

# NỘI DUNG

## 1. Khối nón

Cách tạo thành khối nón: xoay một tam giác vuông SOA (vuông tại O) một vòng quanh cạnh góc vuông SO của nó.

SO: đường cao, độ dài h của SO gọi là chiều cao.

OA = r: bán kính đáy.

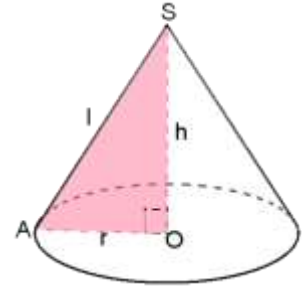
SA = l: đường sinh.

**Thể tích V** của khối nón:  $V = \frac{1}{3} \cdot B \cdot h = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h$

với B là diện tích hình tròn đáy.

**Diện tích xung quanh** của hình nón:  $S_{xq} = \pi \cdot r \cdot l$

**Diện tích toàn phần** của một hình nón bằng tổng của diện tích xung quanh và diện tích đáy:  $S_{tp} = S_{xq} + B = \pi \cdot r \cdot l + \pi \cdot r^2$



Hình 4

**Bài 1:** Một hình nón có bán kính đường tròn đáy là 3 (cm), chiều cao là 4 (cm).

- Tính độ dài đường sinh.
- Tính diện tích xung quanh và thể tích hình nón.

### Hướng dẫn giải

- Gọi SO là chiều cao, SA là đường sinh của hình nón.

Trong  $\triangle SOA$  vuông tại O, ta có:

$$SA^2 = SO^2 + OA^2 = 4^2 + 3^2 = 25$$

$$\Rightarrow SA = 5(\text{cm})$$

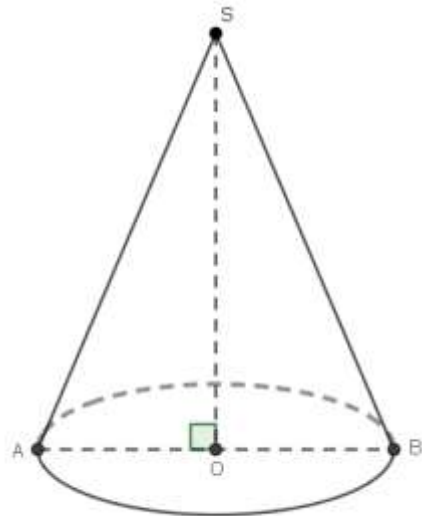
Vậy đường sinh của hình nón là 5 (cm).

- Diện tích xung quanh của hình nón là:

$$S_{xq} = \pi \cdot r \cdot l = \pi \cdot OA \cdot SA = \pi \cdot 3 \cdot 5 = 15\pi(\text{cm}^2)$$

Thể tích của hình nón là:

$$V = \frac{1}{3} \pi \cdot r^2 \cdot h = \frac{1}{3} \pi \cdot 3^2 \cdot 4 = 12\pi(\text{cm}^3)$$



**Bài 2:** Một hình nón có đường sinh bằng 3cm, đáy là hình tròn ngoại tiếp tam giác đều cạnh 3cm. Tính diện tích xung quanh và thể tích của hình nón.

**Hướng dẫn giải**

Kí hiệu như hình vẽ bên

$$DM = BD \cdot \sin 60^\circ = \frac{3\sqrt{3}}{2} \text{ (cm)}$$

$$DH = \frac{2}{3} DM = \sqrt{3} \text{ (cm)}$$

$$AH^2 = AD^2 - DH^2 = 3^2 - 3 = 6$$

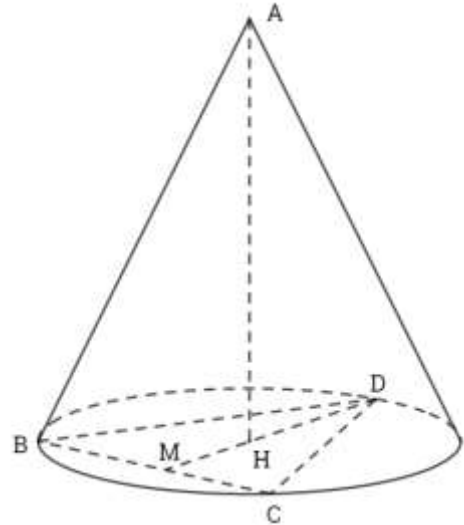
$$\Rightarrow AH = \sqrt{6} \text{ (cm)}$$

Diện tích xung quanh:

$$S_{xq} = \pi \cdot HD \cdot AD = \pi \sqrt{3} \cdot 3 = 3\sqrt{3}\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$

Thể tích hình nón:

$$V = \frac{1}{3} \pi \cdot HD^2 \cdot AH = \frac{1}{3} \pi \cdot 3 \cdot \sqrt{6} = \pi\sqrt{6} \text{ (cm}^3\text{)}$$



**Bài 3:** Một hình nón có thiết diện đi qua trục là một tam giác đều, diện tích xung quanh bằng 6 cm<sup>2</sup>.

- a) Tính diện tích đáy
- b) Tính chiều cao của hình nón

**Hướng dẫn giải:**

a) Ta có:

$$S_{\text{đáy}} = \pi \cdot r^2 \tag{1}$$

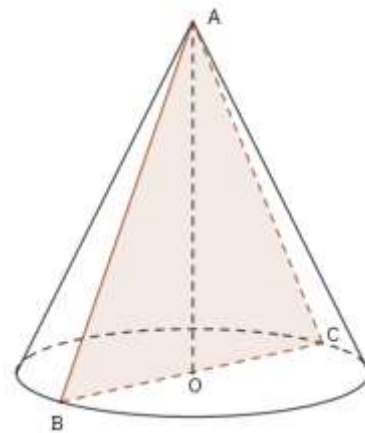
$$S_{xq} = \pi \cdot r \cdot l \text{ mà } l = 2r \text{ nên } S_{xq} = 2\pi \cdot r^2$$

$$\text{Do } S_{xq} = 6 \text{ nên } 2\pi \cdot r^2 = 6 \tag{2}$$

Từ (1) và (2) suy ra  $S_{\text{đáy}} = 3 \text{ (cm}^2\text{)}$

b) Từ (2) suy ra  $r = \sqrt{\frac{3}{\pi}}$

$$h = r \cdot \tan 60^\circ = r\sqrt{3} = \frac{3}{\sqrt{\pi}} = \frac{3\sqrt{\pi}}{\pi} \text{ (cm)}$$



**Bài 4:** Khi cuộn một tấm bìa hình quạt có bán kính 8cm, số đo cung là  $90^\circ$  cho hai mép sát nhau, ta được một hình nón. Tính thể tích của hình nón.

**Hướng dẫn giải:**

Độ dài cung BC của hình quạt bằng:

$$2\pi \cdot 8 \cdot \frac{1}{4} = 4\pi$$

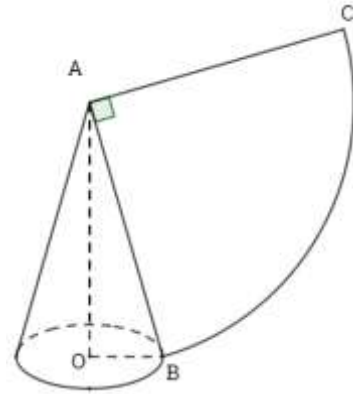
Chu vi đáy của hình nón bằng  $4\pi$  nên

$$OB = \frac{4\pi}{2\pi} = 2(\text{cm})$$

$$OA = \sqrt{AB^2 - OB^2} = \sqrt{8^2 - 2^2} = 2\sqrt{15}(\text{cm})$$

Thể tích của hình nón bằng

$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 \cdot h = \frac{1}{3} \pi \cdot 2^2 \cdot 2\sqrt{15} = \frac{8\pi\sqrt{15}}{3} (\text{cm}^3)$$

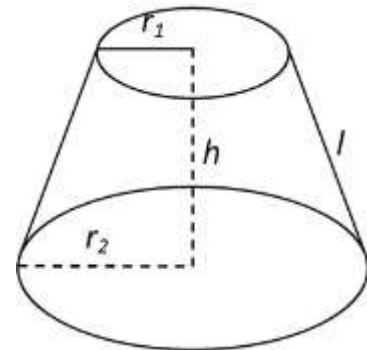


**2. Hình nón cụt**

**Cách tạo**

Hình nón cụt có 2 đáy là hai hình tròn không bằng nhau nằm trên hai mặt phẳng song song có đường nối tâm là trục đối xứng.

Cho hình nón cụt có  $r_1, r_2$  lần lượt là bán kính hai đáy,  $h$  là chiều cao,  $l$  là đường sinh.



