

## CHỦ ĐỀ 3

# PHÂN TÍCH ĐA THỨC THÀNH NHÂN TỬ

## CÁC PHƯƠNG PHÁP KHÁC

### I/ PHƯƠNG PHÁP TÁCH HẠNG TỬ (Thường dùng cho đa thức bậc 2)

#### Phương pháp giải

Nếu đa thức đã cho là đa thức bậc hai có 3 hạng tử:  $ax^2 + bx + c = 0$  nhưng không có dạng hằng đẳng thức  $(a \pm b)^2$  thì ta phải tiến hành tách hạng tử như sau:

$$\begin{aligned} (x+a)(x+b) &= x^2 + cx + d \\ &= x^2 + (a+b)x + ab \\ a+b &= c \quad ab = d \end{aligned}$$

Đặt  $a + b = c$  và  $a.b = d$  rồi nhẩm các giá trị  $a, b$  thỏa mãn.

(Giáo viên có thể hướng dẫn học sinh bằng cách bấm máy tìm ra  $a$  và  $b$ )

**Ví dụ 1:** Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a)  $x^2 - 6x + 5$

b)  $x^2 - x - 12$

c)  $x^2 + 8x + 15$

d)  $x^2 + 7x + 12$

e)  $x^2 - 13x + 36$

f)  $x^2 - 5x - 24$

g)  $3x^2 + 13x - 10$

h)  $2x^2 - 7x + 3$

i)  $3x^2 - 16x + 5$

j)  $2x^2 - 5x - 12$

k)  $x^4 - 7x^2 + 6$

l)  $x^4 + 2x^2 - 3$

m)  $4x^2 - 12x^2 - 16$

n)  $x^4 + x^2 + 1$

Giải

a)  $x^2 - 6x + 5 = x^2 - x - 5x + 5 = x(x - 1) - 5(x - 1) = (x - 5)(x - 1)$

b)  $x^2 - x - 12 = x^2 + 3x - 4x - 12 = x(x + 3) - 4(x + 3) = (x - 4)(x + 3)$

c)  $x^2 + 8x + 15 = x^2 + 3x + 5x + 15 = x(x + 3) + 5(x + 3) = (x + 5)(x + 3)$

d)  $x^2 + 7x + 12 = x^2 + 3x + 4x + 12 = x(x + 3) + 4(x + 3) = (x + 4)(x + 3)$

e)  $x^2 - 13x + 36 = x^2 - 4x - 9x + 36 = x(x - 4) - 9(x - 4) = (x - 4)(x - 9)$

f)  $x^2 - 5x - 24 = x^2 + 3x - 8x - 24 = x(x + 3) - 8(x + 3) = (x - 8)(x + 3)$

g)  $3x^2 + 13x - 10 = 3x^2 - 2x + 15x - 10 = x(3x - 2) + 5(3x - 2) = (x + 5)(3x - 2)$

h)  $2x^2 - 7x + 3 = 2x^2 - 6x - x + 3 = 2x(x - 3) - (x - 3) = (2x - 1)(x - 3)$

i)  $3x^2 - 16x + 5 = 3x^2 - x - 15x + 5 = x(3x - 1) - 5(3x - 1) = (x - 5)(3x - 1)$

$$j) 2x^2 - 5x - 12 = 2x^2 - 8x + 3x - 12 = 2x(x - 4) + 3(x - 4) = (2x + 3)(x - 4)$$

$$k) x^4 - 7x^2 + 6 = x^4 - x^2 - 6x^2 + 6 = x^2(x^2 - 1) - 6(x^2 - 1) = (x^2 - 1)(x^2 - 6) \\ = (x - 1)(x + 1)(x - \sqrt{6})(x + \sqrt{6})$$

$$l) x^4 + 2x^2 - 3 = x^4 - x^2 + 3x^2 - 3 = x^2(x^2 - 1) + 3(x^2 - 1) = (x^2 - 1)(x^2 + 3) \\ = (x - 1)(x + 1)(x^2 + 3)$$

$$m) 4x^2 - 12x^2 - 16 = 4(x^2 - 3x - 4) = 4(x^2 + x - 4x - 4) = 4[x(x + 1) - 4(x + 1)] \\ = 4(x - 4)(x + 1)$$

$$n) x^4 + x^2 + 1 = (x^2 + 1)^2 - x^2 = (x^2 - x + 1)(x^2 + x + 1)$$

$$q) x^3 - 2x^2 + 5x - 4 = x^3 - x^2 - x^2 + x + 4x - 4 = x^2(x - 1) - x(x - 1) + 4(x - 1) \\ = (x - 1)(x^2 - x + 4)$$

## II/ PHƯƠNG PHÁP ĐẶT ẨN PHỤ

### Phương pháp giải

Khi gặp đa thức nhiều ẩn hoặc một ẩn nhưng phức tạp ta dùng cách đặt ẩn phụ rồi phối hợp các phương pháp đặt nhân tử chung, hằng đẳng thức, tách và thêm bớt số hạng để phân tích ra thừa số.

