

CHỦ ĐỀ: LŨY THỪA CỦA MỘT SỐ HỮU TỈ

1. Lũy thừa với số mũ tự nhiên

Lũy thừa bậc n của số x ta **kí hiệu**: x^n (là tích của n thừa số x).

Ta có: $x^n = x.x.x.x.x\dots x$ ($x \in \mathbf{Q}$, $n \in \mathbf{N}$, $n > 1$)

+ x^n gọi là một lũy thừa.

+ x^n đọc là x mũ n (với x là cơ số, n là số mũ).

Quy ước: $x^0 = 1$ ($x \neq 0$)

$$x^1 = x$$

Khi $x = \frac{a}{b}$ thì $x^n = \left(\frac{a}{b}\right)^n$ (với $a, b \in \mathbf{Z}$, $b \neq 0$)

Ta có: $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a}{b} \cdot \frac{a}{b} \dots \frac{a}{b} = \frac{a.a.a\dots a}{b.b.b\dots b} = \frac{a^n}{b^n}$

Vậy $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$

Ví dụ: Tính $\left(\frac{2}{3}\right)^2$ và $\left(\frac{-2}{5}\right)^3$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{2^2}{3^2} = \frac{4}{9}$$

$$\left(\frac{-2}{5}\right)^3 = \frac{(-2)^3}{5^3} = \frac{-8}{125}$$

2. Tích và thương của hai lũy thừa cùng cơ số

Với x là số hữu tỉ ta có các công thức:

$$x^m \cdot x^n = x^{m+n}$$

$$x^m : x^n = x^{m-n} \quad (x \neq 0, m \geq n)$$

Ví dụ: Tính $(-3)^3 \cdot (-3)^2$ và $(-5)^4 : (-5)^2$

$$(-3)^3 \cdot (-3)^2 = (-3)^{3+2} = (-3)^5 = -243$$

$$(-5)^4 : (-5)^2 = (-5)^{4-2} = (-5)^2 = 25$$

3. Lũy thừa của lũy thừa

Ta có công thức: $(x^m)^n = x^{m \cdot n}$ (Ta giữ nguyên cơ số và nhân hai số mũ).

Ví dụ: Tính $(2^2)^3$ và $\left[\left(\frac{-1}{2}\right)^2\right]^4$

$$(2^2)^3 = 2^{2 \cdot 3} = 2^6 = 64$$

$$\left[\left(\frac{-1}{2}\right)^2\right]^4 = \left(\frac{-1}{2}\right)^{2 \cdot 4} = \left(\frac{-1}{2}\right)^8 = \frac{1}{256}$$

4. Lũy thừa của một tích

Ví dụ: Tính và so sánh $(2 \cdot 5)^3$ và $2^3 \cdot 5^3$

$$(2 \cdot 5)^3 = 10^3 = 1000$$

$$2^3 \cdot 5^3 = 8 \cdot 125 = 1000$$

$$\Rightarrow (2 \cdot 5)^3 = 2^3 \cdot 5^3$$

Ta có công thức: $(x \cdot y)^n = x^n \cdot y^n$

Ví dụ: Tính $\left(\frac{1}{2} \cdot \frac{-3}{2}\right)^2$

$$\left(\frac{1}{2} \cdot \frac{-3}{2}\right)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{-3}{2}\right)^2 = \frac{1}{4} \cdot \frac{9}{4} = \frac{9}{16}$$

5. Lũy thừa của một thương

Ta có công thức: $\left(\frac{x}{y}\right)^n = \frac{x^n}{y^n}$ ($y \neq 0$)

Ví dụ: Tính $\left(\frac{-2}{7}\right)^3$, $\left(\frac{-3}{2}\right)^4$, $\frac{630^4}{210^4}$

$$\left(\frac{-2}{7}\right)^3 = \frac{(-2)^3}{7^3} = \frac{-8}{343}$$

$$\left(\frac{-3}{2}\right)^4 = \frac{(-3)^4}{2^4} = \frac{81}{16}$$

$$\frac{630^4}{210^4} = \left(\frac{630}{210}\right)^4 = (3)^4 = 81$$