

GIẢI BÀI TOÁN BẰNG CÁCH LẬP HỆ HOẶC PHƯƠNG TRÌNH

I. Giải hệ phương trình và phương trình bậc hai

1. Giải HPT sử dụng phương pháp cộng đại số hoặc phương pháp thế

Bài 1: Giải hệ phương trình

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \begin{cases} 2x + 3y = -2 \\ 2x - y = 2 \end{cases} & \text{b) } \begin{cases} 3x - 2y = 1 \\ x + 2y = 3 \end{cases} & \text{c) } \begin{cases} \frac{x}{2} + \frac{y}{3} = \frac{7}{6} \\ 3x - 2y = -1 \end{cases} & \text{d) } \begin{cases} 5x - 2(x + y) = 6 \\ 5x - 8y = 3 \end{cases} \end{array}$$

2. Cách giải phương trình bậc hai 1 ẩn:

Bước 1: Xác định các hệ số a, b, c và tính $\Delta = b^2 - 4ac$

Bước 2: Xét $\Delta = b^2 - 4ac$

+ Nếu $\Delta > 0$ thì PT có hai nghiệm phân biệt là: $x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$; $x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$

+ Nếu $\Delta = 0$ thì PT có nghiệm kép: $x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a}$

+ Nếu $\Delta < 0$ thì PT vô nghiệm

Bước 3: Kết luận viết tập nghiệm của phương trình

Bài 2: Giải phương trình bậc hai

$$\text{a) } 5x^2 - 6x - 1 = 0 \quad \text{b) } -3x^2 + 14x - 8 = 0 \quad \text{c) } 9x^2 + 6x + 1 = 0 \quad \text{d) } -7x^2 + 4x - 3 = 0$$

II. Giải bài toán thực tế

1. Giải bài toán bằng cách lập hệ phương trình

Bài 1: Để tổ chức cho 345 người bao gồm học sinh và GVCN khối 9 đi tham quan địa đạo Củ Chi, nhà trường đã thuê 9 xe bao gồm loại 30 chỗ và loại 45 chỗ ngồi. Hỏi mỗi loại có bao nhiêu chiếc xe biết rằng không còn xe nào trống chỗ?

Bài 2: Để tổ chức tham quan hướng nghiệp cho 435 người bao gồm học sinh lớp 9 và GVCN, nhà trường đã thuê 11 xe bao gồm loại 45 chỗ và loại 15 chỗ ngồi. Hỏi mỗi loại có bao nhiêu chiếc xe biết rằng không còn xe nào trống chỗ?

Bài 3: Năm ngoái 2 đơn vị sản xuất nông nghiệp thu hoạch được 720 tấn thóc. Năm nay, đơn vị thứ nhất làm vượt mức 15%, còn đơn vị thứ 2 làm vượt mức 12% so với năm ngoái, do đó cả 2 đơn vị thu hoạch được 819 tấn thóc. Hỏi năm ngoái, mỗi đơn vị thu hoạch được bao nhiêu tấn thóc.

Bài 4: Năm nay người ta áp dụng kĩ thuật mới trên hai cánh đồng trồng lúa ở ấp Minh Châu. Vì thể lượng lúa thu được trên cánh đồng thứ nhất tăng lên 30% so với năm ngoái, trên cánh đồng thứ hai lượng lúa thu được tăng lên 20% so với năm ngoái. Tổng cộng cả hai cánh đồng thu được 630 tấn. Hỏi trên mỗi cánh đồng năm nay thu được bao nhiêu lúa, biết rằng trên cả hai cánh đồng năm ngoái chỉ thu được 500 tấn?

Bài 5: Lớp 9A có 45 học sinh, số học sinh nam nhiều hơn số học sinh nữ 5 bạn

a/ Tính số học sinh nam và số học sinh nữ của lớp 9A?

b/ Trong số 45 học sinh lớp 9A, có 30 bạn thích chơi cầu lông, 20 bạn thích chơi đá cầu và 5 bạn không thích chơi cả cầu lông lẫn đá cầu. Hỏi có bao nhiêu bạn thích chơi cả cầu lông lẫn đá cầu?

Bài 6: Một người mua 1 quạt điện và 1 bếp từ phải trả tổng cộng 2,17 triệu đồng bao gồm cả thuế VAT, biết mức thuế VAT 10% đối với quạt điện và 8% đối với bếp từ. Nếu thuế VAT là 9% đối với 2 sản phẩm trên thì khách hàng phải trả tổng cộng 2,18 triệu đồng. Hỏi nếu không tính thuế VAT thì giá mỗi sản phẩm là bao nhiêu?