**Thể tích hình nón cụt là:**  $V = \frac{1}{3} \pi h (r_1^2 + r_2^2 + r_1 r_2)$

**Diện tích xung quanh hình nón cụt là:**  $S_{xq} = \pi (r_1 + r_2) l$

**Diện tích toàn phần** của một hình nón cụt bằng tổng của diện tích xung quanh và diện tích 2 đáy:  $S_{tp} = \pi (r_1 + r_2) l + \pi r_1^2 + \pi r_2^2$

**Bài 1:** Cho hình nón cụt như hình bên. Hãy tính:

- Bán kính đáy nhỏ của hình nón cụt
- Diện tích xung quanh của hình nón cụt

**Hướng dẫn giải**

- Áp dụng định lí PyTaGo vào tam giác vuông AHB

Ta có:  $HB = \sqrt{AB^2 - AH^2} = \sqrt{100 - 64} = 6(\text{cm})$

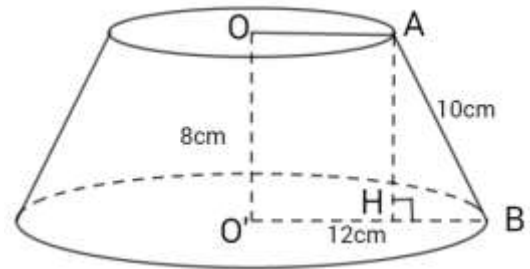
$\Rightarrow O'H = O'B - HB = 6(\text{cm})$  (vì  $H \in O'B$ )

$\Rightarrow r = OA = O'H = 6(\text{cm})$  (vì  $OAHO'$  là hcn)

Vậy bán kính đáy nhỏ của hình nón cụt là: 6 cm

- Diện tích xung quanh của hình nón cụt:

$S_{xq} = \pi(r + R) \cdot l = \pi(6 + 12) \cdot 10 = 180\pi(\text{cm}^2)$



**Bài 2:** Một cái xô bằng inox có dạng hình nón cụt đựng hóa chất, có các kích thước cho ở hình 101.

- Hãy tính diện tích xung quanh của xô.
- Khi xô chứa đầy hóa chất thì dung tích của nó là bao nhiêu?

**Hướng dẫn giải**

- Diện tích xung quanh của xô là:

$S_{xq} = \pi(r_1 + r_2)l = \pi(21 + 9) \cdot 36 = 1080\pi(\text{cm}^2)$

- Chiều cao của hình nón lớn:

$h = \sqrt{63^2 - 21^2} = \sqrt{3528} \approx 59,397(\text{cm})$

- Chiều cao của hình nón nhỏ:

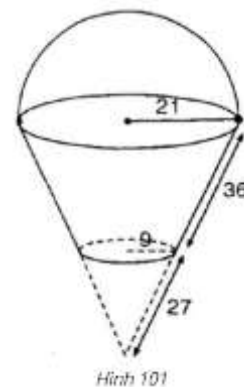
$h' = \sqrt{27^2 - 9^2} = \sqrt{648} \approx 25,456(\text{cm})$

Thể tích của hình nón lớn:

$V_{\text{non lon}} = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \cdot 3,14 \cdot 21^2 \cdot 59,397 = 27416,467(\text{cm}^3)$

Thể tích của hình nón nhỏ

$V_{\text{non nho}} = \frac{1}{3} \pi r'^2 h' = \frac{1}{3} \cdot 3,14 \cdot 9^2 \cdot 25,456 = 2158,160(\text{cm}^3)$



Khi xô nước chứa đầy hóa chất thì dung tích của nó là:

$$V = V_{\text{non lon}} - V_{\text{non nho}} = 27416,467 - 2158,160 \approx 25258(\text{cm}^3)$$

### 3. Khối trụ

Cách tạo thành khối trụ: xoay một hình chữ nhật quanh một cạnh  $h$  của nó.

$h$ : chiều cao khối trụ.

$r$ : bán kính đáy.

**Thể tích  $V$**  của khối trụ:  $V = B.h = \pi.r^2.h$

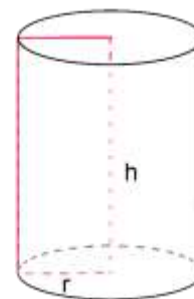
với  $B$  là diện tích hình tròn đáy.

**Diện tích xung quanh** của hình trụ:  $S_{\text{xq}} = C.h = 2\pi.r.h.$

với  $C$  là chu vi hình tròn đáy.

**Diện tích toàn phần** của một hình trụ bằng tổng của diện tích xung quanh và diện tích đáy:

$$S_{\text{tp}} = S_{\text{xq}} + B = 2\pi.r.h + 2\pi.r^2$$



Hình 5

**Bài 1:** Một hình trụ có bán kính đường tròn đáy là 2cm, chiều cao 6cm. Hãy tính:

- Diện tích xung quanh của hình trụ
- Diện tích toàn phần của hình trụ
- Thể tích của hình trụ

#### Hướng dẫn giải

a) Diện tích xung quanh của hình trụ là:

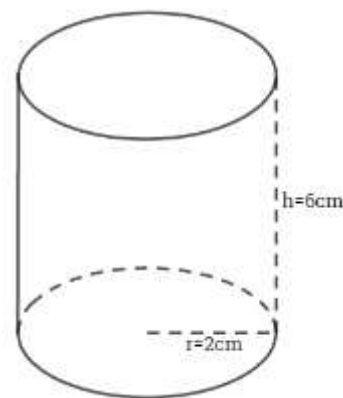
$$S_{\text{xq}} = 2\pi r h = 2\pi \cdot 2 \cdot 6 = 24\pi(\text{cm}^2)$$

b) Diện tích toàn phần của hình trụ là:

$$\begin{aligned} S_{\text{tp}} &= 2\pi r h + 2\pi r^2 = 2\pi \cdot 2 \cdot 6 + 2\pi \cdot 2^2 \\ &= 24\pi + 8\pi = 32\pi(\text{cm}^2) \end{aligned}$$

c) Thể tích của hình trụ là:

$$V = \pi r^2 h = \pi \cdot 2^2 \cdot 6 = 24\pi(\text{cm}^3)$$



**Bài 2:** Cắt hình trụ bởi một mặt phẳng song song với trục  $OO'$  của hình trụ, ta được mặt cắt là hình chữ nhật  $ABCD$  với  $A$  và  $B$  ở trên đường tròn đáy ( $O$ ),  $\widehat{AOB} = 90^\circ$ ,  $AB = 4(\text{cm})$ ,  $AD = 6(\text{cm})$ . Tính diện tích xung quanh và thể tích của hình trụ đó. (“Trích từ đề thi học kỳ 2 – 2007 – 2008 – Thừa Thiên Huế”)

**Hướng dẫn giải**

Ta có:  $R = OA = OB$  và chiều cao của hình trụ là:

$$h = AD = 6 \text{ (cm)}$$

Tam giác  $OAB$  là tam giác vuông cân tại  $O$  nên:

$$AB^2 = OA^2 + OB^2$$

$$\Leftrightarrow 4^2 = R^2 + R^2$$

$$\Leftrightarrow 2R^2 = 16$$

$$\Leftrightarrow R^2 = 8$$

Từ đó suy ra:

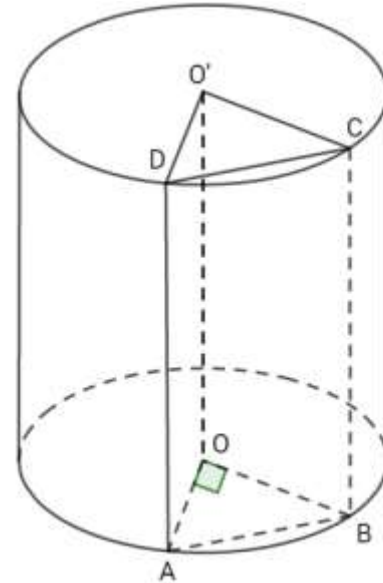
$$R = OA = OB = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}(\text{cm})$$

Vậy diện tích xung quanh của hình trụ là:

$$S = 2\pi rh \approx 2 \cdot \pi \cdot 2\sqrt{2} \cdot 6 = 24\sqrt{2}\pi(\text{cm}^2)$$

Thể tích của hình trụ là:

$$V = \pi r^2 \cdot h = \pi \cdot (2\sqrt{2})^2 \cdot 6 = 48\pi(\text{cm}^3)$$



**Bài 3:** Một cái mũ bằng vải của nhà ảo thuật với kích thước như hình vẽ. Hãy tính tổng diện tích vải cần để làm cái mũ đó biết rằng vành mũ hình tròn và ống mũ hình trụ.

