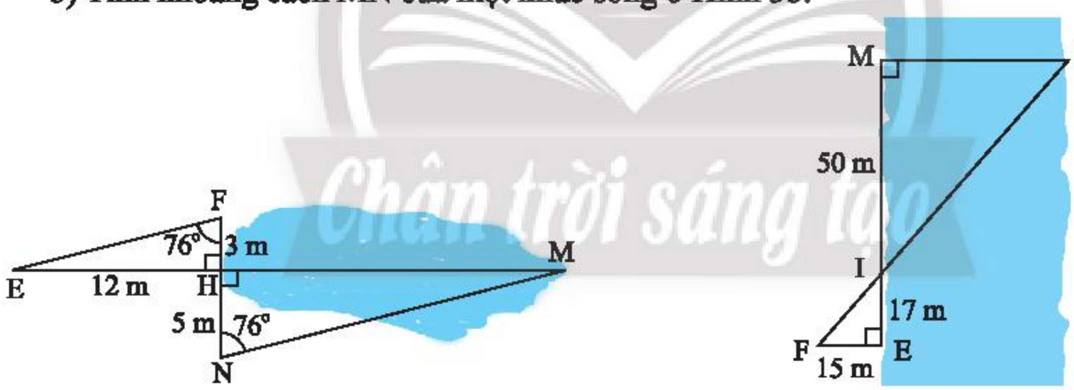


a) *b)*

Hình 2

11. a) Tính khoảng cách HM của mặt hồ ở Hình 3a.

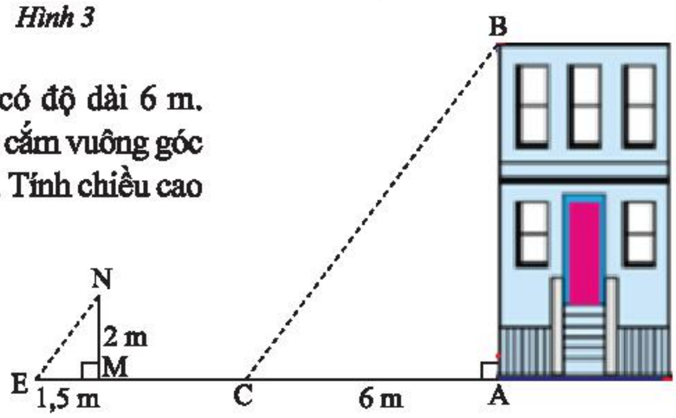
b) Tính khoảng cách MN của một khúc sông ở Hình 3b.



a) *b)*

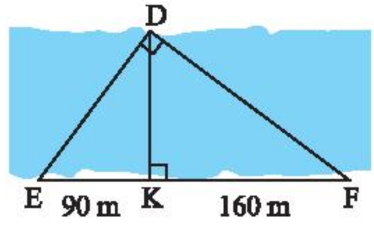
Hình 3

12. Bóng của một căn nhà trên mặt đất có độ dài 6 m. Cùng thời điểm đó, một cọc sắt cao 2 m cắm vuông góc với mặt đất có bóng dài 1,5 m (Hình 4). Tính chiều cao ngôi nhà.



Hình 4

13. Người ta đo khoảng cách giữa hai điểm D và K ở hai bờ một dòng sông (Hình 5). Cho biết KE = 90 m, KF = 160 m. Tính khoảng cách DK.



Hình 5

14. Cho tam giác ABC nhọn có hai đường cao BE, CF cắt nhau tại H. Chứng minh rằng

a) $\Delta AEB \backsim \Delta AFC$.

b) $\dfrac{HE}{HC} = \dfrac{HF}{HB}$.

c) $\Delta HEF \backsim \Delta HCB$.

15. Cho tam giác ABC nhọn có hai đường cao BM, CN cắt nhau tại H.

a) Chứng minh rằng $\Delta AMN \backsim \Delta ABC$.

b) Phân giác của $\widehat{BAC}$ cắt MN và BC lần lượt tại I và K. Chứng minh rằng $\dfrac{IM}{IN} = \dfrac{KB}{KC}$.

16. Cho tam giác ABC vuông tại A (AB < AC). Kẻ đường cao AH ($H \in BC$).

a) Chứng minh rằng $\Delta ABH \backsim \Delta CBA$, suy ra $AB^2 = BH \,.\, BC$.

b) Vẽ HE vuông góc với AB tại E, vẽ HF vuông góc với AC tại F. Chứng minh rằng $AE \,.\, AB = AF \,.\, AC$.

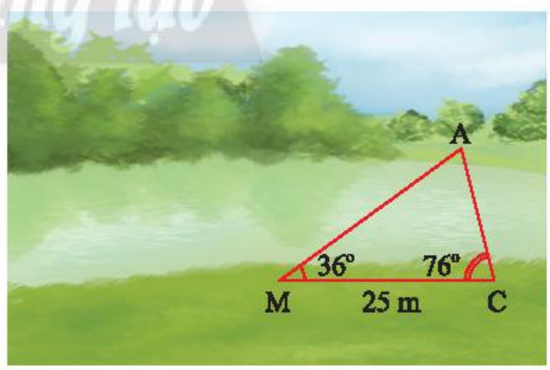
c) Chứng minh rằng $\Delta AFE \backsim \Delta ABC$.

d) Qua A vẽ đường thẳng song song với BC cắt đường thẳng HF tại I. Vẽ IN vuông góc với BC tại N. Chứng minh rằng $\Delta HNF \backsim \Delta HIC$.

17. Quan sát Hình 6. Vẽ vào tờ giấy tam giác DEF với EF = 4 cm, $\hat{E} = 36^\circ$, $\hat{F} = 76^\circ$.

a) Chứng minh rằng $\Delta DEF \backsim \Delta AMC$.

b) Dùng thước đo chiều dài cạnh DF của ΔDEF. Tính khoảng cách giữa hai điểm A và C ở hai bờ sông trong Hình 6.



Hình 6

Chương 9 MỘT SỐ YẾU TỐ XÁC SUẤT

Trong chương này, chúng ta sẽ sử dụng tỉ số để mô tả xác suất của một biến cố ngẫu nhiên trong một số tình huống thường gặp. Chúng ta cũng sẽ tìm hiểu mối liên hệ giữa xác suất thực nghiệm của một biến cố với xác suất của biến cố trong một số phép thử đơn giản và ứng dụng vào một số bài toán ước lượng số phần tử của một tập hợp.

Khả năng mũi tên chỉ vào ô ghi số lớn hơn 50 trên vòng quay may mắn này là bao nhiêu?

Bài 1

MÔ TẢ XÁC SUẤT BẰNG TỈ SỐ

Một hộp có 1 quả bóng xanh và 4 quả bóng đỏ có kích thước và khối lượng như nhau. Châu lấy ra ngẫu nhiên 1 quả bóng từ hộp. Theo em, khả năng Châu lấy được bóng đỏ bằng mấy lần khả năng lấy được bóng xanh?

