

● **Phương trình bậc hai** : $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$)

Công thức nghiệm của phương trình bậc hai $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$)

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

• $\Delta > 0$: phương trình có 2 nghiệm phân biệt

$$\begin{cases} x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \\ x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \end{cases}$$

• $\Delta = 0$: phương trình có nghiệm kép $x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a}$

• $\Delta < 0$: phương trình vô nghiệm

Chú ý: Để giải phương trình bậc hai $ax^2 + bx + c = 0$ (1) ($a \neq 0$):

- Bước 1 : Xác định các hệ số a, b, c
- Bước 2 : Tính biệt thức $\Delta = b^2 - 4ac$
- Bước 3 : Tính nghiệm

- Nếu $\Delta > 0$, pt (1) có 2 nghiệm phân biệt : $x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$; $x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$
- Nếu $\Delta = 0$, pt (1) có nghiệm kép : $x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$
- Nếu $\Delta < 0$, pt (1) vô nghiệm

Bài tập áp dụng:

1) Giải phương trình $x^2 - 3x - 10 = 0 \Leftrightarrow 1.x^2 - 3x - 10 = 0$

Giải : Phương trình $x^2 - 3x - 10 = 0$

• ($a = 1; \quad b = -3; \quad c = -10$)

• $\Delta = b^2 - 4ac = (-3)^2 - 4.1.(-10) = 9 + 40 = 49 > 0$

• Phương trình trên luôn có 2 nghiệm phân biệt

$$\begin{cases} x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-3) + \sqrt{49}}{2.1} = \frac{3 + 7}{2} = 5 \\ x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-3) - \sqrt{49}}{2.1} = \frac{3 - 7}{2} = -2 \end{cases}$$

2) Giải phương trình $4x^2 - 4x + 1 = 0 \Leftrightarrow 4x^2 - 4x + 1 = 0$ Giải : Phương trình $4x^2 - 4x + 1 = 0$

- $(a = 4; \quad b = -4; \quad c = 1)$
- $\Delta = b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4.4.1 = 0$

- Phương trình trên có nghiệm kép $x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-4)}{2.4} = \frac{1}{2}$

3) Giải phương trình $5x^2 - x + 2 = 0 \Leftrightarrow 5x^2 - 1x + 2 = 0$ Giải : Phương trình $5x^2 - x + 2 = 0$ (1)

- $(a = 5; \quad b = -1; \quad c = 2)$
- $\Delta = b^2 - 4ac = (-1)^2 - 4.5.2 = 1 - 40 = -39$

- Phương trình (1) vô nghiệm.

4) Giải phương trình $-3x^2 + x + 5 = 0 \Leftrightarrow -3x^2 + 1x + 5 = 0$ Giải : Phương trình $-3x^2 + x + 5 = 0$ Nếu hệ số $a < 0$ thì hs nên đổi dấu các số hạng (+ thành -; - thành +)như sau : $3x^2 - x - 5 = 0$ (1)

- $(a = 3; \quad b = -1; \quad c = -5)$
- $\Delta = b^2 - 4ac = (-1)^2 - 4.3.(-5) = 61 > 0$
- Phương trình trên luôn có 2 nghiệm phân biệt

$$\begin{cases} x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-1) + \sqrt{61}}{2.3} = \frac{1 + \sqrt{61}}{6} \\ x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-1) - \sqrt{61}}{2.3} = \frac{1 - \sqrt{61}}{6} \end{cases}$$

Bài tập nhà 1: Dùng công thức nghiệm (Δ) giải các phương trình bậc 2 sau

1) $x^2 - 7x + 12 = 0$

2) $5x^2 - 7x - 6 = 0$

3) $x^2 - 5x + 6 = 0$

4) $2x^2 - 3x - 5 = 0$

5) $2x^2 - 3x - 5 = 0$

6) $5x^2 - 6x + 27 = 0$

7) $4x^2 + 4x - 1 = 0$

8) $4x^2 + x + \frac{1}{16} = 0$

9) $-x^2 + 6x - 8 = 0$

10) $2x^2 - 5x + 2 = 0$

11) $x^2 + 5x + \frac{25}{4} = 0$

12) $7x^2 - 12x + 5 = 0$

13) $\frac{1}{2}x^2 + 2x + 3 = 0$

14) $2x^2 + x - 10 = 0$

15) $8x^2 - 2x + \frac{1}{8} = 0$

16) $3x^2 - 8x + 4 = 0$

17) $\frac{4}{5}x^2 + 4x + 5 = 0$

18) $x^2 + \sqrt{5}x - 11 = 0$

19) $4x^2 + 21x - 18 = 0$

20) $x^2 - 2x\sqrt{3} - 6 = 0$

5) Giải phương trình bằng cách biến đổi các phương trình sau về dạng pt bậc 2 : $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) rồi dùng công thức nghiệm giải