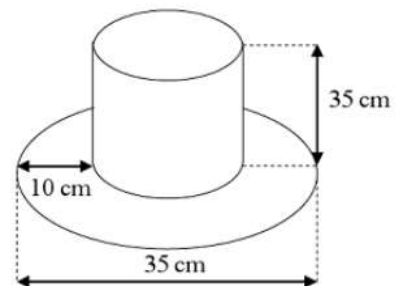
**Hướng dẫn giải**

Ống mũ là hình trụ với chiều cao  $h = 35\text{cm}$ , bán kính đáy

$$R = \frac{35 - 2 \cdot 10}{2} = 7,5\text{cm}$$

Diện tích vải để làm ống mũ là:

$$S_1 = 2\pi Rh + \pi R^2 = 2\pi \cdot 7,5 \cdot 35 + \pi \cdot 7,5^2 = 581,25\pi(\text{cm}^2)$$



Diện tích vải để làm vành mũ là:

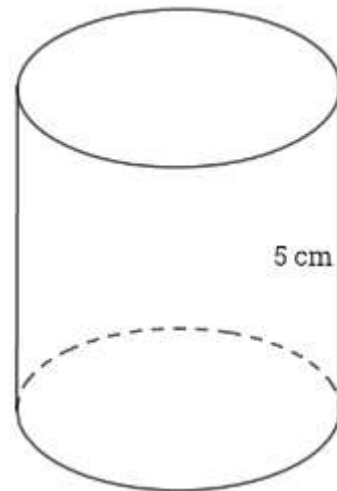
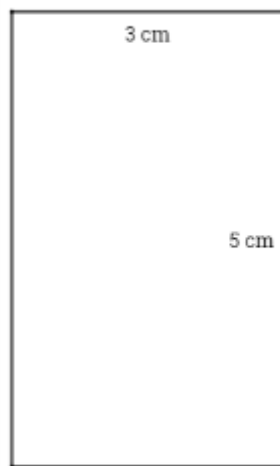
$$S_2 = \pi \cdot 17,5^2 - \pi \cdot 7,5^2 = 250\pi(\text{cm}^2)$$

Tổng diện tích vải cần để làm cái mũ là:

$$S = S_1 + S_2 = 581,25\pi + 250\pi = 831,25\pi(\text{cm}^2)$$

**Bài 4:** Cho một miếng bìa hình chữ nhật có kích thước 5cm x 3cm. Cuộn miếng bìa lại theo chiều rộng rồi dùng băng dính để nối 2 mép miếng bìa, ta được mô hình của một hình trụ. Tính thể tích khối trụ này? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

### Hướng dẫn giải



Ta có, chu vi đáy và chiều cao của khối trụ lần lượt là chiều rộng và chiều dài của hình chữ nhật.

Gọi  $r$  (cm) là bán kính của đáy khối trụ, ta có:

$$2\pi \cdot r = 3 \Rightarrow r = \frac{3}{2\pi}(\text{cm})$$

Thể tích khối trụ:

$$V = \pi \cdot r^2 \cdot h = \pi \cdot \left(\frac{3}{2\pi}\right)^2 \cdot 5 = \frac{45}{4\pi}(\text{cm}^3)$$

**Bài 5:** Một lọ vitamin C có dạng hình trụ với bán kính đáy là 1,5cm và chiều cao là 8cm. Những viên sủi vitamin C được đựng trong lọ cũng có dạng hình trụ với diện tích đáy bằng diện tích đáy lọ và thể tích mỗi viên là  $\frac{9}{5}\pi(\text{cm}^3)$

- Hỏi trong lọ có tổng cộng bao nhiêu viên vitamin C?
- Những lọ vitamin này được xếp thẳng đứng sát nhau vào một khay hình hộp chữ nhật. Hỏi chiều dài và chiều rộng của khay là bao nhiêu để chứa được 20 lọ xếp thành 5 hàng, mỗi hàng 4 lọ?

### Hướng dẫn giải



Câu a Để xác định được số viên thuốc trong lọ, ta chỉ cần tìm được thể tích lọ rồi chia kết quả cho thể tích từng viên. Vì lọ có dạng hình trụ nên để tìm thể tích ta dùng công thức:  $V = B.h = \pi r^2 h$  trong đó  $r$  là bán kính đáy và  $h$  là chiều cao lọ. Rõ ràng những thông tin này ta đều đã có.

Để giải quyết câu b, ta hãy quan sát hình chiếu với phương chiếu vuông góc với đáy khay, khi đó ta sẽ thấy hình ảnh như hình.

a) Thể tích  $V_1$  của chiếc lọ:  $V_1 = (\pi.1,5^2).8 = 18\pi(\text{cm}^3)$ .

**Mỗi viên thuốc có thể tích là**  $V_2 = \frac{9}{5}\pi(\text{cm}^3)$ .

**Ta xét tỉ số:**  $\frac{V_1}{V_2} = \frac{18\pi}{\frac{9}{5}\pi} = 10$ .

**Vậy trong lọ có đúng 10 viên sủi C.**

b) **Chiều dài khay bằng 5 lần đường kính đáy lọ:  $5.2.1,5 = 15$  (cm).**

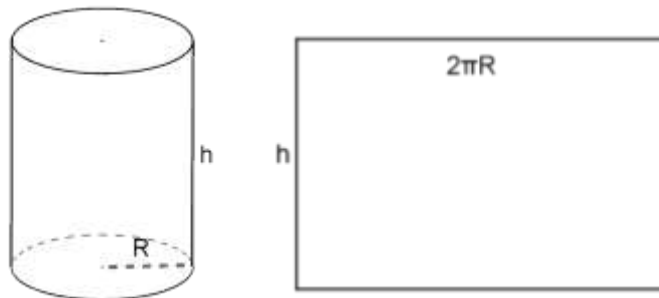
Chiều rộng khay bằng 4 lần đường kính đáy lọ:  $4.2.1,5 = 12$  (cm).

**Bài 6:** Một cây lăn sơn tường có dạng là một khối trụ với bán kính đáy là 5cm và chiều cao (chiều dài lăn) là 30cm. Nhà sản xuất cho biết sau khi lăn 1 triệu vòng thì cây sơn tường có thể sẽ bị hỏng. Tính diện tích mà cây sơn tường lăn được trước khi hỏng.



### Hướng dẫn giải

- Nếu cắt một hình trụ rỗng 2 đáy theo một đường sinh của nó, rồi trải ra mặt phẳng thì ta sẽ có một hình chữ nhật có kích thước chính bằng chiều cao và chu vi đáy của hình trụ.



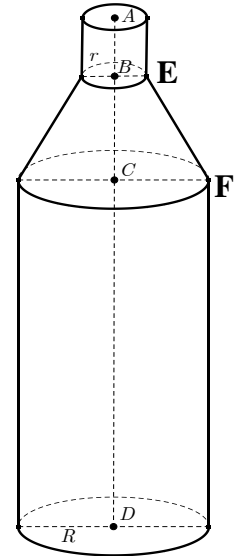
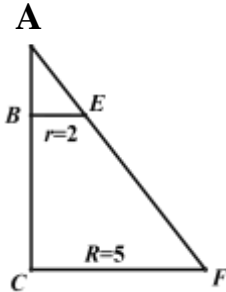
- Diện tích mà cây sơn tường sơn được trong 1 vòng lăn cũng là diện tích của hình chữ nhật ở hình.
- Diện tích cây sơn tường sơn được trong 1 vòng lăn cũng là diện tích xung quanh của khối trụ:  $S_{xq} = 2\pi \cdot R \cdot h = 2\pi \cdot 5 \cdot 30 = 300\pi$  (cm<sup>2</sup>).
- Diện tích cây sơn tường sơn được trước khi hỏng:  $1000000 \cdot 300\pi = 3\pi \cdot 10^8$  (cm<sup>2</sup>).

**Bài 7:** Phần không gian bên trong của chai nước ngọt có hình dạng như hình bên. Biết bán kính đáy bằng  $R = 5\text{cm}$  bán kính cổ  $r = 2\text{m}$ ,  $AB = 3\text{cm}$ ,  $BC = 6\text{cm}$ ,  $CD = 16\text{cm}$ . Thể tích phần không gian bên trong của chai nước ngọt đó bằng bao nhiêu

**Hướng dẫn giải**

Thể tích khối trụ có đường cao  $CD$ :  $V_1 = \pi R^2 \cdot CD = 400\pi(\text{cm}^3)$ .

Thể tích khối trụ có đường cao  $AB$ :  $V_2 = \pi r^2 \cdot AB = 12\pi(\text{cm}^3)$ .



Ta có  $\frac{AC}{AB} = \frac{CF}{BE} = \frac{5}{2} \Rightarrow AB = 4(\text{cm})$ .

Thể tích phần giới hạn giữa  $BC$ :  $V_3 = \frac{\pi}{3}(R^2 \cdot MC - r^2 \cdot MB) = 78\pi(\text{cm}^3)$ .

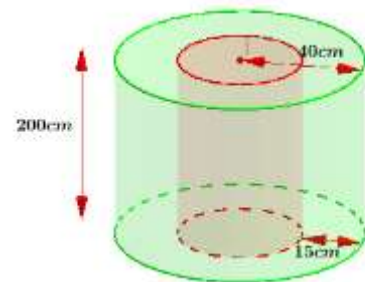
Suy ra:  $V = V_1 + V_2 + V_3 = 490\pi(\text{cm}^3)$

**Bài 8:** Người ta cần đổ một ống thoát nước hình trụ với chiều cao  $200\text{cm}$ , độ dày của thành ống là  $15\text{cm}$ , đường kính của ống là  $80\text{cm}$ . Lượng bê tông cần phải đổ là bao nhiêu.

**Hướng dẫn giải**

Gọi  $V_1, V_2$  lần lượt là thể tích của khối trụ bên ngoài và bên trong

Do đó lượng bê tông cần phải đổ là:



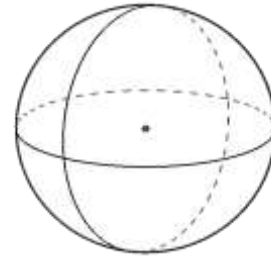
$V = V_1 - V_2 = \pi \cdot 40^2 \cdot 200 - \pi \cdot 25^2 \cdot 200 = 195000\pi\text{cm}^3 = 0,195\pi\text{m}^3$

#### 4. Khối cầu

Cho một khối cầu có bán kính  $r$ .