1. KẾT QUẢ THUẬN LỢI

1 Một hộp chứa 10 tấm thẻ cùng loại được đánh số lần lượt từ 3 đến 12. Chọn ra ngẫu nhiên 1 thẻ từ hộp. Hãy liệt kê các kết quả làm cho mỗi biến cố sau xảy ra:

A: "Số ghi trên thẻ lấy ra chia hết cho 3";

B: "Số ghi trên thẻ lấy ra chia hết cho 6".

Ta thấy nếu lấy được thẻ ghi số 3 thì biến cố A xảy ra nhưng biến cố B không xảy ra. Khi đó ta nói kết quả lấy được thẻ ghi số 3 là thuận lợi cho biến cố A và kết quả lấy được thẻ ghi số 3 không thuận lợi cho biến cố B.

Trong một phép thử, mỗi kết quả làm cho một biến cố xảy ra được gọi là một kết quả thuận lợi cho biến cố đó.

Ví dụ 1. Trong phép thử lấy thẻ ở 1, xét các biến cố sau:

C: "Số ghi trên thẻ là số nguyên tố";

D: "Số ghi trên thẻ là số lẻ".

Hãy nêu các kết quả thuận lợi cho mỗi biến cố C và D.

Giải

Các kết quả thuận lợi cho biến cố C là lấy được thẻ ghi số 3; 5; 7; 11.

Các kết quả thuận lợi cho biến cố D là lấy được thẻ ghi số 3; 5; 7; 9; 11.

Thực hành 1.

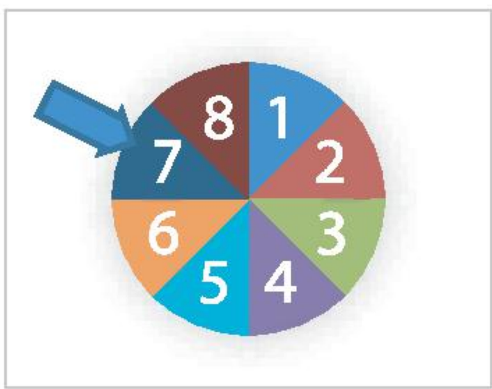
Trên bàn có một tấm bìa hình tròn được chia thành 8 hình quạt bằng nhau và được đánh số từ 1 đến 8 như Hình 1. Xoay tấm bìa quanh tâm hình tròn và xem khi tấm bìa dừng lại, mũi tên chỉ vào ô ghi số nào. Xét các biến cố sau:

A: "Mũi tên chỉ vào ô ghi số chẵn";

B: "Mũi tên chỉ vào ô ghi số chia hết cho 4";

C: "Mũi tên chỉ vào ô ghi số nhỏ hơn 3".

Hãy nêu các kết quả thuận lợi cho mỗi biến cố trên.



Hình 1

2. MÔ TẢ XÁC SUẤT BẰNG TỈ SỐ

Gieo một con xúc xắc cân đối và đồng chất. Gọi A là biến cố gieo được mặt có số chấm chia hết cho 3. Tính xác suất của biến cố A.

Trong phép thử trên, ta thấy:

– Có 6 kết quả có thể xảy ra.

– Vì con xúc xắc là cân đối và đồng chất nên 6 kết quả có cùng xác suất xảy ra là $\frac{1}{6}$.

Khi gieo được mặt 3 chấm hoặc 6 chấm thì biến cố A xảy ra nên xác suất của biến cố A là

$$P(A) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}.$$

Khi tất cả các kết quả của một trò chơi hay phép thử nghiệm đều có khả năng xảy ra bằng nhau thì xác suất xảy ra của biến cố A là tỉ số giữa số kết quả thuận lợi cho A và tổng số kết quả có thể xảy ra của phép thử, tức là

$$P(A) = \frac{\text{Số kết quả thuận lợi cho A}}{\text{Tổng số kết quả có thể xảy ra}}.$$

Để phân biệt với xác suất thực nghiệm, xác suất P(A) xác định ở công thức trên còn được gọi là xác suất lí thuyết của biến cố A.

Ví dụ 2. Trong phép thử gieo một con xúc xắc ở, tính xác suất của các biến cố sau:

A: "Gieo được mặt có số chấm là số lẻ";

B: "Gieo được mặt có nhiều hơn 3 chấm".

Giải

Vì xúc xắc cân đối và đồng chất nên 6 kết quả của phép thử có khả năng xảy ra bằng nhau.

Biến cố A xảy ra khi gieo được mặt có 1; 3 hoặc 5 chấm nên có 3 kết quả thuận lợi cho A. Xác suất của biến cố A là

$$P(A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}.$$

Biến cố B xảy ra khi gieo được mặt có 4; 5 hoặc 6 chấm nên có 3 kết quả thuận lợi cho B. Xác suất của biến cố B là

$$P(B) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}.$$

Chú ý: A và B là hai biến cố khác nhau nhưng có xác suất xảy ra bằng nhau. Ta nói A và B là hai biến cố *đồng khả năng*.

Thực hành 2. Hãy trả lời câu hỏi ở (trang 88).

Ví dụ 3. Tỉ lệ thành viên nữ của một câu lạc bộ nghệ thuật là 60%. Tổng số thành viên của câu lạc bộ là 25 người.

a) Gặp ngẫu nhiên 1 thành viên của câu lạc bộ, tính xác suất thành viên đó là nữ.

b) Em có nhận xét gì về tỉ lệ thành viên nữ và xác suất trên?

Giải

Ta thấy khả năng gặp mỗi thành viên của câu lạc bộ là như nhau.

a) Số thành viên nữ của câu lạc bộ là 25 . 60% = 15 (người).

Xác suất gặp được thành viên nữ là $\frac{15}{25} = \frac{3}{5}$.

b) Tỉ lệ thành viên nữ của câu lạc bộ là $60\% = \frac{60}{100} = \frac{3}{5}$, do đó tỉ lệ thành viên nữ của câu lạc bộ đúng bằng xác suất gặp ngẫu nhiên một thành viên nữ của câu lạc bộ đó.

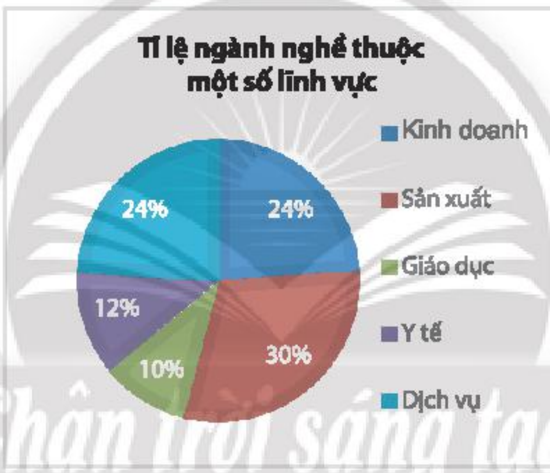
Vận dụng.

