Tuần 15

Phép nhân và phép chia đa thức một biến

1. Phép nhân đa thức một biến

Muốn nhân một đa thức với một đa thức, ta nhân mỗi đơn thức của đa thức này với từng đơn thức của đa thức kia rồi cộng các tích với nhau.

Ví dụ 1: Thực hiện phép nhân:

a) $3x.\ (2x^2 – 4x + 5)$;

b) $(2x + 3).\ (x + 1)$.

Hướng dẫn giải:

a) Ta có: $3x.\ (2x^2 – 4x + 5) = 3x.\ 2x^2 + 3x.\ (–4x) + 3x.\ 5$

$= 6x^3 – 12x + 15x$;

b) Ta có: $(2x + 3).\ (x + 1) = 2x.\ (x + 1) + 3.\ (x + 1)$

$= 2x.\ x + 2x.\ 1 + 3.\ x + 3.\ 1$

$= 2x^2 + 2x + 3x + 3$

$= 2x^2 + (2x + 3x) + 3$

$= 2x^2 + 5x + 3$.

2. Phép chia đa thức một biến

Trường hợp 1: Chia đa thức cho đa thức (chia hết)

Cho hai đa thức P và Q (với $Q \neq 0$). Ta nói đa thức P chia hết cho đa thức Q nếu có đa thức M sao cho $P = Q.\ M$.

Ta gọi P là đa thức bị chia, Q là đa thức chia và M là đa thức thương (gọi tắt là thương).

Kí hiệu $M = P : Q$ hoặc $M = \frac{P}{Q}$

Ví dụ: Thực hiện phép chia $6x^6 – 8x^5 + 10x^4$ cho $2x^3$.

Hướng dẫn giải:

Ta có: $(6x^6 – 8x^5 + 10x^4) : 2x^3$

$= (6x^6 : 2x^3) – (8x^5 : 2x^3) + (10x^4 : 2x^3)$

$= 3x^3 – 4x^2 + 5x.$

Chú ý: Để thực hiện phép chia đa thức, người ta thường viết các đa thức đó thành đa thức thu gọn và sắp xếp các đơn thức theo lũy thừa giảm dần rồi thực hiện phép chia.

Trường hợp 2: Chia đa thức cho đa thức (phép chia có dư)

Khi chia đa thức A cho đa thức B với thương là Q, dư là R thì A = B. Q + R, trong đó bậc của R nhỏ hơn bậc của B.

Ví dụ: Thực hiện phép chia: $P(x) = 3x^2 – 5x + 2$ cho $Q(x) = x – 2$.

Hướng dẫn giải: Thực hiện phép chia, ta được:

$$\begin{array}{r|l} 3x^2 - 5x + 2 & x - 2 \\ \hline \underline{3x^2 - 6x} & 3x + 1 \\ x + 2 & \\ \underline{x + 2} & \\ 4 & \end{array}$$

Do đó phép chia đa thức P(x) cho Q(x) là phép chia có dư với số dư là 4.

Vậy $3x^2 – 5x + 2 = (x – 2). (3x + 1) + 4.$

3. Tính chất của phép nhân đa thức một biến

Tính chất: Cho A, B, C là các đa thức một biến với cùng một biến số.

-Tính chất giao hoán: A. B = B. A;

-Tính chất kết hợp: A. (B. C) = (A. B). C.

Ví dụ: Thực hiện phép tính: $6. (x^2 – 2).\frac{1}{2}$;

Hướng dẫn giải:

Ta có: $6. (x^2 – 2). \frac{1}{2} = 6. ((x^2–2). \frac{1}{2}) = (6. \frac{1}{2}).(x^2–2) =$

$= 3. (x^2 – 2) = 3x^2 – 6.$

Bài tập Phép nhân và phép chia đa thức một biến

Bài 1. Thực hiện phép nhân

a) $(4x – 3)(x + 2)$;

b) $(5x + 2)(–x^2 + 3x +1)$;

c) $(2x^2 – 7x + 4)(–3x^2 + 6x + 5)$.