Bài 7: Hai đội xây dựng làm chung một công việc và dự định hoàn thành trong vòng 12 ngày. Nhưng khi làm được 8 ngày, thì đội I bị điều động đi nơi khác, nhưng do cải tiến cách làm nên năng suất đội 2 đội II tăng gấp đôi vì vậy làm xong phần việc còn lại trong vòng 3,5 ngày. Nếu với năng xuất ban đầu, hỏi mỗi đội làm riêng một mình thì trong bao nhiêu ngày mới xong công việc trên?

Bài 8: Hai người thợ cùng làm 1 công việc trong 16 giờ thì xong. Nếu người thứ 1 làm trong 3 giờ và người thứ 2 làm trong 6 giờ thì chỉ hoàn thành được 1/4 công việc. Hỏi nếu làm riêng thì mỗi người hoàn thành công việc trong bao lâu?

Bài 9: Nếu 2 vòi nước cùng chảy vào một bể cạn thì mất 1 giờ 20 phút mới đầy bể. Nếu mở riêng vòi thứ 1 trong 10 phút và vòi thứ 2 trong 12 phút thì chỉ chảy được 2/15 bể. nếu mở riêng từng vòi thì mất bao lâu mới chảy đầy bể?

Bài 10: Hai vòi nước cùng chảy vào bể cạn mất 6 giờ mới đầy bể. Nếu lúc đầu mở cả hai vòi và 4 giờ sau khóa vòi thứ hai lại thì mất 5 giờ nữa mới đầy bể. Hỏi nếu mở riêng từng vòi thì mất bao lâu để mỗi vòi chảy đầy bể?

Bài 11: Hai vòi nước cùng chảy vào bể cạn mất 4 giờ 48 phút mới đầy bể. Nếu lúc đầu chỉ mở vòi thứ 1 và 9 giờ sau mở thêm vòi thứ hai thì mất 1 giờ 12 phút nữa mới đầy bể. Hỏi nếu mở riêng từng vòi thì mất bao lâu để mỗi vòi chảy đầy bể?

Bài tập bổ sung

Bài 1: Người ta trộn hai loại quặng sắt với nhau, một loại chứa 72% sắt, loại thứ 2 chứa 58% sắt thu được một loại quặng sắt mới chứa 62% sắt. Nếu tăng khối lượng của mỗi loại quặng thêm 15 tấn thì thu được loại quặng chứa 63,25% sắt. Tìm khối lượng quặng của mỗi loại đã trộn?

Bài 4: Một vật có khối lượng 124 gam và thể tích 15 cm³ là hợp kim của đồng và kẽm. Hỏi trong đó có bao nhiêu gam đồng, bao nhiêu gam kẽm? biết rằng cứ 89 gam đồng thì có thể tích là 10 cm³ và 7 gam kẽm có thể tích là 1 cm³.

2. Giải bài toán bằng cách lập phương trình bậc hai

Ví dụ 1: Một xưởng may phải may xong 3 000 áo trong một thời gian quy định. Để hoàn thành sớm kế hoạch, mỗi ngày xưởng đã may được nhiều hơn 6 áo so với số áo phải may theo kế hoạch. Vì thế, 5 ngày trước khi hết thời hạn, xưởng đã may được 2650 áo. Hỏi theo kế hoạch, mỗi ngày xưởng phải may xong bao nhiêu áo?

Hướng dẫn giải:

Gọi số áo phải may mỗi ngày theo kế hoạch là x , ($x > 0$)

Thời gian may xong 3000 áo theo kế hoạch là $\frac{3000}{x}$ (ngày)

Thời gian thực tế may xong 2650 áo là $\frac{2650}{x+6}$ (ngày)

Theo đề bài ta có PT: $\frac{3000}{x} - \frac{2650}{x+6} = 5 \Leftrightarrow \frac{3000(x+6)}{x(x+6)} - \frac{2650x}{x(x+6)} = \frac{5x(x+6)}{x(x+6)}$

$$\Leftrightarrow 3000(x+6) - 2650x = 5x(x+6) \Leftrightarrow -5x^2 + 320x + 18000 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = -36 \text{ (l)} \\ x_2 = 100 \text{ (n)} \end{cases}$$

Vậy mỗi ngày xưởng may xong 100 cái áo

Ví dụ 2: Một mảnh đất hình chữ nhật có chiều dài lớn hơn chiều rộng 8 m. Nếu tăng chiều rộng 3 m và giảm chiều dài chỉ bằng $\frac{4}{5}$ chiều dài ban đầu thì diện tích mảnh đất không đổi. Tính kích

thước của mảnh đất?

Hướng dẫn giải:

Ban đầu: Gọi chiều rộng của mảnh đất là x (m), ($x > 0$), thì chiều dài là $x+8$ (m)

=> Diện tích của mảnh đất là $(x+8).x \text{ m}^2$.