Một khu phố có 200 người lao động, mỗi người làm việc ở một trong năm lĩnh vực là Kinh doanh, Sản xuất, Giáo dục, Y tế và Dịch vụ. Biểu đồ trong Hình 2 thống kê tỉ lệ người lao động thuộc mỗi lĩnh vực nghề nghiệp.

Gặp ngẫu nhiên một người lao động của khu phố.

a) Tính xác suất người đó có công việc thuộc lĩnh vực Giáo dục.

b) Tính xác suất người đó có công việc không thuộc lĩnh vực Y tế hay Dịch vụ.



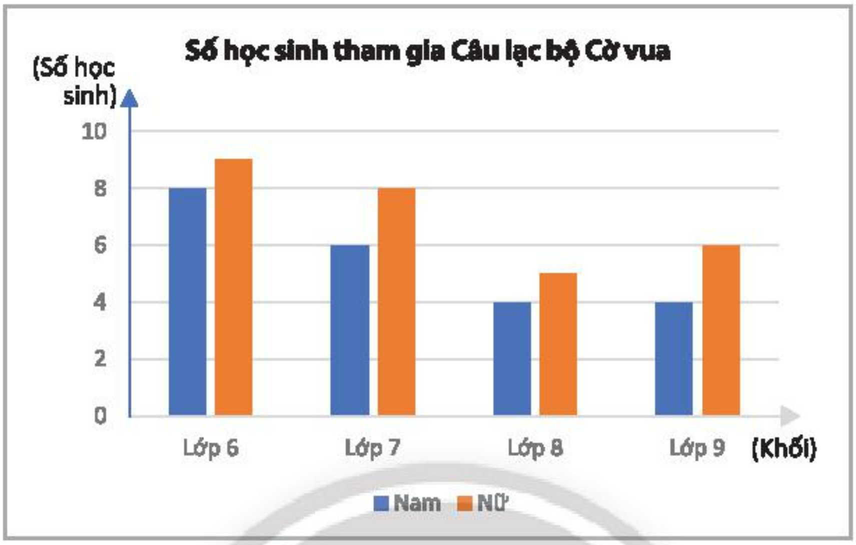
Hình 2

BÀI TẬP

1. Trong hộp có 5 quả bóng có kích thước và khối lượng giống nhau và được đánh số lần lượt là 5; 8; 10; 13; 16. Lấy ra ngẫu nhiên 1 quả bóng từ hộp. Tính xác suất của các biến cố:
   A: "Số ghi trên quả bóng là số lẻ";
   B: "Số ghi trên quả bóng chia hết cho 3";
   C: "Số ghi trên quả bóng lớn hơn 4".
2. Một hộp chứa 3 viên bi xanh, 4 viên bi đỏ và 5 viên bi vàng có kích thước và khối lượng giống nhau. Lấy ra ngẫu nhiên 1 viên bi từ hộp. Tính xác suất của các biến cố:
   A: "Viên bi lấy ra có màu xanh";
   B: "Viên bi lấy ra không có màu đỏ".

3. Trong hộp có 10 tấm thẻ cùng loại, trên mỗi thẻ có ghi một số tự nhiên. Lấy ra ngẫu nhiên 1 thẻ từ hộp. Biết rằng xác suất lấy được thẻ ghi số chẵn gấp 4 lần xác suất lấy được thẻ ghi số lẻ. Hỏi trong hộp có bao nhiêu thẻ ghi số lẻ?

4. Số lượng học sinh tham gia Câu lạc bộ Cờ vua của một trường được biểu diễn ở biểu đồ sau:



Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh trong Câu lạc bộ Cờ vua của trường đó. Tính xác suất của các biến cố:

A: "Học sinh được chọn là nữ";

B: "Học sinh được chọn học lớp 8";

C: "Học sinh được chọn là nam và không học lớp 7".

5. Một trường trung học cơ sở có 600 học sinh. Tỉ lệ phần trăm học sinh mỗi khối lớp được cho ở biểu đồ trong Hình 4. Chọn ngẫu nhiên một học sinh trong trường để đi dự phỏng vấn. Biết rằng mọi học sinh của trường đều có khả năng được lựa chọn như nhau.

a) Tính xác suất của biến cố "Học sinh được chọn thuộc khối 9".

b) Tính xác suất của biến cố "Học sinh được chọn không thuộc khối 6".

Hình 4

Bài 2 XÁC SUẤT LÍ THUYẾT VÀ XÁC SUẤT THỰC NGHIỆM

Trước khi Hà tung một đồng xu cân đối và đồng chất 100 lần, Thọ dự đoán sẽ có trên 70 lần xuất hiện mặt sấp còn Thuỷ lại dự đoán sẽ có ít hơn 70 lần xuất hiện mặt sấp. Theo em, bạn nào có khả năng đoán đúng cao hơn? Vì sao?

Một hộp kín chứa 3 quả bóng xanh và 2 quả bóng đỏ có cùng kích thước và khối lượng. An lấy ra ngẫu nhiên 1 quả bóng từ hộp, xem màu rồi trả lại hộp.

a) Tính tỉ số mô tả xác suất lí thuyết của biến cố "An lấy được bóng xanh".

b) Sau khi lặp lại phép thử đó 100 lần, An ghi lại số lần mình lấy được bóng xanh sau 20; 40; 60; 80 và 100 lần lấy bóng như sau:

Số lần lấy bóng	20	40	60	80	100
Số lần lấy được bóng xanh	9	20	32	46	59

Tính các xác suất thực nghiệm của sự kiện "An lấy được bóng xanh" sau 20; 40; 60; 80 và 100 lần thử.

Ta thấy:

– Xác suất thực nghiệm phụ thuộc vào kết quả của dãy phép thử và chỉ được xác định sau khi đã thực hiện dãy phép thử.

– Xác suất lí thuyết có thể được xác định trước khi thực hiện phép thử.

– Xác suất thực nghiệm và xác suất lí thuyết của cùng một sự kiện hay biến cố không nhất thiết là bằng nhau. Tuy nhiên, khi thực hiện càng nhiều lần phép thử, xác suất thực nghiệm càng gần xác suất lí thuyết.

Gọi P(A) là xác suất xuất hiện biến cố A khi thực hiện một phép thử.
Gọi m(A) là số lần xuất hiện biến cố A khi thực hiện phép thử đó m lần.
Xác suất thực nghiệm của biến cố A là tỉ số $\frac{m(A)}{m}$.
Khi m càng lớn, xác suất thực nghiệm của biến cố A càng gần P(A).