Hướng dẫn giải:

a) $(4x – 3)(x + 2) = 4x(x + 2) – 3(x + 2)$

$= 4x^2 + 8x – 3x – 6 = 4x^2 + 5x – 6$;

b) $(5x + 2)(–x^2 + 3x +1)$

$= 5x(–x^2 + 3x +1) + 2(–x^2 + 3x +1)$

$= –5x^3 + 15x^2 + 5x – 2x^2 + 6x + 2$

$= –5x^3 + (15x^2 – 2x^2) + (5x + 6x) + 2$

$= –5x^3 + 13x^2 + 11x + 2$.

c) $(2x^2 – 7x + 4)(–3x^2 + 6x + 5)$

$= 2x^2(–3x^2 + 6x + 5) – 7x(–3x^2 + 6x + 5) + 4(–3x^2 + 6x + 5)$

$= –6x^4 + 12x^3 + 10x^2 + 21x^3 – 42x^2 – 35x – 12x^2 + 24x + 20$

$= –6x^4 + (12x^3 + 21x^3) + (10x^2 – 42x^2 – 12x^2) + (– 35x + 24x) + 20$

$= –6x^4 + 33x^3 – 44x^2 – 11x + 20$.

Bài 2: Thực hiện phép chia:

a) $(8x^6 – 4x^5 + 12x^4 – 20x^3) : 4x^3$;

b) $(2x^2 – 5x + 3) : (2x – 3)$.

Hướng dẫn giải:

a) $(8x^6 – 4x^5 + 12x^4 – 20x^3) : 4x^3$

$= (8x^6 : 4x^3) – (4x^5 : 2x^3) + (12x^4 : 4x^3) – (20x^3 : 4x^3)$

$= 2x^3 – 2x^2 + 3x – 5$;

b) Ta có:

$$\begin{array}{r|l} 2x^2-5x+3 & 2x-2 \\ \hline 2x^2-4x & x-\frac{1}{2} \\ \hline -x+3 & \\ -x+1 & \\ \hline 2 & \end{array}$$

Vậy $(2x^2 - 5x + 3) = (2x - 3)(x - \frac{1}{2}) + 2$.

Bài 3. Rút gọn biểu thức bằng cách nhanh nhất:

a) $5. (x^2 + 3). \frac{2}{5}$;

b) $(x – 2).(2x^3 – x^2 + 1) + (x – 2)x^2(1 – 2x)$.

Hướng dẫn giải:

a) $5. (x^2 + 3). \frac{2}{5} = (5. \frac{2}{5}). (x^2 + 3)$

$=2. (x^2 + 3) = 2x^2 + 6$

b) $(x – 2).(2x^3 – x^2 + 1) + (x – 2)x^2(1 – 2x)$

$= (x – 2).(2x^3 – x^2 + 1) + (x – 2)(x^2.1 – x^2.2x)$

$= (x – 2).(2x^3 – x^2 + 1) + (x – 2)(x^2 – 2x^3)$

$= (x – 2).(2x^3 – x^2 + 1 + x^2 – 2x^3)$

$= (x – 2).1$

$= (x – 2).$

Bài 4: Không thực hiện phép chia, hãy xét xem đa thức A có chia hết cho đa thức B hay không?

a) $A = 15x^4 – 8x^3 + x^2$; $B = \frac{1}{2}x^2$;

b) $A = x^2 – 2x + 1$; $B = x + 1$.

Hướng dẫn giải:

a)Ta có: Vì $15x^4$; $8x^3$; x^2 đều chứa phần từ x^2 nên đều chia hết cho $\frac{1}{2}x^2$

Do đó đa thức A chia hết cho B.

b) Ta có:

$A = x^2 + 2x + 1$

$= x(x + 1) + (x + 1)$

$= (x + 1)(x + 1)$

$= (x + 1)^2$

Vì $(x + 1)^2$ chứa phần tử $(x + 1)$ nên chia hết cho $(x + 1)$

Do đó đa thức A chia hết cho B.

