

DẠNG TOÁN VỀ PHÂN SỐ

DẠNG 1: RÚT GỌN PHÂN SỐ

Bài 1. Rút gọn phân số:

a) $\frac{-351}{702}$

b) $\frac{-3112}{-9336}$

c) $\frac{583}{-352}$

d) $\frac{1111}{5555}$

e) $\frac{115 \cdot (-30) \cdot 49}{(-60) \cdot 98 \cdot 230}$

f) $\frac{153 \cdot 24 - 153 \cdot 11}{7 - 160}$

g) $\frac{2 \cdot 3 \cdot 5 + 4 \cdot 9 \cdot 25 + 6 \cdot 9 \cdot 35 + 10 \cdot 21 \cdot 40}{2 \cdot 3 \cdot 7 + 4 \cdot 9 \cdot 35 + 6 \cdot 9 \cdot 49 + 10 \cdot 21 \cdot 56}$

h) $\frac{2^{50} \cdot 3^{14} \cdot 7^{28}}{3^{13} \cdot 2^{51} \cdot 7^{30}}$

Bài 2.

Cho $M = \frac{1 + 2 + 3 + \dots + 8 + 9}{11 + 12 + 13 + \dots + 18 + 19}$

a) Rút gọn M

b) Hãy xóa một số hạng ở tử và một số hạng ở mẫu của M để được một phân số có giá trị bằng M.

Bài 3. Chứng minh các phân số sau tối giản:

a) $\frac{16n + 5}{6n + 2}$

b) $\frac{14n + 3}{21n + 4}$

Bài 4.

Tìm $n \in \mathbb{Z}$ và $n > -2$ để phân số $\frac{n + 7}{n + 2}$ tối giản.

Bài 5.

Tìm phân số $\frac{a}{b} = \frac{42}{66}$ biết rằng ƯCLN(a; b) = 36

Bài 6.

Tìm phân số tối giản $\frac{a}{b}$ biết rằng lấy tử cộng với 6, lấy mẫu cộng với 14 thì được một phân số bằng $\frac{3}{7}$.

Bài 7.

Cho các phân số sau: $\frac{6}{n + 8}; \frac{7}{n + 9}; \dots; \frac{34}{n + 36}; \frac{35}{n + 37}$

Tìm số tự nhiên n nhỏ nhất để các phân số trên tối giản.

HƯỚNG DẪN

Bài 1.

Hướng làm (tìm ƯCLN hoặc phân tích tử và mẫu thành tích thừa số):

Bước 1: Áp dụng cách phân tích một số ra thành các thừa số nguyên tố (áp dụng tính chất chia hết cho 2, 3, 4, 5, 7, 9, 11, 13...), Vậy nên bài dấu hiệu nhận biết chia hết cho các số rất quan trọng nhé.

Bước 2: Rút gọn cả tử và mẫu các thừa số nguyên tố giống nhau.

$$\text{Ví dụ: } \frac{24}{36} = \frac{2^3 \cdot 3}{2^2 \cdot 3^2} = \frac{2}{3} \text{ (Rút gọn cả tử và mẫu đi } 2^2 \cdot 3)$$

Mở rộng: Mục đích cuối cùng là làm thế nào để xác định được phần chung và riêng của tử số và mẫu số, nên không nhất thiết phải phân tích ra thừa số nguyên tố nếu các em đã làm quen dạng bài này rồi nhé.

$$\text{Ví dụ: } \frac{2000}{3000} = \frac{2 \cdot 1000}{3 \cdot 1000} = \frac{2}{3}$$

Thực chất của việc phân tích cả tử và mẫu là đi tìm ƯCLN của tử và mẫu.

$$a) \frac{-351}{702} = \frac{-3^3 \cdot 13}{2 \cdot 3^3 \cdot 13} = -\frac{1}{2} \text{ (làm lần lượt các bước một)}$$

$$b) \frac{-3112}{-9336} = \frac{-3112}{-3112 \cdot 3} = \frac{1}{3} \text{ (như nhận xét mở rộng)}$$

$$c) \frac{583}{-352} = \frac{11 \cdot 53}{-11 \cdot 32} = -\frac{53}{32} \text{ (áp dụng các bước và nhận xét mở rộng)}$$

$$d) \frac{1111}{5555} = \frac{1111}{5 \cdot 1111} = \frac{1}{5}$$

$$e) \frac{115 \cdot (-30) \cdot 49}{(-60) \cdot 98 \cdot 230} = \frac{-30 \cdot 23 \cdot 5 \cdot 49}{-30 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 49 \cdot 23 \cdot 5 \cdot 2} = \frac{1}{8}$$

$$f) \frac{153 \cdot 24 - 153 \cdot 11}{7 - 160} = \frac{153 \cdot (24 - 11)}{-153} = \frac{13}{-1} = -13$$

$$g) \frac{2 \cdot 3 \cdot 5 + 4 \cdot 9 \cdot 25 + 6 \cdot 9 \cdot 35 + 10 \cdot 21 \cdot 40}{2 \cdot 3 \cdot 7 + 4 \cdot 9 \cdot 35 + 6 \cdot 9 \cdot 49 + 10 \cdot 21 \cdot 56} = \frac{2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot (1 + 2 \cdot 5 + 3 \cdot 7 + 5 \cdot 8)}{2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot (1 + 2 \cdot 5 + 3 \cdot 7 + 5 \cdot 8)} = \frac{5}{7}$$

$$h) \frac{2^{50} \cdot 3^{14} \cdot 7^{28}}{3^{13} \cdot 2^{51} \cdot 7^{30}} = \frac{2^{50} \cdot 3 \cdot 3^{13} \cdot 7^{28}}{2 \cdot 2^{50} \cdot 3^{13} \cdot 7^{28} \cdot 7^2} = \frac{3}{2 \cdot 7^2}$$