Ví dụ 1. Mỗi bạn Trọng, Thuỷ và Khuê tung một đồng xu cân đối và đồng chất 20 lần và ghi lại kết quả ở bảng sau:

Người tung	Số lần xuất hiện mặt sấp	Số lần xuất hiện mặt ngửa
Trọng	13	7
Thuỷ	8	12
Khuê	11	9

Gọi A là biến cố "Xuất hiện mặt sấp".

a) Tính các xác suất thực nghiệm của biến cố A sau 20 lần tung của từng bạn.

b) Tính xác suất thực nghiệm của biến cố A sau 60 lần tung của cả 3 bạn.

c) Tính xác suất lí thuyết của biến cố A khi tung đồng xu. So sánh xác suất này với các xác suất thực nghiệm vừa tính, em có nhận xét gì?

Giải

a) Xác suất thực nghiệm của biến cố A sau 20 lần tung của Trọng là $\frac{13}{20} = 0,65$.

Xác suất thực nghiệm của biến cố A sau 20 lần tung của Thuỷ là $\frac{8}{20} = 0,4$.

Xác suất thực nghiệm của biến cố A sau 20 lần tung của Khuê là $\frac{11}{20} = 0,55$.

b) Xác suất thực nghiệm của biến cố A sau 60 lần tung của cả ba bạn là

$$\frac{13+8+11}{60} = \frac{8}{15} \approx 0,53.$$

c) Do đồng xu là cân đối và đồng chất nên xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{1}{2} = 0,5$.

Nhận xét:

– Xác suất thực nghiệm của biến cố A có thể lớn hơn hoặc nhỏ hơn xác suất lí thuyết.

– Khi số lần thực hiện phép thử lớn (60 lần) thì xác suất thực nghiệm của biến cố A là 0,53 gần bằng xác suất lí thuyết là 0,5.

Ví dụ 2. Ở một trang trại nuôi gà, người ta nhận thấy xác suất một quả trứng gà có cân nặng trên 42 g là 0,4. Hãy ước lượng xem trong một lô 2 000 quả trứng gà của trang trại có khoảng bao nhiêu quả trứng có cân nặng trên 42 g.

Giải

Gọi N là số quả trứng gà có cân nặng trên 42 g trong lô 2 000 quả trứng.

Xác suất thực nghiệm để một quả trứng có cân nặng trên 42 g là $\frac{N}{2000}$.

Do số quả trứng trong lô là lớn nên $\frac{N}{2000} \approx 0,4$, tức là $N \approx 2000 \,.\, 0,4 = 800$.

Vậy có khoảng 800 quả trứng gà trong lô trứng trên có cân nặng trên 42 g.

Thực hành 1. Hãy trả lời câu hỏi ở (trang 92).

Thực hành 2. Một hộp chứa một số quả bóng xanh và bóng đỏ. Linh lấy ra ngẫu nhiên 1 quả bóng từ hộp, xem màu rồi trả bóng lại hộp. Lặp lại phép thử đó 200 lần, Linh thấy có 62 lần lấy được bóng xanh và 138 lần lấy được bóng đỏ.

a) Tính xác suất thực nghiệm của biến cố "Lấy được bóng xanh" sau 200 lần thử.

b) Biết số bóng xanh trong hộp là 20, hãy ước lượng số bóng đỏ trong hộp.

Vận dụng. Xác suất nảy mầm của một loại hạt giống là 0,8. Người ta đem gieo 1 000 hạt giống đó. Hãy ước lượng xem có khoảng bao nhiêu hạt trong số đó sẽ nảy mầm.

Hình 1

BÀI TẬP

1. Phương gieo một con xúc xắc 120 lần và thống kê lại kết quả các lần gieo ở bảng sau:

Mặt	1 chấm	2 chấm	3 chấm	4 chấm	5 chấm	6 chấm
Số lần xuất hiện	21	24	8	5	18	44

Hãy tính xác suất thực nghiệm của biến cố "Gieo được mặt có số chấm là số lẻ" sau 120 lần thử trên.

2. Ở một sân bay người ta nhận thấy với mỗi chuyến bay, xác suất tất cả mọi người mua vé đều có mặt để lên máy bay là 0,9. Trong một ngày sân bay đó có 120 lượt máy bay cất cánh. Hãy ước lượng số chuyến bay trong ngày hôm đó có người mua vé nhưng không lên máy bay.

3. Một hộp chứa các viên bi màu trắng và đen có kích thước và khối lượng như nhau. Mai lấy ra ngẫu nhiên 1 viên bi từ hộp, xem màu rồi trả lại hộp. Lặp lại thử nghiệm đó 80 lần, Mai thấy có 24 lần lấy được viên bi màu trắng.
a) Hãy tính xác suất thực nghiệm của biến cố "Lấy được viên bi màu đen" sau 80 lần thử.
b) Biết tổng số bi trong hộp là 10, hãy ước lượng xem trong hộp có khoảng bao nhiêu viên bi trắng.

4. Trong một cuộc điều tra, người ta phỏng vấn 300 người được lựa chọn ngẫu nhiên ở một khu dân cư thì thấy có 255 người ủng hộ việc tắt đèn điện trong sự kiện Giờ Trái Đất. Hãy ước lượng xác suất của biến cố "Một người được lựa chọn ngẫu nhiên trong khu dân cư ủng hộ việc tắt đèn điện trong sự kiện Giờ Trái Đất".

GIỜ TRÁI ĐẤT

Hình 2

BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG 9

CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

Chọn phương án đúng.

1. Một hộp chứa 10 tấm thẻ cùng loại được đánh số từ 4 đến 13. Hà lấy ra ngẫu nhiên 1 thẻ từ hộp. Xác suất để thẻ chọn ra ghi số nguyên tố là

A. 0,2. B. 0,3. C. 0,4. D. 0,5.

2. Một hộp chứa các thẻ màu xanh và thẻ màu đỏ có kích thước và khối lượng như nhau. Thọ lấy ra ngẫu nhiên 1 thẻ từ hộp, xem màu rồi trả lại hộp. Lặp lại thử nghiệm đó 50 lần, Thọ thấy có 14 lần lấy được thẻ màu xanh. Xác suất thực nghiệm của biến cố "Lấy được thẻ màu đỏ" là

A. 0,14. B. 0,28. C. 0,72. D. 0,86.

3. Tỉ lệ học sinh bị cận thị ở một trường trung học cơ sở là 16%. Gặp ngẫu nhiên một học sinh của trường, xác suất học sinh đó không bị cận thị là

A. 0,16. B. 0,94. C. 0,84. D. 0,5.

4. Vĩnh gieo 3 con xúc xắc cân đối và đồng chất. Xác suất của biến cố "Tích số chấm xuất hiện trên ba con xúc xắc bằng 28" là

A. 0. B. $\frac{1}{36}$. C. $\frac{1}{18}$. D. $\frac{1}{12}$.

5. Thuý gieo một con xúc xắc cân đối 1 000 lần. Số lần xuất hiện mặt 6 chấm trong 1 000 lần gieo đó có khả năng lớn nhất thuộc vào tập hợp nào dưới đây?