• Phương trình $(x - 3)^2 + (x + 4)^2 = 23 - 3x$

$\Leftrightarrow x^2 - 6x + 9 + x^2 + 8x + 16 = 23 - 3x$ (dùng HĐT khai triển về trái)

$\Leftrightarrow x^2 - 6x + 9 + x^2 + 8x + 16 - 23 + 3x = 0$ (chuyển hết hạng tử qua về trái)

$\Leftrightarrow 2x^2 + 5x + 2 = 0$

• $(a = 2; \quad b = 5; \quad c = 2)$

• $\Delta = (5)^2 - 4.2.2 = 9 > 0$

• Phương trình trên luôn có 2 nghiệm phân biệt

$$\begin{cases} x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-5 + \sqrt{9}}{2.2} = \frac{-5 + 3}{4} = \frac{-1}{2} \\ x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-5 - \sqrt{9}}{2.2} = \frac{-5 - 3}{4} = -2 \end{cases}$$

Bài tập nhà 2: Biến đổi các phương trình sau về dạng pt bậc 2 :

$ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) rồi dùng công thức nghiệm giải

1) $x(x-2) = 35$

2) $3x^2 + 7x - 5 = 11x + 2$

3) $(x-2)^2 = x + 4$

4) $(2x-1)(x-2) = 5$

5) $(3x-2)(2x-3) = 4$

6) $(x-3)^2 = 2(x+9)$

7) $(x-1)(2x+3) = x^2 + x$

8) $(2x-1)^2 - (x+1)(x+3) = 0$

9) $2x^2 + 3x - (x-1)(x-2) = 0$

10) $(x-3)(x-1) = 3(x+1)^2$

11) $(2x+3)^2 = (x+9)(1-x)$

12) $(x-3)(x+3) + x(x+5) + 6 = 0$

13) $\frac{x+3}{4} - 3 = \frac{(x+5)(x-2)}{3}$

14) $\frac{x(x-7)}{3} - 1 = \frac{x}{2} - \frac{x-4}{3}$

15) $\frac{(x+3)(x-3)}{3} + 2 = x(1-x)$

16) $x^3 + 2x^2 - (x-3)^2 = (x-1)(x^2 - 2)$

6) Chứng minh phương trình bậc 2 $x^2 - (m-3)x - 2m + 1 = 0$ (1) luôn có nghiệm với mọi tham số m :

Phương trình bậc hai : $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) (1)

- Phương trình (1) luôn có 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta > 0$
- Phương trình (1) luôn có 2 nghiệm $\Leftrightarrow \Delta \geq 0$

Bài giải :

Phương trình $x^2 - (m-3)x - 2m + 1 = 0$ (1)

$(a = 1; \quad b = -(m-3); \quad c = -2m + 1)$

$$\begin{aligned} \Delta &= (m-3)^2 - 4(-2m+1) \\ &= m^2 - 6m + 9 + 8m - 4 \\ &= m^2 + 2m + 5 \\ &= \underbrace{m^2 + 2m + 1}_{(m+1)^2} + 4 \\ &= (m+1)^2 + 4 \geq 4 > 0 \text{ với mọi } m \end{aligned}$$

Phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt $x_1; x_2$ với mọi m

Bài tập nhà 3: Chứng minh các phương trình sau luôn luôn có hai nghiệm $x_1 ; x_2$ với mọi m
(x là ẩn; m là tham số)

1) $x^2 - 4x - m^2 = 0$

2) $x^2 - 3x + 1 - m^2 = 0$

3) $2x^2 + 2(m-1)x + m - 2 = 0$

4) $2x^2 - 3(m-1)x + m^2 - 2m + 1 = 0$

5) $x^2 - 2(m+3)x - m^2 - 4 = 0$

6) $x^2 - 2(m-2)x + m^2 - 4m + 4 = 0$

7) $-x^2 - 2(m+3)x - m^2 - 6m + 7 = 0$

8) $x^2 + (m-1)x - m = 0$