Bài 2.

$$\text{Cho } M = \frac{1 + 2 + 3 + \dots + 8 + 9}{11 + 12 + 13 + \dots + 18 + 19}$$

a) Rút gọn M:

$$M = \frac{(1 + 9) \cdot 10 : 2}{(11 + 19) \cdot 10 : 2} = \frac{10}{30} = \frac{1}{3} \text{ (công thức tính tổng dãy số liên tiếp)}$$

b) Vì $M = \frac{1}{3}$ nên để xóa ở tử và mẫu số đi một số thì tỉ số của hai số cần xóa

phải là $\frac{1}{3}$ thì khi đó giá trị của M sẽ không đổi. Vậy chúng ta có các phân

$$\text{số là: } \frac{4}{12} = \frac{5}{15} = \frac{6}{18} = \frac{1}{3}$$

Kết luận: có 3 cách xóa lần lượt là tử = 3 và mẫu = 12; tử = 5 và mẫu = 15
Tử = 6 và mẫu = 18 thì M có giá trị không đổi.

Bài 3. (Dạng bài hay bắt gặp, các em làm đúng các bước như bài hướng dẫn):

a) Để $\frac{16n+5}{6n+2}$ là phân số tối giản thì $16n+5$ và $6n+2$ phải không cùng chia

hết cho 1 số ($\neq 1$) hay $ƯCLN(16n+5; 6n+2) = 1$

Gọi $d = ƯCLN(16n+5; 6n+2)$; $d \in \mathbb{N}^*$

$\rightarrow 16n+5 : d \rightarrow 3.(16n+5) : d \leftrightarrow 48n+15 : d$ (1)

$6n+2 : d \rightarrow 8.(6n+2) : d \leftrightarrow 48n+16 : d$ (2)

\rightarrow vì (1) và (2) cùng chia hết cho d mà (2) $>$ (1) nên:

(2) $-$ (1) : $d \leftrightarrow 48n+16 - (48n+15) : d \leftrightarrow 1 : d \rightarrow d = 1$

Vậy $ƯCLN(16n+5; 6n+2) = 1$ hay $\frac{16n+5}{6n+2}$ là phân số tối giản.

b) Làm tương tự như ý a nhé

Để $\frac{14n+3}{21n+4}$ là phân số tối giản thì $ƯCLN(14n+3; 21n+4) = 1$

Gọi $d = ƯCLN(14n+3; 21n+4)$ thì $(14n+3 : d)$ và $(21n+4 : d)$

$14n+3 : d \leftrightarrow 3.(14n+3) : d \leftrightarrow 42n+9 : d$ (1)

$21n+4 : d \leftrightarrow 2(21n+4) : d \leftrightarrow 42n+8 : d$ (2)

Vì (1) và (2) cùng chia hết cho d nên (1) $-$ (2) : d

$\leftrightarrow 42n+9 - (42n+8) : d$

$\leftrightarrow 1 : d \rightarrow d = 1$

Vì $ƯCLN(14n+3; 21n+4) = 1$ nên $\frac{14n+3}{21n+4}$ là phân số tối giản.

Bài 4. Vì $n > -2$ nên phân số đã cho luôn có nghĩa.

Để $\frac{n+7}{n+2}$ tối giản thì $ƯCLN(n+7; n+2) = 1$

mà $n+7 - (n+2) = 5$ nên $ƯCLN(n+2; 5) = 1$

do đó $n+2$ phải không chia hết cho 5

$\rightarrow n+2 \neq 5k$

$\rightarrow n \neq 5k - 2$ ($k \in \mathbb{Z}$)

Bài 5.

Để làm bài này các em thực hiện các bước sau:

Bước 1. Tìm phân số tối giản từ phân số ban đầu

Bước 2. Vì $ƯCLN = 36$ nên nhân cả tử và mẫu với 36 chúng ta được phân số cần tìm.

Áp dụng:

$$\frac{a}{b} = \frac{42}{66} = \frac{7.6}{11.6} = \frac{7}{11} = \frac{7.36}{11.36} = \frac{252}{396}$$

Vậy phân số cần tìm thỏa mãn đề ra là: $\frac{252}{396}$

Bài 6.

HƯỚNG DẪN

$$\begin{aligned} \text{Theo bài ra: } \frac{a+6}{b+14} &= \frac{3}{7} \\ \Leftrightarrow 7.(a+6) &= 3.(b+14) \\ \Leftrightarrow 7a+42 &= 3b+42 \\ \Leftrightarrow 7a &= 3b \\ \Leftrightarrow \frac{a}{b} &= \frac{3}{7} \end{aligned}$$

Vậy phân số tối giản cần tìm là $\frac{3}{7}$

Bài 7.

Nhận thấy các phân số $\frac{6}{n+8}; \frac{7}{n+9}; \dots; \frac{34}{n+36}; \frac{35}{n+37}$ đều có dạng: $\frac{a}{a+(n+2)}$

để phân số tối giản thì a và $n+2$ phải nguyên tố cùng nhau.

Lại có: $a+n+2-a=n+2$ và $a=6; 7; 8; \dots; 35$

Do đó $n+2$ vậy nguyên tố cùng nhau với các số $6; 7; 8; \dots; 35$

$\rightarrow n+2$ là số nguyên tố nhỏ nhất và lớn hơn 35

$\rightarrow n+2=37$

$\rightarrow n=35$.

Kết luận: Vậy số tự nhiên n nhỏ nhất cần tìm là 35.