A. $\{0; 1; ...; 100\}$. B. $\{101; 102; ...; 200\}$.

C. $\{201; 202; ...; 300\}$. D. $\{301; 302; ...; 400\}$.

BÀI TẬP TỰ LUẬN

6. Một hộp chứa 6 tấm thẻ cùng loại được đánh số lần lượt là 2; 3; 5; 8; 13; 21. Lấy ra ngẫu nhiên 1 thẻ từ hộp. Tính xác suất của các biến cố:

A: "Số ghi trên thẻ là số chẵn";

B: "Số ghi trên thẻ là số nguyên tố";

C: "Số ghi trên thẻ là số chính phương".

7. Một túi đựng 1 viên bi xanh, 1 viên bi đỏ, 1 viên bi trắng và 1 viên bi vàng có cùng kích thước và khối lượng. Lấy ra ngẫu nhiên 2 viên bi từ túi. Tính xác suất của các biến cố:

A: "Trong hai viên bi lấy ra có 1 viên màu đỏ";

B: "Hai viên bi lấy ra đều không có màu trắng".

8. Tỉ lệ vận động viên đạt huy chương trong một đại hội thể thao là 21%. Gặp ngẫu nhiên một vận động viên dự đại hội. Tính xác suất của biến cố vận động viên ấy đạt huy chương.

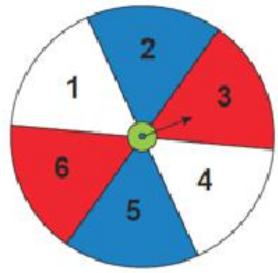
9. Thảo tung hai đồng xu giống nhau 100 lần và ghi lại kết quả ở bảng sau:

Kết quả	Hai đồng sấp	Một đồng sấp, một đồng ngửa	Hai đồng ngửa
Số lần	14	46	40

Tính xác suất thực nghiệm của biến cố "Hai đồng xu đều xuất hiện mặt sấp sau 100 lần tung".

10. Xuân bỏ một số viên bi xanh và đỏ có kích thước và khối lượng giống nhau vào túi. Mỗi lần Xuân lấy ra ngẫu nhiên 1 viên bi, xem màu của nó rồi trả lại túi. Lặp lại phép thử đó 100 lần, Xuân thấy có 40 lần mình lấy được bi đỏ. Biết rằng trong túi có 9 viên bi xanh, hãy ước lượng xem trong túi có bao nhiêu viên bi đỏ.

11. Một tấm bìa hình tròn được chia thành 6 phần bằng nhau như Hình 1. Bạn Thuỷ quay mũi tên và quan sát xem khi dừng lại mũi tên chỉ vào ô số mấy. Thuỷ ghi lại kết quả sau 120 lần thí nghiệm ở bảng sau:



Hình 1

Ô số	1	2	3	4	5	6
Số lần	15	9	16	23	32	25

a) Tính xác suất thực nghiệm của biến cố "Mũi tên chỉ vào ô có màu trắng".

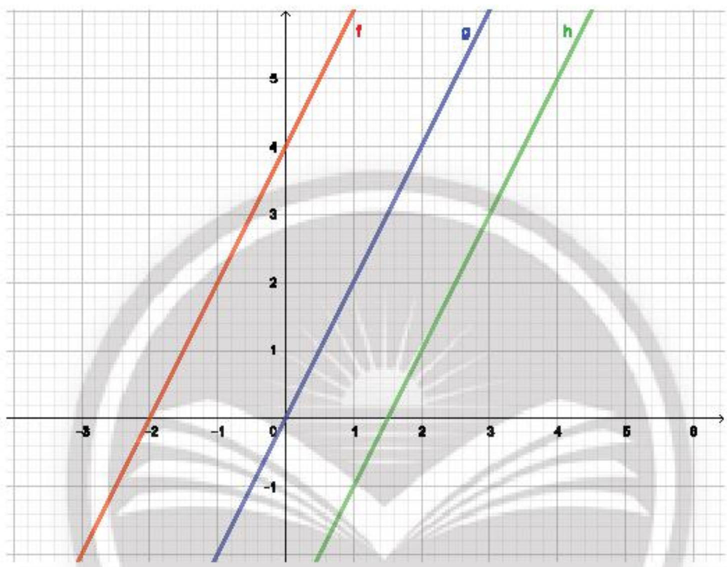
b) Theo em dự đoán, xác suất mũi tên chỉ vào mỗi ô có bằng nhau hay không?

c) Một người nhận định rằng xác suất mũi tên chỉ vào các ô màu xanh bằng xác suất mũi tên chỉ vào các ô màu trắng và bằng xác suất mũi tên chỉ vào các ô màu đỏ. Theo em, kết quả thực nghiệm của bạn Thuỷ có phù hợp với nhận định đó không?

HOẠT ĐỘNG THỰC HÀNH VÀ TRẢI NGHIỆM

Hoạt động 4. VẼ ĐỒ THỊ HÀM SỐ BẬC NHẤT y = ax + b BẰNG PHẦN MỀM

GeoGebra



MỤC TIÊU

– Thực hành sử dụng phần mềm GeoGebra để vẽ đồ thị của hàm số bậc nhất y = ax + b trên mặt phẳng toạ độ.

– Xem xét sự thay đổi của đường thẳng y = ax + b khi thay đổi các hệ số a, b trong công thức hàm số.

– Ôn tập và minh hoạ các tính chất đã học về hệ số góc của đường thẳng.

CHUẨN BỊ

– Máy tính xách tay hoặc máy tính bảng có cài đặt GeoGebra hoặc có kết nối Internet.

– Máy chiếu hoặc màn hình ti vi lớn.

