

HƯỚNG DẪN TỰ HỌC

MÔN: TOÁN 9 – ĐẠI SỐ

Năm học: 2021 - 2022

CHƯƠNG I: CĂN BẬC HAI – CĂN BẬC BA

§ 1. CĂN BẬC HAI

I- Một số tính chất của lũy thừa bậc hai:

- $a^2 \geq 0, \forall a \in \mathbb{R}$ $a^2 > 0 \Leftrightarrow a \neq 0$ $a^2 \leq 0 \Leftrightarrow a = 0$
- $a^2 = b^2 \Leftrightarrow |a| = |b| \Leftrightarrow \begin{cases} a = b \\ a = -b \end{cases}$
- $a^2 + b^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = 0 \end{cases}$
- Nếu $a, b > 0$ thì: $a^2 > b^2 \Leftrightarrow a > b$
- Nếu $a, b < 0$ thì: $a^2 > b^2 \Leftrightarrow a < b$

II- Căn bậc hai số học (CBHSH):

- Căn bậc hai của một số a không âm là số x sao cho $x^2 = a$
Số **dương** a có đúng 2 căn bậc hai: căn bậc hai dương (ký hiệu là \sqrt{a}) và căn bậc hai âm (ký hiệu là $-\sqrt{a}$).
Số 0 có đúng 1 căn bậc hai là 0.

? 1:

➤ Số 4 có 2 căn bậc hai là 2 và -2 vì $2^2 = 4$ và $(-2)^2 = 4$.

$2 = \sqrt{4}$ (căn bậc hai dương) và $-2 = -\sqrt{4}$ (căn bậc hai âm)

➤ Số $\frac{16}{9}$ có 2 căn bậc hai là $\frac{4}{3}$ và $-\frac{4}{3}$ vì $(\frac{4}{3})^2 = \frac{16}{9}$ và $(-\frac{4}{3})^2 = \frac{16}{9}$.

$\frac{4}{3} = \sqrt{\frac{16}{9}}$ (căn bậc hai dương) và $-\frac{4}{3} = -\sqrt{\frac{16}{9}}$ (căn bậc hai âm)

Số -1 không có căn bậc hai vì $-1 < 0$.

1. Định nghĩa:

Với số dương a , số \sqrt{a} được gọi là **căn bậc hai số học** của a .

Số 0 cũng được gọi là **căn bậc hai số học** của 0.

2. **Công thức:** $x = \sqrt{a} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x^2 = a \end{cases}$

? 2:

$$\sqrt{49} = 7 \text{ vì } 7 > 0 \text{ và } 7^2 = 49$$

$$\sqrt{\frac{4}{25}} = -\frac{2}{5} \text{ là sai vì } -\frac{2}{5} < 0$$

Chú ý: Với số $a \geq 0$, ta có: $(\sqrt{a})^2 = (-\sqrt{a})^2 = a$

Ví dụ: $(\sqrt{3})^2 = 3$; $(-\sqrt{5})^2 = 5$

III-So sánh căn bậc hai số học:

Với hai số a, b không âm: $\sqrt{a} < \sqrt{b} \Leftrightarrow a < b$

? 3: $\sqrt{3} < \sqrt{5}$ vì $3 < 5$

$3 > \sqrt{7}$ vì $3 = \sqrt{9}$ mà $\sqrt{9} > \sqrt{7}$



§ 2. CĂN THỨC BẬC HAI VÀ HẰNG ĐẲNG THỨC $\sqrt{A^2} = |A|$

I- Căn thức bậc hai:

- Với A là một biểu thức đại số, người ta gọi \sqrt{A} là căn thức bậc hai và A được gọi là biểu thức lấy căn.
- Điều kiện xác định (ĐKXD)** của \sqrt{A} là $A \geq 0$.
- Chú ý:**

$$\frac{1}{A} \text{ xác định } \Leftrightarrow A \neq 0$$

$$\sqrt{A} \text{ xác định } \Leftrightarrow A \geq 0$$

$$\frac{1}{\sqrt{A}} \text{ xác định } \Leftrightarrow A > 0$$

? 1: Tìm ĐKXD của biểu thức: $\sqrt{2x+1}$

$$\text{ĐKXD: } 2x+1 \geq 0 \Leftrightarrow 2x \geq -1 \Leftrightarrow x \geq -\frac{1}{2}$$