Sau khi thay đổi: chiều rộng của mảnh đất là $x+3$ (m), ($x > 0$), thì chiều dài là $\frac{4}{5}(x+8)$ (m)

\Rightarrow Diện tích của mảnh đất là $\frac{4}{5}(x+8)(x+3) \text{ m}^2$.

Theo đề bài ta có PT: $\frac{4}{5}(x+8)(x+3) - x(x+8) = 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{5}x^2 + \frac{4}{5}x + \frac{96}{5} = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = -8 \text{ (l)} \\ x_2 = 12 \text{ (n)} \end{cases}$$

Vậy chiều rộng của mảnh đất 12 (m), chiều dài mảnh đất 20 (m)

Ví dụ 3: Một Ca nô du lịch đi từ thành phố Cà Mau đến Đất Mũi theo đường sông dài 120 km. Trên đường đi Ca nô có nghỉ lại 1 giờ ở thị trấn Năm Căn. Khi về Ca nô đi theo đường khác dài hơn lúc đi 5 km và với vận tốc nhỏ hơn vận tốc lúc đi là 5 km/h. Tính vận tốc của Ca nô lúc đi, biết rằng thời gian về bằng thời gian đi.

Hướng dẫn giải:

Lúc đi: Gọi vận tốc đi của Ca nô là: x (km/h), ($x > 0$)

Thời gian đi của Ca nô là: $\frac{120}{x} + 1$ (h)

Lúc về: Gọi vận tốc về của Ca nô là: $x - 5$ (km/h), ($x > 0$)

Thời gian đi của Ca nô là: $\frac{125}{x-5}$ (h)

Theo đề bài: $\frac{125}{x-5} = \frac{120}{x} + 1 \Leftrightarrow \frac{125x}{x(x-5)} = \frac{120(x-5)}{x(x-5)} + \frac{x(x-5)}{x(x-5)}$

$$\Leftrightarrow 125x = 120(x-5) + x(x-5) \Leftrightarrow -x^2 + 10x + 600 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = -20 \text{ (l)} \\ x_2 = 30 \text{ (n)} \end{cases}$$

Vậy vận tốc đi của Ca nô là 30 (km/h)

- Bài tập

Bài 1: Một mảnh đất hình chữ nhật có diện tích 240 m^2 . Nếu tăng chiều rộng 3 m và giảm chiều dài 4 m thì diện tích mảnh đất không thay đổi. Tính kích thước của mảnh đất?

Bài 2: Một mảnh vườn hình chữ nhật có chiều dài hơn chiều rộng 4 m. Người ta mở rộng mảnh vườn bằng cách tăng gấp đôi chiều dài và tăng chiều rộng thêm 2 m, khi đó diện tích mảnh vườn tăng 576 m^2 so với ban đầu. Tính chu vi của mảnh vườn ban đầu?

Bài 3: Bác Hiệp và cô Liên đi xe đạp từ làng lên thành phố với quãng đường 30 km, khởi hành cùng một lúc. Bác Hiệp đạp xe với vận tốc lớn hơn cô Liên là 3 (km/h) nên bác Hiệp đã đến thành phố trước cô Liên nửa giờ. Tính vận tốc xe đạp của mỗi người?

Bài 4: Quãng đường Thanh Hóa – Hà Nội dài 150 km. Một ô tô từ Hà Nội vào Thanh Hóa, nghỉ lại Thanh Hóa 3 giờ 15 phút, rồi trở về Hà Nội, cả đi và về hết 10 giờ. Tính vận tốc của ô tô lúc về, biết rằng vận tốc lúc đi lớn hơn vận tốc lúc về là 10 (km/h).

Bài 5: Hà Nội cách Nam Định 90 km. Hai ô tô khởi hành đồng thời, xe thứ 1 từ Hà Nội còn xe thứ 2 từ Nam Định đi ngược chiều nhau. Sau 1 giờ hai xe gặp nhau và tiếp tục đi xe thứ 2 tới Hà Nội trước khi xe thứ nhất tới Nam Định là 27 phút. Tính vận tốc mỗi xe?

Bài 6: Hai đội thợ sơn một ngôi nhà, nếu họ cùng làm thì trong 4 ngày là sơn xong. Nếu họ làm riêng thì đội I hoàn thành công việc nhanh hơn đội II là 6 ngày. Hỏi nếu làm riêng thì mỗi đội phải sơn trong bao nhiêu ngày để xong?

Bài 7: Hai đội công nhân cùng làm một quãng đường thì 12 ngày xong việc. Nếu đội thứ 1 làm một mình hết nửa công việc, rồi đội thứ 2 tiếp tục làm nốt nửa công việc còn lại thì tất cả hết 25 ngày. Hỏi mỗi đội làm một mình thì bao lâu làm xong công việc?