**Thể tích  $V$**  của khối cầu:  $V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$

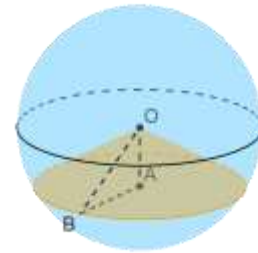
**Diện tích** của mặt cầu:  $S = 4\pi r^2$



Hình 6

- Thiết diện của một khối cầu khi bị cắt bởi một mặt phẳng là một đường tròn.

Đoạn nối tâm của khối cầu và đường tròn này vuông góc với mặt phẳng vừa nêu.



Hình 7

**Bài 1:** Một quả bóng hình cầu có bán kính 26cm. Khi đặt quả bóng trên mặt nước, phần quả bóng nhô lên trên mặt nước cao 36cm. Giao của mặt xung quanh của quả bóng và mặt nước là một đường tròn. Tính bán kính của đường tròn đó.

#### Hướng dẫn giải

Kí hiệu như trên hình vẽ bên. Bán kính của đường tròn phải tìm là HC.

Ta có:  $AB = 52\text{cm}$ ,  $HA = 36\text{cm}$

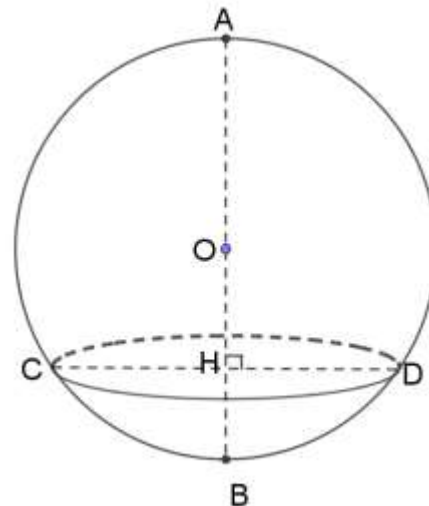
$$HB = 52 - 36 = 16(\text{cm})$$

Tam giác ABC vuông tại C

$$\text{Nên } HC^2 = HA \cdot HB = 36 \cdot 16$$

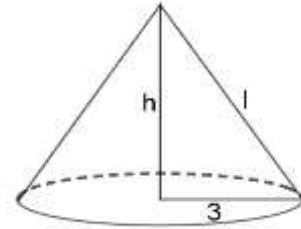
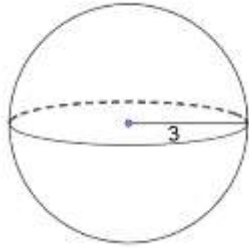
$$\text{Suy ra } HC = \sqrt{36 \cdot 16} = 24(\text{cm})$$

Bán kính đường tròn (H) bằng 24 cm



**Bài 2:** Một hình cầu có bán kính 3cm. Một hình nón cũng có bán kính đáy bằng 3cm và có diện tích toàn phần bằng diện tích mặt cầu. Tính chiều cao của hình nón.

**Hướng dẫn giải**



Gọi h là chiều cao, l là đường sinh của hình nón

Ta có:  $l = \sqrt{h^2 + 3^2} = \sqrt{h^2 + 9}$

$$S_{\text{tp nón}} = \pi \cdot 3 \cdot \sqrt{h^2 + 9} + \pi \cdot 3^2$$

$$= 3\pi(3 + \sqrt{h^2 + 9})$$

$$S_{\text{cầu}} = 4\pi \cdot 3^2 = 36\pi$$

Ta có:  $3\pi(3 + \sqrt{h^2 + 9}) = 36\pi$

$$\Leftrightarrow \sqrt{h^2 + 9} = 9 \Leftrightarrow h^2 + 9 = 81$$

$$\Leftrightarrow h^2 = 72 \Leftrightarrow h = 6\sqrt{2}$$

Chiều cao của hình nón bằng  $6\sqrt{2}$  cm

**Bài 3:** Một hình nón có đỉnh là tâm của hình cầu, có đáy là hình tròn tạo bởi mặt phẳng hình cầu cách tâm hình cầu 9cm. Tính diện tích xung quanh và thể tích của hình nón, biết bán kính hình cầu là 41cm.

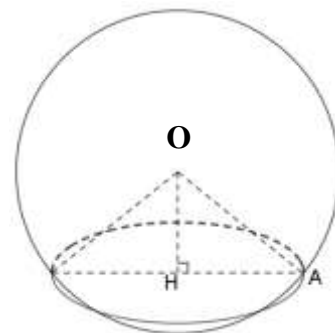
**Hướng dẫn giải**

Đường sinh của hình nón là bán kính của hình cầu nên:

$$l = OA = R = 41(\text{cm})$$

Khoảng cách từ tâm O của hình cầu đến đường tròn đáy của

hình nón là:  $OH = 9$  (cm)



Tam giác OAH vuông tại H nên ta có:

$$HA^2 = OA^2 - OH^2 = 41^2 - 9^2 = 1600$$

$$\Rightarrow HA = 40(\text{cm})$$

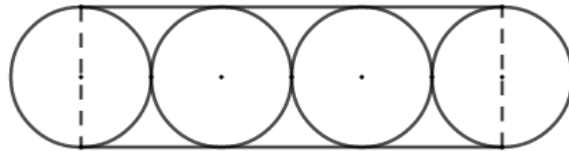
Diện tích xung quanh của hình nón là:

$$S_{xq} = \pi.HA.OA = \pi.40.41 = 1640\pi(\text{cm}^2)$$

Thể tích hình nón là :

$$V = \frac{1}{3}.\pi.r^2.h = \frac{1}{3}.\pi.40^2.9 = 4800\pi(\text{cm}^3)$$

**Bài 4:** Bốn quả bóng bàn có đường kính 4 cm xếp vào một hộp như hình bên dưới. Tính diện tích toàn phần và thể tích hộp.



### Hướng dẫn giải

Hộp gồm một hình trụ và hai nửa hình cầu.

Bán kính của hình trụ bằng bán kính của hình cầu và bằng  $r = 2\text{cm}$ .

Chiều cao của hình trụ:  $h = 4.3 = 12\text{cm}$

Diện tích toàn phần của hộp bằng tổng diện tích xung quanh của hình trụ và diện tích mặt cầu nên bằng:

$$S_{xq} + S_{mc} = 2\pi.r.h + 4\pi.r^2 = 2\pi.2.12 + 4\pi.2^2 = 64\pi(\text{cm}^2)$$

Thể tích của hộp bằng tổng của thể tích hình trụ và thể tích hình cầu nên bằng:

$$V = V_{ht} + V_{mc} = \pi.r^2.h + \frac{4}{3}\pi.r^3 = \pi.2^2.12 + \frac{4}{3}\pi.2^3 = \frac{176}{3}\pi(\text{cm}^3)$$

**Bài 5:** Một hình cầu nội tiếp một hình nón (hình bên dưới). Biết rằng bán kính hình cầu  $OA = 5$  (cm),  $OH = 3$  (cm). Hãy tính:

- Bán kính đường tròn đáy của hình nón
- Tính diện tích xung quanh của hình nón

**Hướng dẫn giải**

- a) Tam giác  $OAH$  vuông tại  $H$ , ta có:

$$AH^2 = OA^2 - OH^2 = 5^2 - 3^2 = 16$$

$$\Rightarrow AH = 4(\text{cm})$$

Vậy bán kính đường tròn đáy của hình nón là 4 (cm)

- b) Tam giác  $OAS$  vuông tại  $A$  có  $AH \perp OS$ .

Theo hệ thức lượng trong tam giác ta có:

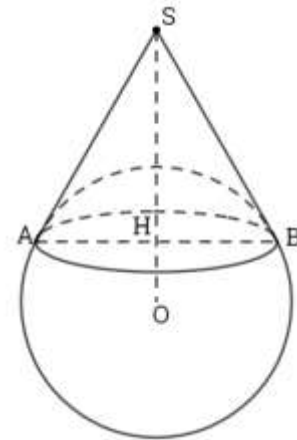
$$OA^2 = OH.OS \Leftrightarrow OS = \frac{OA^2}{OH} = \frac{5^2}{3} = \frac{25}{3}(\text{cm})$$

$$SA^2 = SO^2 - OA^2 = \left(\frac{25}{3}\right)^2 - 5^2 = \frac{400}{9}$$

$$\Rightarrow SA = \frac{20}{3}(\text{cm})$$

Vậy diện tích xung quanh của hình nón là:

$$S_{xq} = \pi.r.l = \pi.HA.SA = \pi.4.\frac{20}{3} = \frac{80}{3}\pi(\text{cm}^2)$$



**Bài 6:** Cho một hình cầu và một hình lập phương ngoại tiếp nó. Tính tỉ số phần trăm giữa:

- Diện tích mặt cầu và diện tích xung quanh của hình lập phương
- Thể tích hình cầu và thể tích của hình lập phương

**Hướng dẫn giải:**

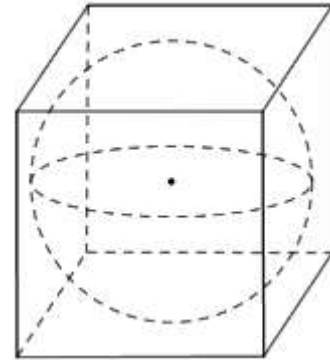
Gọi R là bán kính của hình cầu thì cạnh của hình lập phương bằng 2R

Tỉ số giữa diện tích mặt cầu và diện tích xung quanh của hình lập phương bằng:

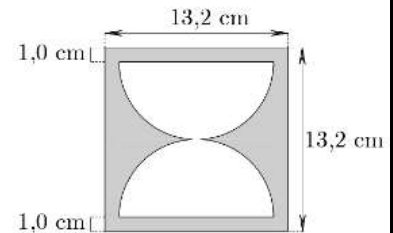
$$\frac{S_{mc}}{S_{xq}} = \frac{4\pi R^2}{(2R)^2 \cdot 4} = \frac{\pi}{4} = 78,5\%$$

Tỉ số giữa thể tích hình cầu và thể tích của hình lập phương bằng

$$\frac{V_{mc}}{V_{hlp}} = \frac{\frac{4}{3}\pi R^3}{(2R)^3} = \frac{\pi}{6} \approx 52\%$$



**Bài 7:** Một xưởng sản xuất muốn tạo ra những chiếc đồng hồ cát bằng thủy tinh có dạng hình trụ, phần chứa cát là hai nửa hình cầu bằng nhau. Hình vẽ bên với các kích thước đã cho là bản thiết kế thiết diện qua trục của chiếc đồng hồ này (phần tô màu làm bằng thủy tinh). Khi đó, lượng thủy tinh làm chiếc đồng hồ cát là bao nhiêu



**Hướng dẫn giải**

Thể tích của hình trụ là  $V_1 = \pi.r^2.h = \pi.(6,6)^2.13,2 = 574,992\pi(\text{cm}^3)$

Thể tích hình cầu chứa cát là  $V_2 = \frac{4}{3}\pi.R^3 = \frac{4}{3}\pi\left(\frac{13,2-2}{2}\right)^3 \approx 234,15\pi(\text{cm}^3)$

Vậy lượng thủy tinh cần phải làm là

$$V = V_1 - V_2 = 574,992\pi - 234,15\pi = 340,842\pi(\text{cm}^3)$$

## A. Bài tập tham khảo

**Bài 1:** Cho hình nón có diện tích xung quanh là  $100\pi(\text{cm}^2)$ . Độ dài đường sinh là 25 (cm).

- Tính bán kính đường tròn đáy.
- Tính diện tích toàn phần của hình nón.

**Hướng dẫn giải**

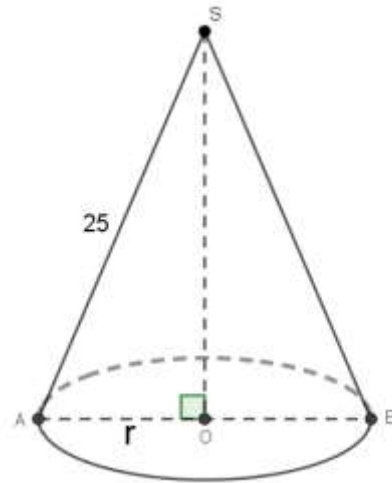
- Gọi SO là chiều cao, SA là đường sinh của hình nón.

$$\text{Ta có } S_{xq} = \pi.r.l = \pi.r.SA \Rightarrow r = \frac{S_{xq}}{\pi.SA} = 4(\text{cm})$$

Vậy bán kính đường tròn đáy hình nón là 4 (cm).

- Diện tích toàn phần hình nón là:

$$S_p = \pi.r.l + \pi.r^2 = 100\pi + 16\pi = 116\pi(\text{cm}^2)$$



**Bài 2:** Một hình nón có bán kính đáy bằng 5cm, số đo diện tích xung quanh (tính bằng  $\text{cm}^2$ ) bằng số đo thể tích (tính bằng  $\text{cm}^3$ ). Tính chiều cao của hình nón.

**Hướng dẫn giải**

Gọi h là chiều cao của hình nón. Đường sinh của hình nón bằng  $\sqrt{5^2 + h^2}$

Diện tích xung quanh của hình nón bằng:

$$S = \pi.5.\sqrt{25 + h^2}$$

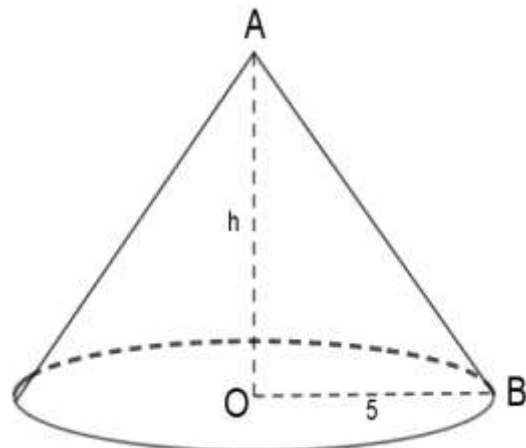
Thể tích của hình nón bằng

$$V = \frac{1}{3}\pi.5^2.h = \frac{25}{3}\pi h$$

$$\text{Ta có: } 5\pi\sqrt{25 + h^2} = \frac{25}{3}\pi$$

Nên

$$3\sqrt{25 + h^2} = 5h \Leftrightarrow 9(25 + h^2) = 25h^2$$



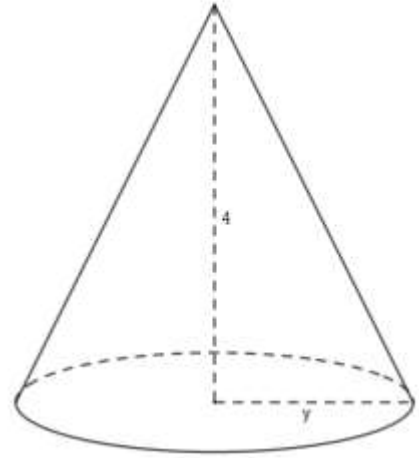
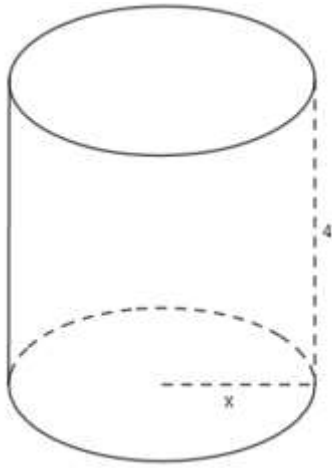
$$\Leftrightarrow 225 + 9h^2 = 25h^2 \Leftrightarrow 225 = 16h^2$$

$$\Leftrightarrow h = 3,75(\text{cm})$$

Chiều cao của hình nón bằng 3,75 cm.

**Bài 3:** Một hình trụ và một hình nón có cùng chiều cao bằng 4 dm. Biết rằng diện tích toàn phần của hai hình bằng nhau và thể tích của chúng cũng bằng nhau. Tính bán kính đáy của mỗi hình.

### Hướng dẫn giải



Gọi bán kính đáy của hình trụ là  $x$ , bán kính đáy của hình nón là  $y$ .

$$\text{Thể tích của hai hình bằng nhau nên } \pi x^2 \cdot 4 = \frac{1}{3} \pi y^2 \cdot 4$$

$$\text{Suy ra } y^2 = 3x^2 \quad (1)$$

Diện tích toàn phần của hai hình bằng nhau nên

$$2\pi x \cdot 4 + 2\pi x^2 = \pi y \sqrt{y^2 + 4^2} + \pi y^2 \quad (2)$$

$$\Leftrightarrow 8x + 2x^2 = y \sqrt{y^2 + 16} + y^2$$

Thay  $y^2 = 3x^2$  vào (2) ta được

$$8x + 2x^2 = x\sqrt{3} \cdot \sqrt{3x^2 + 16} + 3x^2$$

$$\Leftrightarrow 8x - x^2 = x\sqrt{9x^2 + 48}$$

$$\Leftrightarrow 8 - x = \sqrt{9x^2 + 48}$$

Bình phương hai vế (với điều kiện  $x \leq 8$ ) ta được

$$64 - 16x + x^2 = 9x^2 + 48$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 2x - 2 = 0$$

Nghiệm dương của phương trình trên là  $x = \sqrt{3} - 1$

$$\text{Khi đó } y = x\sqrt{3} = 3 - \sqrt{3}$$

Vậy bán kính đáy của hình trụ bằng  $\sqrt{3} - 1 \approx 0,73(\text{dm})$ , bán kính đáy của hình nón bằng  $3 - \sqrt{3} \approx 1,27(\text{dm})$

**Bài 4:** Cho tam giác AOB vuông cân tại O quay một vòng quanh cạnh OA ta được hình nón. Biết OA = a. Tính thể tích và diện tích xung quanh của hình nón theo a.