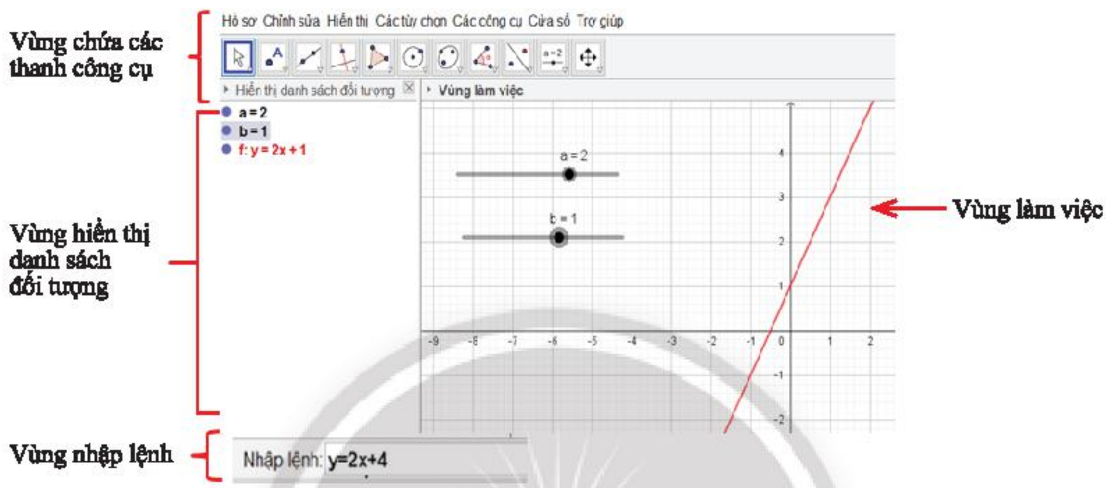
– Thực hành trong lớp hoặc trong phòng máy nếu các trường có điều kiện.

– Sách giáo khoa Toán 8, tập hai – Chân trời sáng tạo.

HƯỚNG DẪN CHỨC NĂNG CỦA GEOGEBRA

Để vẽ đồ thị trên GeoGebra ta thực hiện các thao tác trên bốn vùng sau:

1. Vùng chứa các thanh công cụ;
2. Vùng hiển thị danh sách các đối tượng;
3. Vùng làm việc: chứa đồ thị vẽ được và các thanh trượt biểu thị các hệ số a, b.
4. Vùng nhập lệnh: để nhập công thức các hàm số và biểu thức.



TIẾN HÀNH HOẠT ĐỘNG

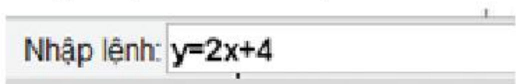
HOẠT ĐỘNG 1: Vẽ đồ thị hàm số y = ax + b với a, b nhập từ bàn phím

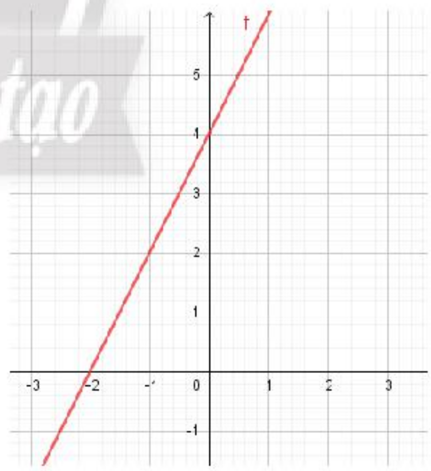
Ví dụ: Vẽ đồ thị hàm số $y = 2x + 4$.

1. Khởi động phần mềm đã cài đặt trên máy tính hoặc truy cập vào trang web: https://www.geogebra.org/ để sử dụng phần mềm online.

2. Các bước thao tác trên GeoGebra:

Nhập công thức hàm số $y = 2x + 4$ vào vùng nhập lệnh.





Ta có đồ thị trên vùng làm việc như hình bên.

Thực hành 1. Vẽ đồ thị các hàm số bậc nhất sau:

a) $y = -x - 2$; b) $y = x - 2$;

c) $y = \frac{1}{2}x + 1$; d) $y = -4x + 7$.

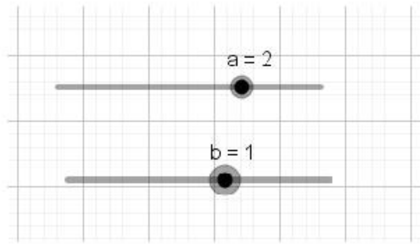
HOẠT ĐỘNG 2: Vẽ đường thẳng Δ: y = ax + b với a, b thay đổi bằng thanh trượt

1. Khởi động phần mềm đã cài đặt trên máy tính hoặc truy cập vào trang web: https://www.geogebra.org/ để sử dụng phần mềm online.

2. Các bước thao tác trên GeoGebra:

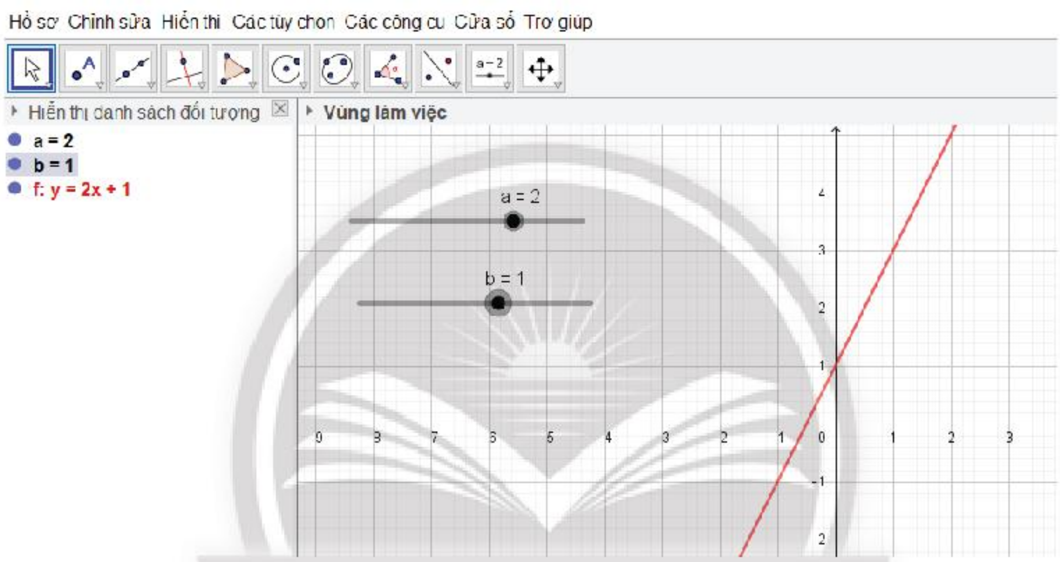
– Tạo các thanh trượt biểu thị các tham số a, b bằng cách nhấp chuột liên tiếp vào thanh công cụ 

và vào vị trí màn hình nơi mà ta muốn đặt thanh trượt.



– Nhập công thức đường thẳng tại vùng nhập lệnh theo cú pháp: y = ax + b.

– Quan sát đồ thị được vẽ trên vùng làm việc:



– Điều chỉnh các thanh trượt a, b để có giá trị mong muốn.

– Quan sát sự thay đổi của Δ theo sự thay đổi các hệ số a, b.

– Chụp màn hình để có kết quả làm báo cáo, thu hoạch, trình chiếu.

3. Nêu các kết luận về tính chất của đồ thị quan sát được trên hình vẽ.

Thực hành 2.