3. Bài toán thực tế về công thức hàm số bậc hai

Bài 1: Người ta thả một quả banh từ một tầng cao của tòa nhà chung cư. Biết độ cao từ nơi thả đến mặt đất là 80 m. Quãng đường chuyển động s (mét) của quả banh khi rơi phụ thuộc vào thời gian t (giây) được cho bởi công thức: $s = 5t^2$.

a) Hỏi quả banh cách mặt đất bao nhiêu mét sau 1,5 giây? Sau 3 giây?

b) Hỏi sau bao lâu kể từ khi bắt đầu rơi thì quả banh chạm mặt đất?

ĐA: QĐ rơi sau 1,5 giây : $s = 5.1,5^2 = 11,25$ (m), cách mặt đất là : $80 - 11,25 = 68,75$ (m)

QĐ rơi sau 3 giây : $s = 5.3^2 = 45$ (m), cách mặt đất một khoảng là : $80 - 45 = 35$ (m)

Khi chạm mặt đất, quả banh rơi được quãng đường : $s = 80$ (m)

Thay $s = 80$: $80 = 5t^2 \Leftrightarrow t^2 = 16 \Leftrightarrow t = 4$ (n) / $t = -4$ (l)

Bài 2: Một vật rơi ở độ cao so với mặt đất là 200 m. Quãng đường chuyển động h (mét) của vật rơi phụ thuộc vào thời gian t (giây) bởi công thức: $h = 4t^2 - 100t + 197$. Hỏi sau bao lâu vật này cách mặt đất 3 m ?

ĐA: Quãng đường vật đi được là: $200 - 3 = 197$ (m)

Thay $h = 197$ vào: $h = 4t^2 - 100t + 197 \Leftrightarrow 4t^2 - 100t = 0$

$\Leftrightarrow t = 0$ (loại) hoặc $t = 25$ (nhận)

Bài 3: Một vật rơi tự do ở độ cao 144 m so với mặt đất. Quãng đường chuyển động s (mét) của vật phụ thuộc vào thời gian t (giây) bởi công thức: $s = 4t^2$

a) Sau 1 giây, 2 giây vật này cách đất bao nhiêu mét ?

b) Hỏi sau bao lâu vật này tiếp đất ?

ĐA: Sau 1 giây: $s = 4.1^2 = 4$ (m), cách đất: $144 - 4 = 140$ (m)

Sau 2 giây: $s = 4.2^2 = 16$ (m), cách đất: $144 - 16 = 128$ (m)

Khi vật tiếp đất: thay $s = 144$ vào CT: $4t^2 = 144 \Rightarrow t = 6$ (giây)

Bài 4: Tại một ao nuôi cá thử nghiệm, các kỹ sư nông nghiệp đã thiết lập công thức cho cá ăn như sau : $y = 2,5\sqrt{x}$ với y (tháng) là tuổi của đàn cá và x (kg) là lượng thức ăn hàng ngày.

a) Biết 4 kg thức ăn đã cho xuống ao, hãy tính tuổi của đàn cá lúc đó .

b) Khi tuổi cá được 1 năm 2 tháng, mỗi ngày phải cần lượng thức ăn bao nhiêu cho đàn cá? (làm tròn 1 chữ số thập phân)

ĐA: Thay $x = 4$ vào hàm số : $y = 2,5\sqrt{4}$; tìm được $y = 5$

Thay $y = 14$ vào hàm số : $14 = 2,5\sqrt{x}$; tìm được $x \approx 31,4$

Bài 5: Động năng (tính bằng Jun) của một quả bưởi được tính bằng công thức $K = \frac{mv^2}{2}$,

với m là khối lượng quả bưởi (kg), v là vận tốc quả bưởi (m/s). Tính vận tốc rơi của quả bưởi nặng 1 kg tại thời điểm quả bưởi đạt được động năng là 32J.

ĐA: Ta có $K = \frac{mv^2}{2} \Rightarrow 32 = \frac{1.v^2}{2} \Rightarrow v^2 = 64 \Rightarrow v = 8$

Bài 6: Lực F của gió thổi vuông góc vào cánh buồm tỉ lệ thuận với bình phương vận tốc v của gió, tức là $F = av^2$ (a là hằng số) . Biết rằng khi vận tốc gió 2m/s thì lực tác động lên cánh buồm của một con thuyền bằng 120 N (Niu-ton)

a) Tính hằng số a

b) Biết rằng cánh buồm chỉ có thể chịu được một áp lực tối đa là 12 000N . Hỏi con thuyền có thể đi được trong gió bão với vận tốc gió là 81km/h hay không ?

ĐA: $a = \frac{F}{v^2} = \frac{120}{2^2} = 30$

Đổi : $v = 81(km/h) = 22.5(m/s)$

Thay $v = 22.5m/s$ vào $F = 30v^2 \Rightarrow F = 30.22.5^2 = 15187.5(N)$