? 2: Tìm ĐKXD của biểu thức $\frac{1}{\sqrt{3x-2}}$

$$\text{ĐKXD: } 3x-2 > 0 \Leftrightarrow 3x > 2 \Leftrightarrow x > \frac{2}{3}$$

II- Hằng đẳng thức:

? 3. Ta thấy $\sqrt{4^2} = \sqrt{16} = 4$ và $\sqrt{(-4)^2} = \sqrt{16} = 4$

Vậy $\sqrt{A^2} = ?$

$$\boxed{\sqrt{A^2} = |A|}$$

★ Chú ý: $|A| = \begin{cases} A & \text{khi } A \geq 0 \\ -A & \text{khi } A < 0 \end{cases}$

-A là số đối của A.

Ví dụ: $\sqrt{4^2} = |4| = 4$; $\sqrt{(-4)^2} = |-4| = 4$

? 4. Vậy $\sqrt{(1-\sqrt{3})^2} = ?$

Giải:

$$\sqrt{(1-\sqrt{3})^2} = |1-\sqrt{3}| \text{ (hằng đẳng thức)}$$

$$= -(1-\sqrt{3}) \text{ (vì } 1-\sqrt{3} < 0)$$

$$= \sqrt{3} - 1$$

Như vậy $\sqrt{(1-\sqrt{3})^2} = \sqrt{3} - 1$

Chú ý: Vì $(1-\sqrt{3})^2 = 1^2 - 2 \cdot 1 \cdot \sqrt{3} + (\sqrt{3})^2 = 1 - 2\sqrt{3} + 3 = 4 - 2\sqrt{3}$ (hằng đẳng thức số 2)

$$\text{nên } \sqrt{4-2\sqrt{3}} = \sqrt{3-2\sqrt{3}+1} = \sqrt{(\sqrt{3})^2 - 2\sqrt{3} \cdot 1 + 1^2} = \sqrt{(\sqrt{3}-1)^2} = |\sqrt{3}-1| = \sqrt{3}-1$$

? 5. Tính $\sqrt{7+4\sqrt{3}}$?

Giải

$$\sqrt{7+4\sqrt{3}} = \sqrt{3+2\sqrt{3} \cdot 2+4} = \sqrt{(\sqrt{3})^2 + 2\sqrt{3} \cdot 2 + 2^2} = \sqrt{(\sqrt{3}+2)^2} = |\sqrt{3}+2| = \sqrt{3}+2$$

Cách tìm ra 2 số $\sqrt{3}$ và 2 từ 2 số 7 và $4\sqrt{3}$:

$$4\sqrt{3} \xrightarrow{:2} 2\sqrt{3} \xrightarrow{(\quad)^2} 12$$

Tìm 2 số có tích là 12 và tổng là 7:

$$12 = 12 \cdot 1 \text{ (loại vì } 12 + 1 = 13 \neq 7)$$

$$12 = 6 \cdot 2 \text{ (loại vì } 6 + 2 = 8 \neq 7)$$

$$12 = 4 \cdot 3 \text{ (nhận vì } 4 + 3 = 7)$$

$$4 \xrightarrow{\sqrt{\quad}} 2$$

$$3 \xrightarrow{\sqrt{\quad}} \sqrt{3}$$

d) $(x-2)^2 = 9$

h) $12 - (x+3)^2 = 9$

e) $10 - (2x-3)^2 = 1$

i) $6 - (x^2 + 4x + 4) = 3$

f) $x^2 + 2x + 1 = 5$

j) $17 - x^2 + 6x = 20$

g) $4x^2 + 4x = 9$

Bài 6. Giải phương trình:

a) $\sqrt{x} = \sqrt{3}$

d) $3\sqrt{2x-3} - \sqrt{2} = 2\sqrt{2x-3}$

b) $\sqrt{x-4} = \sqrt{5}$

e) $2\sqrt{3x-2} = 3\sqrt{3x-2} - \sqrt{4x+5}$

c) $\sqrt{x-3} = \sqrt{4-x}$

$$\sqrt{a} = \sqrt{b} \Leftrightarrow \begin{cases} b \geq 0 \\ a = b \end{cases}$$