**Ví dụ 2.** Phân tích đa thức thành nhân tử:

$$a) (x^2 + x)^2 + 3(x^2 + x) + 2$$

$$b) x(x+1)(x+2)(x+3)+1;$$

$$c) (x^2 + x + 1)(x^2 + 3x + 1) + x^2.$$

### Giải

a) Đặt  $y = x^2 + x$  ta có:

$$(x^2 + x)^2 + 3(x^2 + x) + 2 = y^2 + 3y + 2 = (y^2 + y) + (2y + 2) \\ = y(y + 1) + 2(y + 1) = (y + 1)(y + 2).$$

Thay  $y = x^2 + x$  vào ta được  $(y + 1)(y + 2) = (x^2 + x + 1)(x^2 + x + 2)$ .

b) Ta có:  $x(x+1)(x+2)(x+3) = [x(x+3)][(x+1)(x+2)] + 1 = (x^2 + 3x)(x^2 + 3x + 2) + 1$

Đặt  $x^2 + 3x = y$ , ta có:

$$(x^2 + 3x)(x^2 + 3x + 2) + 1 = y(y + 2) + 1 = y^2 + 2y + 1 = (y + 1)^2 = (x^2 + 3x + 1)^2$$

c) Đặt  $y = x^2 + x + 1$  ta có:

$$\begin{aligned} (x^2 + x + 1)(x^2 + 3x + 1) + x^2 &= y(y + 2x) + x^2 = y^2 + 2yx + x^2 \\ &= (y + x)^2 = (x^2 + 2x + 1)^2 = (x + 1)^4. \end{aligned}$$

### III/ PHƯƠNG PHÁP HỆ SỐ BẤT ĐỊNH

#### Phương pháp giải

\* Giả sử đa thức đã cho được phân tích thành tích của hai đa thức khác. Ta cần xác định hệ số của hai đa thức phân tử.

\* Thực hiện phép nhân hai đa thức rồi cho đồng nhất các hệ số tương ứng.

**Ví dụ 3.** Phân tích đa thức thành nhân tử:

a)  $x^4 + 6x^3 + 11x^2 + 6x + 1$ ;

b)  $3x^2 - 22xy - 4x + 8y + 7y^2 + 1$ .

#### Giải

a) Giả sử đa thức được phân tích thành hai đa thức bậc hai dạng:  $(x^2 + ax + 1)(x^2 + bx + 1)$

Thực hiện phép nhân đa thức ta được:

$$(x^2 + ax + 1)(x^2 + bx + 1) = x^4 + (a + b)x^3 + (2 + ab)x^2 + (a + b)x + 1.$$

Đồng nhất với đa thức đã cho được:  $a + b = 6, ab = 9$ . Ta tìm được  $a = b = 3$ .

Vậy  $x^4 + 6x^3 + 11x^2 + 6x + 1 = (x^2 + 3x + 1)^2$ .

#### Cách khác:

$$\begin{aligned} x^2 + 6x^3 + 11x^2 + 6x + 1 &= x^4 + 2x(3x + 1) + (9x^2 + 6x + 1) \\ &= x^4 + 2x^2(3x + 1) + (3x + 1)^2 \\ &= (x^2 + 3x + 1)^2. \end{aligned}$$

b) Ta tìm  $a, b, c, d$  sao cho

$$\begin{aligned} 3x^2 - 22xy - 4x + 8y + 7y^2 + 1 &= (3x + ay + b)(x + cy + d) \\ &= 3x^2 + (3c + a)xy + (3d + b)x + (ad + bc)y + acy^2 + bd. \end{aligned}$$

Đồng nhất các hệ số tương ứng của hai vế ta được:

$$3c + a = -22; 3d + b = -4; ad + bc = 8; ac = 7; bd = 1.$$

Từ  $bd = 1$ , chọn  $b = d = -1$  (vì  $3d + b = -4$ ).

Ta có  $a + c = -8$ , kết hợp với  $3c + a = -22$  ta được  $a = -1, c = -7$ .

$$\text{Vậy } 3x^2 - 22xy - 4x + 8y + 7y^2 + 1 = (3x - y - 1)(x - 7y - 1).$$