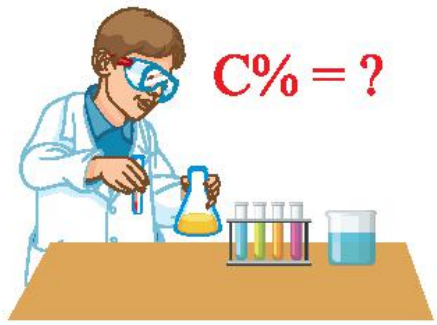
– Vẽ đường thẳng y = ax + b với a, b thay đổi bằng thanh trượt.

– Điều chỉnh a, b để vẽ được nhiều đường thẳng khác nhau.

– Giữ nguyên a chỉ điều chỉnh b để kiểm tra tính chất: các đường thẳng có cùng hệ số góc thì song song.

Hoạt động 5. DÙNG PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT ĐỂ TÍNH NỒNG ĐỘ PHẦN TRĂM CỦA DUNG DỊCH THỰC HÀNH PHA CHẾ DUNG DỊCH NƯỚC MUỐI SINH LÍ

MỤC TIÊU



– Vận dụng kiến thức đại số để giải thích một số quy tắc trong Hoá học.

– Ứng dụng phương trình bậc nhất trong các bài toán về xác định nồng độ phần trăm.

– Rèn luyện năng lực mô hình hoá toán học, tư duy và lập luận toán học, giao tiếp toán học.

CHUẨN BỊ

– Học sinh xem lại cách tính nồng độ phần trăm của dung dịch đã học ở môn Khoa học tự nhiên lớp 8.

– Vài chai nước muối sinh lí NaCl 0,9% (loại 10 m*l* hoặc 500 m*l*).

– Chia lớp thành bốn nhóm, mỗi nhóm chuẩn bị 300 m*l* dung dịch NaCl 6%.

– Dụng cụ đo độ mặn của dung dịch muối ăn (nếu có).

– Bình thuỷ tinh có chia vạch, nước tinh khiết.

TIẾN HÀNH HOẠT ĐỘNG

1. Giáo viên yêu cầu học sinh nhắc lại công thức tính nồng độ phần trăm của dung dịch.

$$C\% = \frac{m_{ct}}{m_{dd}} \cdot 100\%,$$

trong đó, C%: nồng độ phần trăm của dung dịch;

m_{ct}: khối lượng chất tan;

m_{dd}: khối lượng dung dịch;

$m_{dd} = m_{ct} + m_{dm}$ (m_{dm}: khối lượng dung môi (nước, rượu, ...)).

– Giáo viên giới thiệu: Nước muối sinh lí được dùng nhiều trong y tế là dung dịch sodium chloride 0,9% (NaCl 0,9%) được bào chế trong điều kiện vô trùng nghiêm ngặt.

2. Học sinh thảo luận nhóm rồi thực hiện bài toán sau:

Cần thêm bao nhiêu mililít nước vào 300 m*l* dung dịch NaCl 6% để dung dịch mới đạt được nồng độ 0,9%.

Hướng dẫn:

– Tính khối lượng chất tan (m_{ct}) từ dung dịch NaCl 0,9%.

– Gọi x là khối lượng nước cần thêm vào.

– Lập phương trình.

3. Tiến hành pha chế

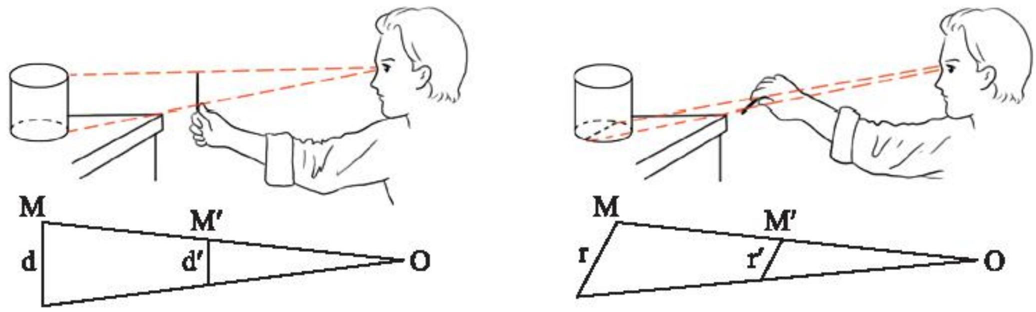
Với lượng nước cần thêm vào tính được ở trên, học sinh tiến hành pha chế dung dịch nước muối sinh lí NaCl 0,9%.

ĐÁNH GIÁ

– Các nhóm đánh giá kết quả thực hiện.

– Giáo viên nhận xét, đánh giá chung quá trình thực hiện, kết quả thu được của từng nhóm.

Hoạt động 6. ỨNG DỤNG ĐỊNH LÍ THALÈS ĐỂ ƯỚC LƯỢNG TỈ LỆ GIỮA CHIỀU NGANG VÀ CHIỀU DỌC CỦA MỘT VẬT



$$\frac{d'}{d} = \frac{OM'}{OM} = \frac{r'}{r} \Rightarrow \frac{d}{r} = \frac{d'}{r'}.$$

MỤC TIÊU

Vận dụng các kiến thức đã học về định lí Thalès để xác định tỉ lệ giữa chiều cao và chiều ngang của một vật ở xa.

CHUẨN BỊ

– Giáo viên chọn một vật làm mẫu hình (hình hộp chữ nhật, hình trụ) để trên bàn.
– Mỗi học sinh chuẩn bị thước thẳng, bút chì hoặc một que gỗ thẳng.
– Sách giáo khoa Toán 8, tập hai – Chân trời sáng tạo.

TIẾN HÀNH HOẠT ĐỘNG

1. Chia lớp thành 4 nhóm (mỗi nhóm khoảng 8 đến 10 học sinh).

2. Nhóm trưởng phân công các bạn từng cặp thực hiện các công việc sau:
– Bạn thứ nhất từ chỗ ngồi của mình, dùng bút chì đo chiều dọc d' và chiều ngang r' của vật mẫu trên bàn giáo viên theo như hình vẽ hướng dẫn trong sách giáo khoa.

– Bạn thứ hai ghi lại số liệu của bạn thứ nhất và tính tỉ lệ $\frac{d}{r}$ giữa chiều dọc và chiều ngang của vật mẫu theo cách tính trong sách giáo khoa.

– Nhóm trưởng thống kê lại kết quả của từng cặp trong nhóm và tính trung bình cộng kết quả $\frac{d}{r}$ đo được của nhóm.