Bài 7. Giải phương trình: (Tổng hợp 3 dạng trên)

a) $\sqrt{x^2 - 4} = x + 3$

c) $\sqrt{2x^2 - 6x - 7} = x - 3$

b) $\sqrt{4x^2 - 8x + 1} = 2x - 3$

d) $\sqrt{3x^2 + 4x + 6} = 2x + 1$

Bài 8. Không dùng máy tính, hãy so sánh các số sau:

a) 2 và $\sqrt{3}$

d) $2\sqrt{7}$ và 7

b) $\sqrt{10}$ và 3

e) $2\sqrt{5} - 3$ và $\sqrt{5} - 1$

c) $2 + \sqrt{5}$ và 4

f) $1 + \sqrt{3} + \sqrt{7}$ và $2 + 2\sqrt{5}$

$$\sqrt{a} > \sqrt{b} \Leftrightarrow a > b > 0$$
$$a > b > 0 \Leftrightarrow a^2 > b^2$$

§ 2. CĂN THỨC BẬC HAI – HĐT $\sqrt{A^2} = |A|$ **Bài 9.** Tìm điều kiện để các căn thức sau xác định:

a) $\sqrt{2x-1}$

g) $\frac{\sqrt{3x+4}}{x-3}$

l) $\sqrt{\frac{2x+1}{x-3}}$

b) $\sqrt{3-x}$

h) $\sqrt{\frac{2}{4-x}}$

m) $\sqrt{x^2-9} - \sqrt{9-x^2}$

c) $\sqrt{-4x}$

i) $\sqrt{\frac{3x-5}{-2}}$

n) $\sqrt{16-x^2}$

d) $\sqrt{x-3} + \sqrt{5-x}$

e) $\frac{1}{\sqrt{3x+2}}$

j) $\sqrt{2x^2+1}$

o) $\frac{2x}{\sqrt{x+5}} - \frac{3}{\sqrt{x}}$

f) $\frac{-4}{\sqrt{x-3}-2}$

k) $\sqrt{(x-5)(x+1)}$

p) $\frac{\sqrt{x+3}}{\sqrt{2x-5}-1}$

Bài 10. Rút gọn biểu thức:

$$\text{Công thức } \sqrt{A^2} = |A| = \begin{cases} A, & A \geq 0 \\ -A, & A < 0 \end{cases}$$

a) $\sqrt{(2+\sqrt{3})^2}$

b) $\sqrt{(\sqrt{5}-1)^2}$

c) $\sqrt{(\sqrt{3}-2)^2}$

d) $\sqrt{3-2\sqrt{3}+1}$

g) $\sqrt{14+6\sqrt{5}}$

j) $\sqrt{11-4\sqrt{7}}+\sqrt{29+4\sqrt{7}}$

e) $\sqrt{5+4\sqrt{5}+4}$

h) $\sqrt{7+4\sqrt{3}}$

k) $\sqrt{12-6\sqrt{3}}+\sqrt{28+6\sqrt{3}}$

f) $\sqrt{8-2\sqrt{7}}$

i) $\sqrt{11+6\sqrt{2}}-\sqrt{19-6\sqrt{2}}$

l) $\sqrt{31+12\sqrt{3}}-\sqrt{39-12\sqrt{3}}$

Bài 11. Rút gọn các biểu thức sau:

a) $\sqrt{4a^4}$

f) $\sqrt{x^2-4x+4}$, với $x \geq 2$

b) $\sqrt{9y^6}$, với $y \geq 0$

g) $\sqrt{x-2\sqrt{x}+1}$, với $x \geq 1$

c) $\sqrt{\frac{16}{9}x^2}$, với $x < 0$

h) $\sqrt{x+2\sqrt{x-1}}$, với $x \geq 1$

d) $\sqrt{(2x-3)^2}$, với $x \geq \frac{3}{2}$

i) $\sqrt{x-4\sqrt{x-4}}$, với $x \geq 4$

e) $\sqrt{(3-x)^2}$, với $x \geq 3$

j) $\sqrt{1+\frac{2}{x}+\frac{1}{x^2}}$, với $x > 0$

k) $\sqrt{x-1-4\sqrt{x-5}}+\sqrt{x-1+4\sqrt{x-5}}$, với $x \geq 5$

l) $\sqrt{2x-\sqrt{4x-1}}-\sqrt{2x+\sqrt{4x-1}}$, với $x \geq \frac{1}{4}$

Bài 12. Cho $A = \sqrt{x+2}\sqrt{x-3}$ và $B = \sqrt{(x+2)(x-3)}$

a) Tìm điều kiện có nghĩa của A và B.

b) Tìm x để $A = B$.