### Hướng dẫn giải

Tam giác OAB là tam giác vuông cân tại O. AB là cạnh huyền (cũng là đường sinh của hình nón) nên áp dụng định lý Py-ta-go ta được:

$$AB^2 = OA^2 + OB^2 = a^2 + a^2 = 2a^2$$

$$\text{Do đó: } AB = a\sqrt{2}$$

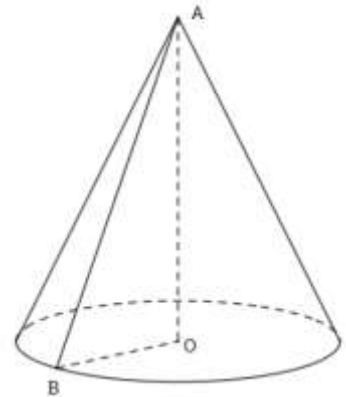
Chiều cao và bán kính đáy của hình nón là  $h = r = a$

Nên diện tích xung quanh là:

$$S_{xq} = \pi rl = \pi \cdot a \cdot a\sqrt{2} = \sqrt{2}\pi a^2 \text{ (đơn vị diện tích)}$$

Thể tích của hình nón là:

$$V_{\text{hn}} = \frac{1}{3} \pi r^2 \cdot h = \frac{1}{3} \pi a^2 \cdot a = \frac{1}{3} \pi a^3 \text{ (đơn vị thể tích)}$$



**Bài 5:** Một bình đựng nước dạng hình nón (không đáy) đựng đầy nước. Biết rằng chiều cao của bình gấp 3 lần bán kính đáy của nó. Người ta thả vào đó một khối trụ và đo được thể tích nước tràn ra ngoài  $\frac{16\pi}{9}(\text{dm}^3)$ . Biết rằng một mặt của khối trụ nằm trên mặt trên của hình nón, các điểm trên đường tròn đáy còn lại đều thuộc các đường sinh của hình nón (như hình vẽ) và khối trụ có chiều cao bằng đường kính đáy của hình nón. Diện tích xung quanh  $S_{xq}$  của bình nước là bao nhiêu.

### Hướng dẫn giải

Xét hình nón:  $h = SO = 3r$ ;  $r = OB$ ,  $l = SA$

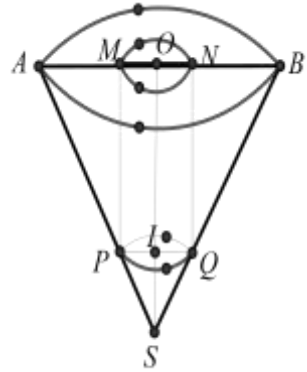
Xét hình trụ:  $h_1 = NQ = 2r$ ;  $r_1 = ON = QI$

$$\Delta S Q I \sim \Delta S B O \Rightarrow \frac{QI}{BO} = \frac{SI}{SO} = \frac{1}{3} \Rightarrow r_1 = \frac{r}{3}$$

Thể tích khối trụ là:

$$V_1 = \pi r_1^2 h_1 = \frac{2\pi r^3}{9} = \frac{16\pi}{9} \Rightarrow r = 2 \Rightarrow h = 6$$

$$\text{Vậy } l = \sqrt{h^2 + r^2} = 2\sqrt{10} \Rightarrow S_{xq} = \pi r l = 4\pi\sqrt{10} \text{ dm}^2$$



**Bài 6:** Một hình trụ có chu vi đáy là 62,8 (cm), chiều cao là 15 (cm). Hãy tính:

- Diện tích xung quanh của hình trụ
- Thể tích của hình trụ

### Hướng dẫn giải

a) Ta có:

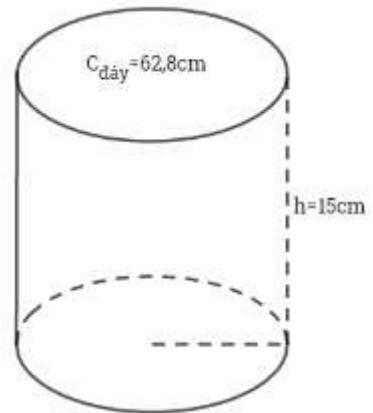
$$C = 2\pi r \Rightarrow r = \frac{C}{2\pi} \approx \frac{62,8}{2 \cdot 3,14} \approx 10(\text{cm})$$

Diện tích xung quanh của hình trụ là:

$$S_{xq} = 2\pi r h \approx 2 \cdot 3,14 \cdot 10 \cdot 15 \approx 936(\text{cm}^2)$$

b) Thể tích của hình trụ là:

$$V = \pi r^2 h \approx 3,14 \cdot 10^2 \cdot 15 \approx 4710(\text{cm}^3)$$



**Bài 7:** Chiều cao của một hình trụ bằng hai lần bán kính đường tròn đáy của nó. Diện tích xung quanh của hình trụ là 200,96 (cm<sup>2</sup>). Hãy tính:

- Bán kính đáy của hình trụ
- Tính thể tích của hình trụ

### Hướng dẫn giải

a) Ta có:  $S_{xq} = 2\pi rh = 2\pi \cdot r \cdot 2r = 4\pi r^2$

Từ đây suy ra:

$$4\pi r^2 = 200,96$$

$$\Leftrightarrow 4 \cdot 3,14 \cdot r^2 = 200,96$$

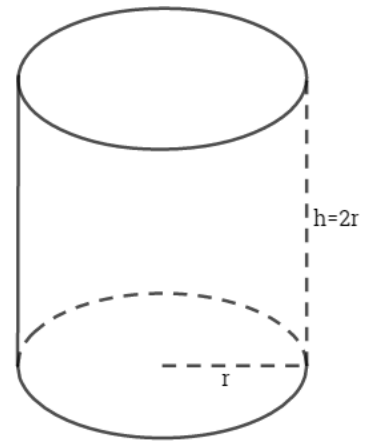
$$\Leftrightarrow 12,56 \cdot r^2 = 200,96$$

$$\Leftrightarrow r^2 = \frac{200,96}{12,56} = 16$$

Do đó:  $r = 4$  (cm)

Thể tích của hình trụ l

$$V = \pi \cdot r^2 \cdot h = \pi \cdot r^2 \cdot 2r = 2\pi \cdot r^3 \approx 2 \cdot 3,14 \cdot 4^3 \approx 40192(\text{cm}^3)$$



**Bài 8:** Một hình trụ có bán kính đáy bằng chiều cao, thiết diện đi qua trục bằng  $72 \text{ cm}^2$ . Tính diện tích xung quanh, diện tích toàn phần và thể tích của hình trụ.

### Hướng dẫn giải:

Gọi bán kính đáy là  $r$ , chiều cao là  $h$ .

Ta có  $r = h$  và  $2rh = 72$

Suy ra  $r = h = 6$  cm.

Diện tích xung quanh:

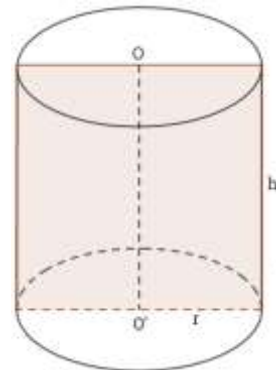
$$S_{xq} = 2\pi rh = 2\pi \cdot 6 \cdot 6 = 72\pi(\text{cm}^2)$$

Diện tích toàn phần:

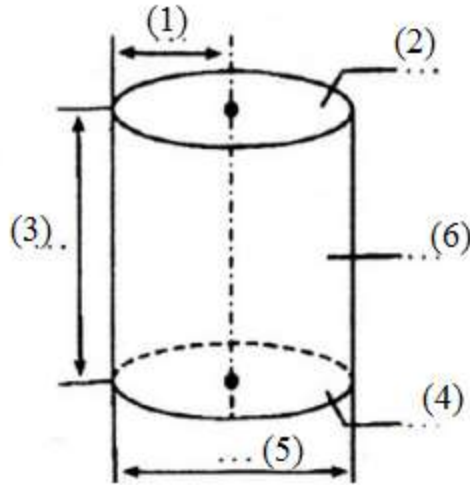
$$S_{tp} = 2\pi rh + 2\pi r^2 = 2\pi \cdot 6 \cdot 6 + 2\pi \cdot 6^2 = 144\pi(\text{cm}^2)$$

Thể tích của hình trụ:

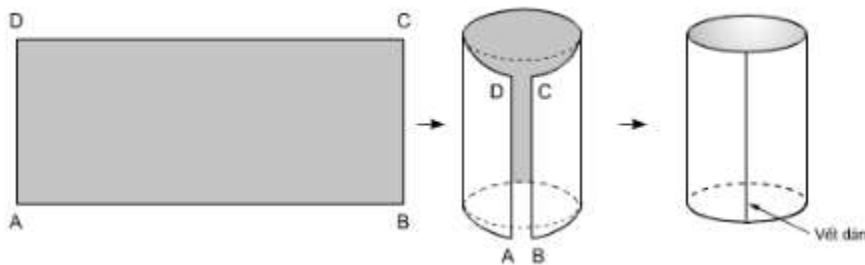
$$V = \pi \cdot r^2 \cdot h = \pi \cdot 6^2 \cdot 6 = 216\pi(\text{cm}^3)$$



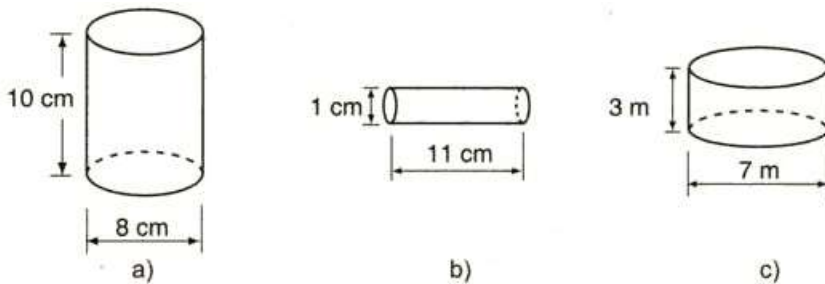
9. Hãy điền thêm các tên gọi vào dấu "..."