3. Mỗi nhóm lên trước bục để thuyết trình kết quả của nhóm.

Chú ý:

a) Các nhóm có thể trình bày sản phẩm dưới dạng trang trình chiếu nếu nhà trường có điều kiện.

b) Giáo viên có thể tìm kiếm trên Internet các hình khác có liên quan đến trường học hoặc địa phương và chiếu lên màn hình để học sinh đo tỉ lệ.

c) Giáo viên có thể tổ chức cho học sinh đo đạc tỉ lệ $\frac{d}{r}$ giữa chiều dọc và chiều ngang của các công trình ngoài lớp học để tăng sự hứng thú cho học sinh.

BẢNG GIẢI THÍCH THUẬT NGỮ

Định lí Thalès

Nếu một đường thẳng song song với một cạnh của tam giác và cắt hai cạnh còn lại thì nó định ra trên hai cạnh đó các đoạn thẳng tương ứng tỉ lệ.

Định lí Thalès đảo

Nếu một đường thẳng cắt hai cạnh của một tam giác và định ra trên hai cạnh này những đoạn thẳng tương ứng tỉ lệ thì đường thẳng đó song song với cạnh còn lại của tam giác.

Đồ thị của hàm số

Đồ thị của hàm số $y = f(x)$ trên mặt phẳng toạ độ Oxy là tập hợp tất cả các điểm $M(x; f(x))$.

Hai hình đồng dạng

Hai hình $\mathscr{H}$, $\mathscr{H}'$ được gọi là đồng dạng nếu có hình đồng dạng phối cảnh của $\mathscr{H}$ bằng hình $\mathscr{H}'$.

Hàm số

Nếu đại lượng y phụ thuộc vào một đại lượng thay đổi x sao cho với mỗi giá trị của x ta luôn xác định được duy nhất một giá trị tương ứng của y thì y được gọi là hàm số của biến số x.

Hàm số bậc nhất

là hàm số được cho bởi công thức $y = ax + b$ với a, b là các số cho trước và $a \neq 0$.

Hệ quả của định lí Thalès

Nếu một đường thẳng cắt hai cạnh của một tam giác và song song với cạnh thứ ba thì nó tạo ra một tam giác mới có ba cạnh tương ứng tỉ lệ với ba cạnh của tam giác đã cho.

Hệ số góc

a là hệ số góc của đường thẳng $y = ax + b$ $(a \neq 0)$.

Nghiệm

$x = 200$ là một nghiệm của phương trình $4x = 600 + x$.

Phương trình

$4x = 600 + x$ là một phương trình với ẩn số x.

Phương trình bậc nhất một ẩn

Phương trình dạng $ax + b = 0$, với a và b là hai số đã cho và $a \neq 0$, được gọi là phương trình bậc nhất một ẩn.

Tam giác đồng dạng

Tam giác A'B'C' gọi là đồng dạng với tam giác ABC nếu ba góc của tam giác A'B'C' bằng ba góc của tam giác ABC và ba cạnh của tam giác A'B'C' tỉ lệ với ba cạnh của tam giác ABC.

BẢNG TRA CỨU THUẬT NGỮ

Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam xin trân trọng cảm ơn các tác giả có tác phẩm, tư liệu được sử dụng, trích dẫn trong cuốn sách này.

Chịu trách nhiệm xuất bản:
Tổng Giám đốc HOÀNG LÊ BÁCH

Chịu trách nhiệm nội dung:
Tổng biên tập PHẠM VĨNH THÁI

Biên tập nội dung: TRẦN THANH HÀ – NGUYỄN THỊ PHƯỚC THỌ – ĐẶNG THỊ THUÝ
Biên tập mĩ thuật: ĐẶNG NGỌC HÀ
Thiết kế sách: HOÀNG CAO HIỀN
Trình bày bìa: ĐẶNG NGỌC HÀ – TỐNG THANH THẢO
Minh hoạ: NGỌC HÀ – CAO HIỀN – MẠNH HÙNG – NGỌC KHANG – THIẾU MY – THANH THẢO
Sửa bản in: TRẦN THANH HÀ – NGUYỄN THỊ PHƯỚC THỌ – ĐẶNG THỊ THUÝ
Chế bản: CÔNG TY CP DỊCH VỤ XBGD GIA ĐỊNH

TOÁN 8 – TẬP HAI (CHÂN TRỜI SÁNG TẠO)

Mã số: G2HH8T002M23
In .... bản, (QĐ in số ....) khổ 19 x 26,5 cm
Đơn vị in: ....
Địa chỉ: ....
Số ĐKXB: 9-2023/CXBIPH/25-2142/GD
Số QĐXB: ...., ngày .... tháng .... năm 20...
In xong và nộp lưu chiểu tháng .... năm 20...
Mã số ISBN: Tập 1: 978-604-0-35169-2
Tập 2: 978-604-0-35170-8

HUÂN CHƯƠNG HỒ CHÍ MINH

BỘ SÁCH GIÁO KHOA LỚP 8 – CHÂN TRỜI SÁNG TẠO

1. NGỮ VĂN 8 – TẬP MỘT
2. NGỮ VĂN 8 – TẬP HAI
3. TOÁN 8 – TẬP MỘT
4. TOÁN 8 – TẬP HAI
5. TIẾNG ANH 8
   Friends Plus - Student Book
6. GIÁO DỤC CÔNG DÂN 8
7. KHOA HỌC TỰ NHIÊN 8
8. LỊCH SỬ VÀ ĐỊA LÍ 8
9. TIN HỌC 8
10. CÔNG NGHỆ 8
11. GIÁO DỤC THỂ CHẤT 8
12. ÂM NHẠC 8
13. MĨ THUẬT 8 (1)
14. MĨ THUẬT 8 (2)
15. HOẠT ĐỘNG TRẢI NGHIỆM,
    HƯỚNG NGHIỆP 8 (1)
16. HOẠT ĐỘNG TRẢI NGHIỆM,
    HƯỚNG NGHIỆP 8 (2)

Các đơn vị đầu mối phát hành

- **Miền Bắc:** CTCP Đầu tư và Phát triển Giáo dục Hà Nội
  CTCP Sách và Thiết bị Giáo dục miền Bắc
- **Miền Trung:** CTCP Đầu tư và Phát triển Giáo dục Đà Nẵng
  CTCP Sách và Thiết bị Giáo dục miền Trung
- **Miền Nam:** CTCP Đầu tư và Phát triển Giáo dục Phương Nam
  CTCP Sách và Thiết bị Giáo dục miền Nam
  CTCP Sách và Thiết bị Giáo dục Cửu Long

Sách điện tử: http://hanhtrangso.nxbgd.vn

Kích hoạt để mở học liệu điện tử: Cào lớp nhũ trên tem để nhận mã số. Truy cập http://hanhtrangso.nxbgd.vn và nhập mã số tại biểu tượng chìa khoá.

ISBN 978-604-0-35170-8

9 786040 351708

Bản in thử
Sách không bán