BTVN: Bài 1,2,3,4

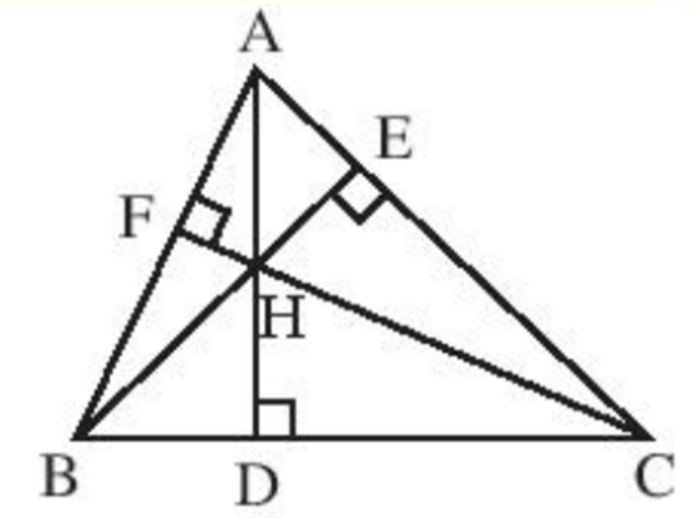
TÍNH CHẤT BA ĐƯỜNG CAO CỦA TAM GIÁC

1. Đường cao của tam giác

Đoạn thẳng vuông góc kẻ từ một đỉnh của một tam giác đến đường thẳng chưa cạnh đối diện gọi là ***đường cao*** của tam giác đó.

Chú ý: Mỗi tam giác có ba đường cao.

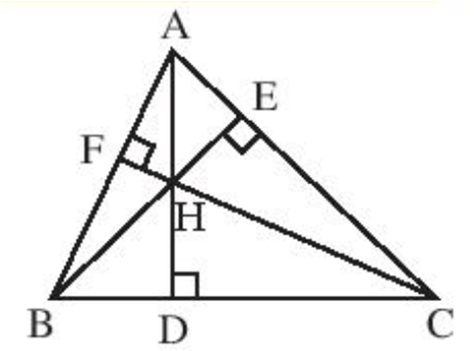
Ví dụ: Trong hình dưới đây, ba đoạn thẳng AD, BE, CF là ba đường cao của tam giác ABC. Hay còn nói ba đường thẳng AD, BE, CF là đường cao của tam giác ABC.



2. Tính chất ba đường cao của tam giác

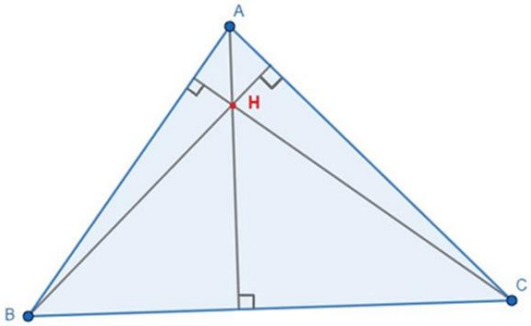
Định lí: Ba đường cao của một tam giác cùng đi qua một điểm.

Ví dụ: Trong hình vẽ dưới đây ba đường cao AD, BE, CF của tam giác ABC cùng đi qua điểm H. Điểm H được gọi là trực tâm của tam giác ABC.



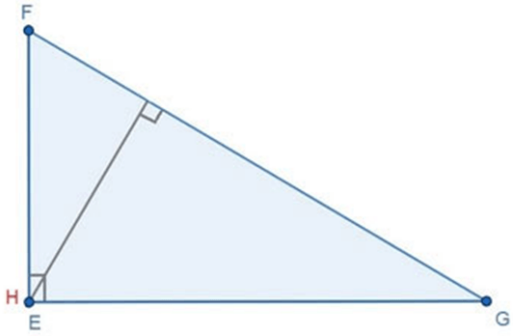
Chú ý:

(1) Tam giác nhọn có trực tâm nằm bên trong tam giác (như hình vẽ dưới đây).



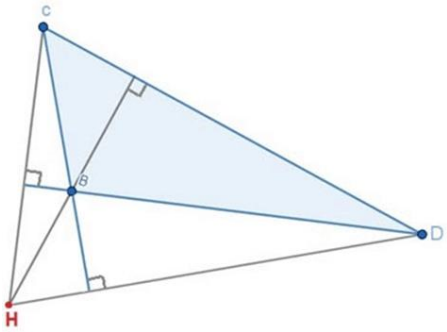
Tam giác ABC nhọn có trực tâm H nằm trong tam giác.

(2) Tam giác vuông có trực tâm trùng với đỉnh góc vuông (như hình vẽ dưới đây).



Tam giác EGF có trực tâm H trùng với đỉnh góc vuông E.