10. Lấy một băng giấy hình chữ nhật ABCD (h.80). Biết  $AB = 10\text{cm}$ ,  $BC = 4\text{cm}$ ; dán băng giấy như hình vẽ (B sát với A và C sát với D, không được xoắn). Có thể dán băng giấy để tạo nên mặt xung quanh của hình trụ được không?



11. Quan sát ba hình dưới đây và chỉ ra chiều cao, bán kính đáy của mỗi hình.



Hình 81


12. Một hình trụ có bán kính đáy là  $7\text{cm}$ , diện tích xung quanh bằng  $352\text{ cm}^2$ . Khi đó, chiều cao của hình trụ là:

(A) 3,2 cm (B) 4,6 cm (C) 1,8 cm

(D) 2,1 cm (E) Một kết quả khác.

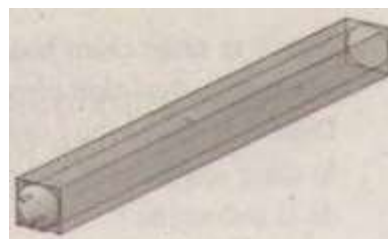
Hãy chọn kết quả đúng.

13. Điền đủ các kết quả vào những ô trống của bảng sau:

Hình	Bán kính đáy (cm)	Chiều cao (cm)	Chu vi đáy (cm)	Diện tích đáy (cm <sup>2</sup> )	Diện tích xung quanh (cm <sup>2</sup> )	Thể tích (cm <sup>3</sup> )
	1	10				
	5	4				
		8	4π			

14. Chiều cao của một hình trụ bằng bán kính đường tròn đáy. Diện tích xung quanh của hình trụ 314 cm<sup>2</sup>. Hãy tính bán kính đường tròn đáy và thể tích hình trụ (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai).

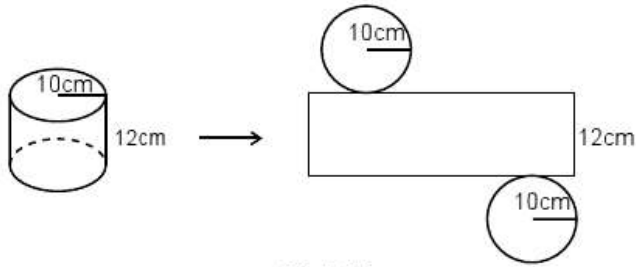
15. Một bóng đèn huỳnh quang dài 1,2m, đường kính của đường tròn đáy là 4cm, được đặt khít vào một ống giấy cứng dạng hình hộp. Tính diện tích phần giấy cứng dùng để làm một hộp. (Hộp hở hai đầu, không tính lề và mép dán).



16. Cho hình chữ nhật ABCD (AB = 2a, BC = a). Quay hình chữ nhật đó quanh AB thì được hình trụ có thể tích V<sub>1</sub>; quay BC thì được hình trụ có thể tích V<sub>2</sub>. Trong các đẳng thức dưới đây, hãy chọn đẳng thức đúng:

(A) V <sub>1</sub> = V <sub>2</sub>	(B) V <sub>1</sub> = 2V <sub>2</sub>	(C) 2V <sub>1</sub> = V <sub>2</sub>
(D) 3V <sub>1</sub> = V <sub>2</sub>	(E) V <sub>1</sub> = 3V <sub>2</sub>	

17. Hình 83 là một hình trụ cùng với hình khai triển của nó kèm theo kích thước.



Hình 83

Hãy điền vào các chỗ... và các ô trống những cụm từ hoặc các số cần thiết.

... :  $\square \cdot \square \cdot 10 = \square$  (cm<sup>2</sup>).

... :  $(2 \cdot \square \cdot 10) \cdot \square = \square$  (cm<sup>2</sup>).

... :  $\square \cdot 2 + \square = \square$  (cm<sup>2</sup>).

18. Hãy tính:

a) Diện tích xung quanh của một hình trụ có chu vi hình tròn đáy là 13cm và chiều cao là 3cm.

b) Thể tích của hình trụ có bán kính đường tròn đáy là 5mm và chiều cao là 8mm.

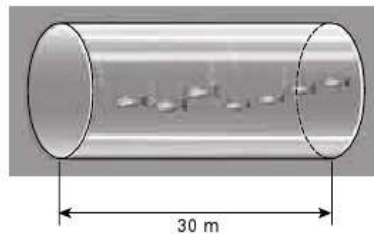
Người ta nhấn chìm hoàn toàn một tượng đá nhỏ vào một lọ thủy tinh có nước dạng hình trụ (h.84). Diện tích đáy lọ thủy tinh là 12,8cm<sup>2</sup>. Nước trong lọ dâng lên thêm 8,5mm. Hỏi thể tích của tượng đá là bao nhiêu?



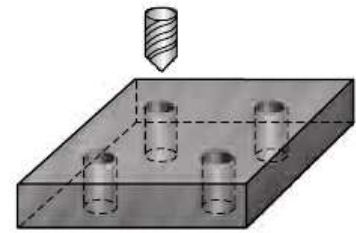
19. Điền đủ các kết quả vào những ô trống của bảng sau:

Hình	Bán kính đáy	Đường kính đáy	Chiều cao	Chu vi đáy	Diện tích đáy	Diện tích xung quanh	Thể tích
	25mm		7cm				
		6cm	1m				
	5cm						1 l

20. Một tấm kim loại được khoan thủng bốn lỗ như hình 85 (lỗ khoan dạng hình trụ), tấm kim loại này dày 2cm, đáy của nó là hình vuông cạnh là 5 cm. Đường kính của mũi khoan là 8 mm. Hỏi thể tích phần còn lại của tấm kim loại là bao nhiêu?



Hình 86



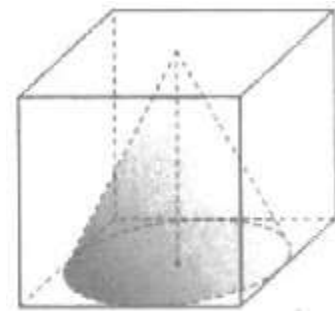
Hình 85

21. Đường ống nối hai bể cá trong một thủy cung ở miền nam nước Pháp có dạng một hình trụ, độ dài của đường ống là 30m (h.86). Dung tích của đường ống nói trên là 1 800 000 lít. Tính diện tích đáy của đường ống.

22. Một hình nón được đặt vào bên trong một hình lập phương như hình vẽ (cạnh của hình lập phương bằng 1) (h.93).

Hãy tính:

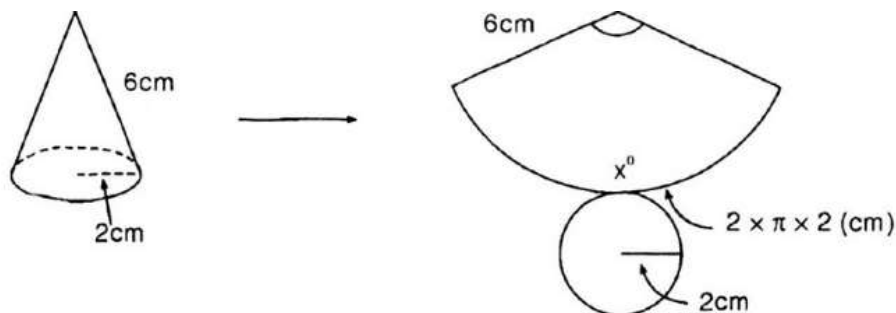
- Bán kính đáy của hình nón
- Độ dài đường sinh



Hình 93

23. Cắt mặt cắt xung quanh của một hình nón theo một đường sinh và trải phẳng ra thành một hình quạt. Biết bán kính hình quạt tròn bằng độ dài đường sinh và độ dài cung bằng chu vi đáy.

Quan sát hình dưới và tính số đo cung của hình quạt tròn.

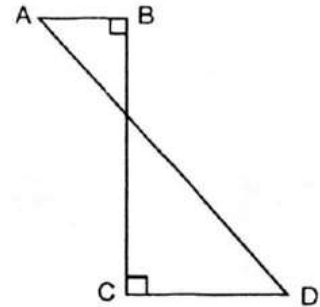


24. Khi quay tam giác vuông để tạo ra một hình nón như thì góc CAO gọi là *nửa góc ở đỉnh* của hình nón. Biết nửa góc ở đỉnh của một hình nón là  $30^\circ$ , độ dài đường sinh là a. Tính số đo cung của hình quạt khi khai triển mặt xung quanh của hình nón.

25. Hình ABCD khi quay quanh BC thì tạo ra:

- (A) Một hình trụ                      (B) Một hình nón  
 (C) Một hình nón cụt              (D) Hai hình nón  
 (E) Hai hình trụ

Hãy chọn câu trả lời đúng.



26. Hình khai triển của mặt xung quanh của một hình nón là một hình quạt. Nếu bán kính hình quạt là 16cm, số đo cung là  $120^\circ$  thì độ dài đường sinh của hình nón là:

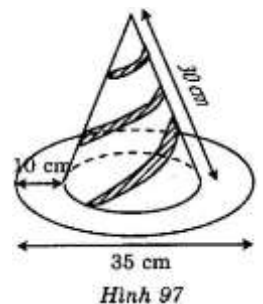
- (A) 16 cm;    (B) 8 cm;    (C)  $\frac{16}{3}$  cm;    (D) 4 cm;    (E)  $\frac{16}{5}$  cm.

