

(HS ghi vào vở bài học)

Chủ đề: **TỨ GIÁC NỘI TIẾP (tt)**

- **Vận dụng.**

1/ **Bài toán 1:**

Cho tam giác ABC nhọn ($AB < AC$). Đường tròn tâm O đường kính BC cắt hai cạnh AB, AC theo thứ tự tại F và E. Gọi H là giao điểm của BE và CF; AH cắt BC tại D. Gọi I là trung điểm AH.

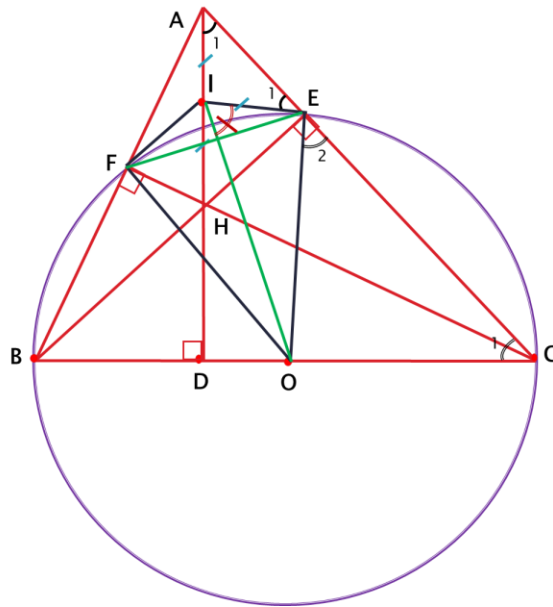
a/ Chứng minh: + AD vuông góc với BC.

+ Tứ giác AEHF nội tiếp (I).

b/ Chứng minh: $IE \perp OE$ và tứ giác OEIF nội tiếp.

c/ Biết $BC = 6\text{cm}$ và $\widehat{BAC} = 60^\circ$. Tính OI.

d*/ Từ I kẻ đường thẳng vuông góc với AO cắt FE tại M. Chứng minh AM song song BC.



a/ **Chứng minh:**

* $AD \perp BC$

Ta có : $\widehat{BEC} = 90^\circ$ (gnt chắn nửa đt)

$\Rightarrow BE \perp AC$

Cmtt ta có $CF \perp AB$

Xét ΔABC có hai đường cao BE, CF cắt nhau tại H

$\Rightarrow H$ là trực tâm của tam giác ABC

$\Rightarrow AH$ là đường cao thứ ba

$\Rightarrow AH \perp BC$ tại D hay $AD \perp BC$

* Tứ giác AEHF nội tiếp (I)

Xét tứ giác $AEHF$ có:

$$\widehat{AEH} = \widehat{AFH} = 90^\circ \text{ (cmt)}$$

$$\Rightarrow \widehat{AEH} + \widehat{AFH} = 180^\circ$$

Mà chúng ở vị trí đối nhau

\Rightarrow Tứ giác $AEHF$ nt đường tròn đk AH (dnhb tgnt)

Mà I là trung điểm của AH (gt)

\Rightarrow Tứ giác $AEHF$ nội tiếp (I)

b/ Chứng minh: $IE \perp OE$ và tứ giác OEIF nội tiếp

- Ta có : EI là đg trung tuyến ứng với c.huyền AEH vuông

$$\Rightarrow IA = IE \text{ (tc tg vuông)}$$

$$\Rightarrow \Delta IAE \text{ cân tại } I \Rightarrow \widehat{E}_1 = \widehat{A}_1 \text{ (1)}$$

Ta có : $OE = OC$ (bán kính của (O))

$$\Rightarrow \Delta OEC \text{ cân tại } O \Rightarrow \widehat{E}_2 = \widehat{C}_1 \text{ (2)}$$

$$\text{Từ (1) và (2)} \Rightarrow \widehat{E}_1 + \widehat{E}_2 = \widehat{A}_1 + \widehat{C}_1$$

$$\text{Lại có : } \widehat{A}_1 + \widehat{C}_1 = 90^\circ \text{ (AD} \perp \text{BC)}$$

$$\Rightarrow \widehat{E}_1 + \widehat{E}_2 = 90^\circ$$

$$\text{Mà } \widehat{E}_1 + \widehat{E}_2 + \widehat{IEO} = \widehat{AEC} = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{IFO} = 90^\circ \text{ hay } IE \perp OE$$

... Tứ giác $OEIF$ nt

c/ Biết $BC = 6\text{cm}$, $\widehat{BAC} = 60^\circ$. Tính OI

Ta có : tg AEHF nt đt đk AH, và I là trung điểm AH

\Rightarrow I là tâm đtròn đk AH $\Rightarrow \widehat{FIE} = 2\widehat{FAE} = 120^\circ$ (cùng chắn cung FE)

Lại có IO là đg trung trực FE (t/c đường nối tâm)

Mà $\triangle IFE$ cân tại I \Rightarrow IO là đg phân giác góc FIE

$\Rightarrow \widehat{EIO} = 60^\circ$

Vì $OE = BC : 2 = 3\text{cm}$ (bk của (O))

Xét $\triangle EIO$ vuông có:

$$\sin \widehat{EIO} = \frac{OE}{OI}$$

$$\Rightarrow OI = \frac{3}{\sin 60^\circ} = 2\sqrt{3} \text{ (cm)}$$

Bài 2:

Từ điểm A bên ngoài (O), vẽ các tiếp tuyến AB, AC (B, C là các tiếp điểm) và cát tuyến ADE. Gọi I là trung điểm DE.

a/ Chứng minh $AB^2 = AD \cdot AE$

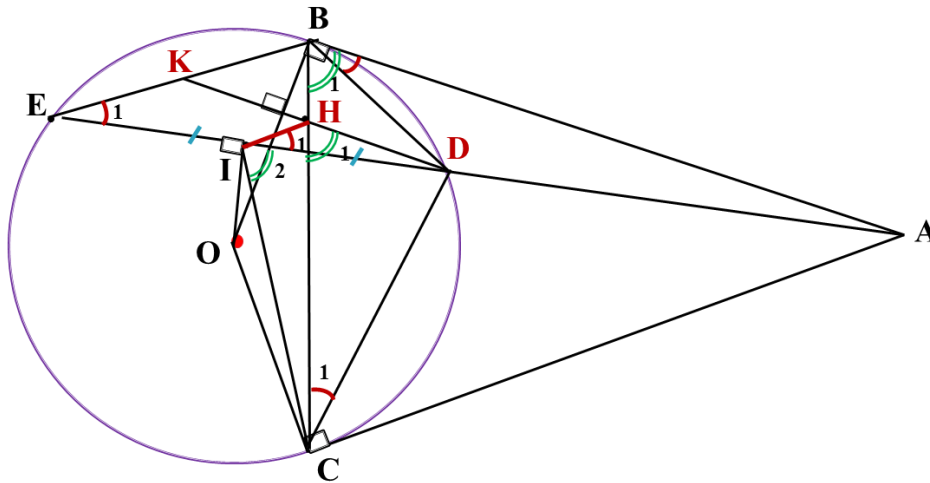
b/ Chứng minh :

+ Tứ giác ABOC nội tiếp.

+ Năm điểm A, B, I, O, C cùng thuộc một đường tròn.

c/ Đường thẳng đi qua D và vuông góc với OB cắt BC, BE theo thứ tự ở H, K.

Chứng minh $DH = HK$



a/Chứng minh $AB^2 = AD.AE$

Xét $\triangle ABD$ và $\triangle AEB$ ta có :

$$\begin{cases} \hat{A}BD = \hat{A}EB & (\text{cùng chắn cung BD}) \\ \hat{B}AD & \text{chung} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \triangle ABD \simeq \triangle AEB \quad (\text{g-g})$$

$$\Rightarrow \frac{AB}{AE} = \frac{AD}{AB} \Rightarrow AB^2 = AD.AE$$

b/Chứng minh :

*Tứ giác ABOC nt

Xét tứ giác ABOC có:

$$\hat{A}BO = \hat{A}CO = 90^\circ \quad (\text{tính chất tt})$$

$$\Rightarrow \hat{A}BO + \hat{A}CO = 180^\circ$$

Mà chúng ở vị trí đối nhau

Tứ giác ABOC nt đường tròn đk OA (...) (1)

* 5 điểm A,B,I,O,C cùng thuộc 1 đt

Ta có : I trung điểm dây DE(gt)

$$\Rightarrow OI \perp DE \quad (\text{T/c đk và dây})$$

$$\Rightarrow \hat{O}IA = 90^\circ \Rightarrow I \text{ thuộc đt đk OA (2)}$$

Từ (1), (2) \Rightarrow 5 điểm A,B,I,O,C cùng thuộc 1 đường tròn.

c/Chứng minh $DH = HK$:

Ta có : $AB \parallel KD$ (cùng vuông góc OB)

$$\Rightarrow \hat{B}_1 = \hat{H}_1 \quad (\text{đv})$$

Lại có $\hat{B}_1 = \hat{I}_2$ (cùng chắn cung AC)

$$\Rightarrow \hat{H}_1 = \hat{I}_2$$

Mà chúng cùng nhìn cạnh CD

\Rightarrow Tứ giác IHDC nội tiếp

$$\Rightarrow \hat{C}_1 = \hat{I}_1 \quad (\text{cùng chắn cung HD})$$

$$\text{Lại có } \hat{C}_1 = \hat{E}_1 (\text{cc cung BD}) \Rightarrow \hat{I}_1 = \hat{E}_1$$

Vì hai góc này ở vị trí đv $\Rightarrow KE \parallel HI$

Mà I là trung điểm ED (gt)

Vậy $DH = HK$ (đl đtb của tg)

*Bài tập (HS làm vào vở bài tập và gửi bài đến GV)

- **BT:** Cho tam giác ABC nhọn ($AB < AC$) nội tiếp ($O:R$). Các đường cao AD, BE và CF của tam giác ABC cắt nhau tại H.

a/ Chứng minh: Tứ giác BFHD, BFEC nội tiếp.

b/ Chứng minh FH là tia phân giác của góc DFE và H là tâm đường tròn nội tiếp tam giác DEF.

c/ Gọi M là trung điểm của BC. Chứng minh: $OM \parallel AD$ và tứ giác DMEF nội tiếp.

d*/ Gọi N là giao điểm của AD và EF.

Chứng minh: $\frac{1}{HN} - \frac{1}{HD} = \frac{2}{AH}$

HẾT