(3) Tam giác tù có trực tâm nằm ngoài tam giác (như hình vẽ dưới đây)

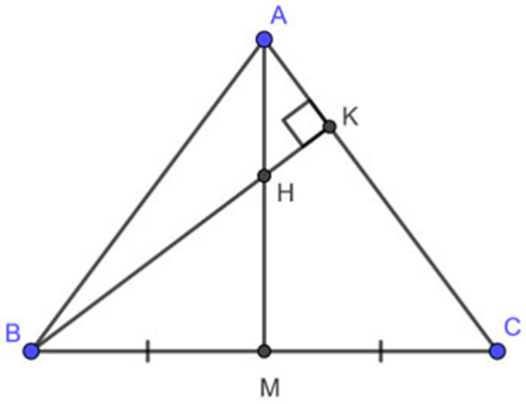


Tam giác tù BCD có tực tâm H nằm ngoài tam giác.

Bài tập Tính chất ba đường cao của tam giác

Bài 1: Cho tam giác ABC cân tại A, đường trung tuyến AM và đường cao BK. Gọi H là giao điểm của AM và BK. Chứng minh rằng CH vuông góc với AB.

Hướng dẫn giải



Vì tam giác ABC cân tại A nên đường trung tuyến AM cũng là đường cao của ABC.

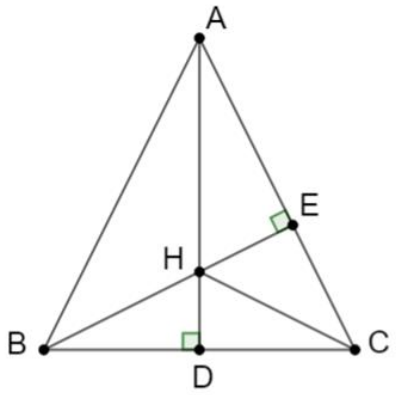
Ta có H là giao điểm của hai đường cao AM và BK nên H là trực tâm của tam giác ABC

Suy ra CH là đường cao của tam giác ABC

Vậy CH vuông góc với AB.

Bài 2: Cho tam giác ABC cân tại A có góc A nhọn và H là trực tâm. Cho biết $\widehat{BHC} = 150°$. Tìm các góc của tam giác ABC.

Hướng dẫn giải



Tam giác ABC cân tại A có AD là đường cao đồng thời là đường trung trực.

Do đó điểm H thuộc đường trung trực của đoạn thẳng BC thì cách đều hai đầu mút B và C.

Vậy suy ra HB = HD. Từ đó ta có tam giác HBD cân tại H.

Suy ra $\widehat{HBC} = \widehat{HCB}$.

Ta có: $\widehat{HBC} + \widehat{HCB} + \widehat{BHC} = 180^o$.

Suy ra $\widehat{HBC} = \widehat{HCB} = \frac{180^o - \widehat{BHC}}{2} = \frac{180^o - 150^o}{2} = 15^o$.

Xét ΔEBC vuông tại E có: $\widehat{EBC} + \widehat{ECB} = 90^o$.

Hay $\widehat{ECB} = \widehat{ACB} = 90^o - \widehat{EBC} = 90^o - 15^o = 75^o$.

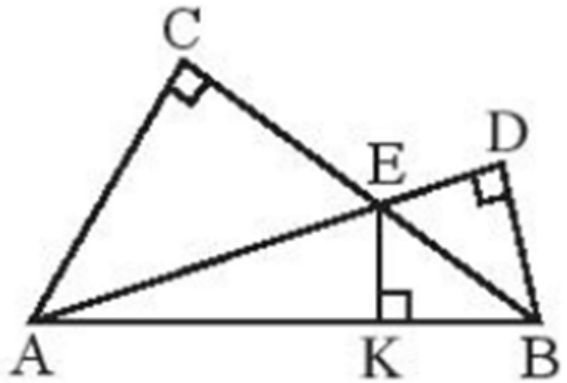
Vậy suy ra $\widehat{ABC} = \widehat{ACB} = 75^o$.

Xét tam giác ABC có:

$\widehat{BAC} = 180^o - \widehat{ABC} - \widehat{ACB} = 180^o - 75^o - 75^o = 30^o$.

Bài 3: Cho hình vẽ dưới đây. Chứng minh AC, EK và BD cùng đi qua một điểm.

Hướng dẫn giải



Xét tam giác ABE có AC vuông góc với cạnh EB, EK vuông góc với cạnh AB và BD vuông góc với cạnh AE.

Nên suy ra ba đoạn thẳng AC, EK, BD là ba đường cao của tam giác AEB.

Vậy AC, EK, BD cùng đi qua một điểm và điểm đó chính là trực tâm của tam giác AEB.