Hãy chọn kết quả đúng

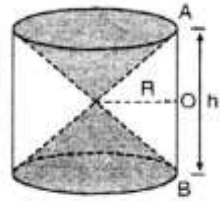
27. Hãy điền đủ vào các ô trống ở bảng sau (xem hình 96):

	Bán kính đáy r (cm)	Đường kính đáy d (cm)	Chiều cao h (cm)	Độ dài đường sinh l (cm)	Thể tích V (cm <sup>3</sup> )
	10		10		
		10	10		
			10		1000
	10				1000
		10			1000

28. Cái mũ của chú hề với các kích thước cho theo hình vẽ (h.97). Hãy tính tổng diện tích vải cần có để làm nên cái mũ (không kể riềm, mép, phần thừa).



29. Hình 98 cho ta hình ảnh của một cái đồng hồ cát với các kích thước kèm theo ( $AO = OB$ ).



Hình 98

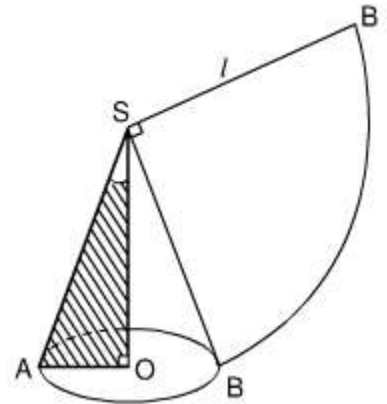
Hãy so sánh tổng thể tích của hai hình nón và thể tích của hình trụ.

30. Viết công thức tính *nửa góc ở đỉnh* của một hình nón (góc  $\alpha$  của tam giác vuông OAS) sao cho diện tích mặt khai triển của mặt nón bằng một phần tư diện tích của hình tròn (bán kính SA).

31. Hình khai triển của mặt xung quanh của một hình nón là một hình quạt, bán kính hình quạt đó là 16cm, số đo cung là  $120^\circ$ . Tang của nửa góc ở đỉnh của hình nón là:

- (A)  $\frac{\sqrt{2}}{4}$ ;      (B)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$       (C)  $\sqrt{2}$       (D)  $2\sqrt{2}$

Hãy chọn kết quả đúng.



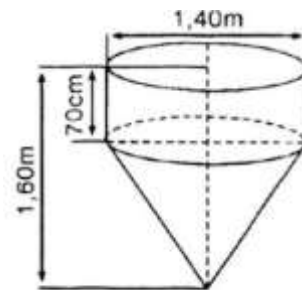
32. Hãy tính diện tích xung quanh của hình nón cụt biết hai bán kính đáy là  $a, b$  ( $a < b$ ) và độ dài đường sinh là  $l$  ( $a, b, l$  có cùng đơn vị đo)

33. Hãy điền đủ vào các ô trống cho ở bảng sau (đơn vị độ dài: cm):

Hình	Bán kính đáy $r$ (cm)	Đường kính đáy $d$ (cm)	Chiều cao $h$ (cm)	Độ dài đường sinh $l$ (cm)	Thể tích $V$ ( $\text{cm}^3$ )
	5		12		
		16	15		
	7			25	
		40		29	

34. Một dụng cụ gồm một phần có dạng hình trụ, phần còn lại có dạng hình nón. Các kích thước cho trên hình 100. Hãy tính:

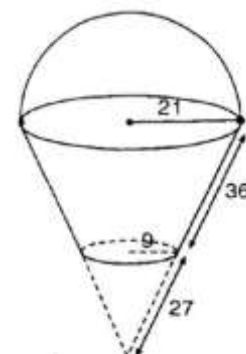
- Thể tích của dụng cụ này
- Diện tích mặt ngoài của dụng cụ (không tính nắp đáy)



Hình 100

35. Một cái xô bằng inox có dạng hình nón cụt đựng hóa chất, có các kích thước cho ở hình 101 (đơn vị: cm).

- Hãy tính diện tích xung quanh của xô
- Khi xô chứa đầy hóa chất thì dung tích của nó là bao nhiêu?



Hình 101

36. Cối xay gió của Đôn-ki-hô-tê (từ tác phẩm của Xéc-van-téc (Cervantès)).

Phần trên của cối xay gió có dạng một hình nón (h.102). Chiều cao của hình nón là 42cm và thể tích của nó là  $17\,600\text{ cm}^3$ .

Em hãy giúp chàng Đôn-ki-hô-tê tính bán kính đáy của hình nón (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai).

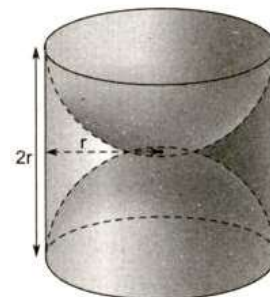


Hình 102

37. Nếu thể tích của một hình cầu là  $113\frac{1}{7}\text{ cm}^3$  thì trong các kết quả sau đây, kết quả nào là bán kính của nó (lấy  $\approx \frac{22}{7}$ )?

- 2 cm;
- 3 cm;
- 5 cm;
- 6 cm;
- Một kết quả khác

38. Một khối gỗ dạng hình trụ, bán kính đường tròn đáy là  $r$ , chiều cao  $2r$  (đơn vị:cm). Người ta khoét rỗng hai nửa hình cầu như hình 108. Hãy tính diện tích bề mặt của khối gỗ còn lại (diện tích cả ngoài lẫn trong).



Hình 108

39. *Dụng cụ thể thao.* Các loại bóng cho trong bảng đều có dạng hình cầu. Hãy điền vào các ô trống ở bảng sau(làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai):

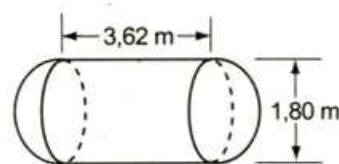
Loại bóng	Quả bóng gôn	Quả khúc côn cầu	Quả ten-nít	Quả bóng bàn	Quả bi-a
Đường kính	42,7 mm		6,5 cm	40 mm	61 mm
Độ dài đường tròn lớn		23 cm			
Diện tích					
Thể tích					

*Khinh khí cầu của nhà Mông-gôn-fi-ê (Montgolfier)*

Ngày 4-6-1783, anh em nhà Mông-gôn-fi-ê (người Pháp) phát minh ra khinh khí cầu dùng không khí nóng. Coi khinh khí cầu này là hình cầu có đường kính 11m. Hãy tính diện tích mặt khinh khí cầu đó (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai).

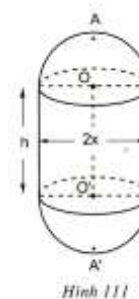


40. Một cái bồn chứa xăng gồm hai nửa hình cầu và một hình trụ (h.110).



Hình 110

41. Một chi tiết máy gồm một hình trụ và hai nửa hình cầu với các kích thước đã cho trên hình 111 (đơn vị: cm).



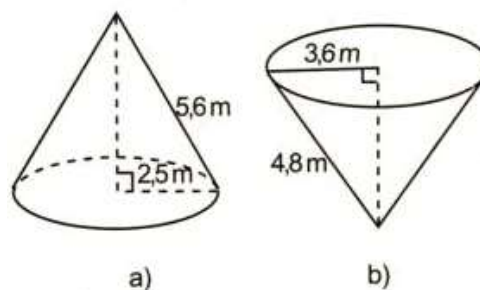
- Tìm một hệ thức giữa  $x$  và  $h$  khi  $AA'$  có độ dài không đổi và bằng  $2a$ .
- Với điều kiện ở a), hãy tính diện tích bề mặt và thể tích của chi tiết máy theo  $x$  và  $a$ .

42. Cho nửa đường tròn tâm  $O$ , đường kính  $AB = 2R$ ,  $Ax$  và  $By$  là hai tiếp tuyến với nửa đường tròn tại  $A$  và  $B$ . Lấy trên tia  $Ax$  điểm  $M$  rồi vẽ tiếp tuyến  $MP$  cắt  $By$  tại  $N$ .

- Chứng minh rằng  $MON$  và  $APB$  là hai tam giác vuông đồng dạng.
- Chứng minh  $AM \cdot BN = R^2$
- Tính tỉ số  $\frac{S_{MON}}{S_{APB}}$  khi  $AM = \frac{R}{2}$
- Tính thể tích của hình do nửa hình tròn  $APB$  quay quanh  $AB$  sinh ra.

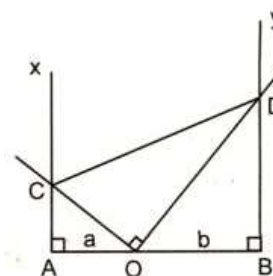
43. Một hình chữ nhật  $ABCD$  có  $AB > AD$ , diện tích và chu vi của nó theo thứ tự là  $2a^2$  và  $6a$ . Cho hình vẽ quay xung quanh cạnh  $AB$ , ta được một hình trụ. Tính diện tích xung quanh và thể tích của hình trụ này.

44. Hãy tính diện tích toàn phần của các hình tương ứng theo các kích thước đã cho trên hình 115.



Hình 115

45. Cho ba điểm  $A, O, B$  thẳng hàng theo thứ tự đó,  $OA = a$ ,  $OB = b$  ( $a, b$  cùng đơn vị: cm). Qua  $A$  và  $B$  vẽ theo thứ tự các tia  $Ax$  và  $By$  cùng vuông góc với  $AB$  và cùng phía với  $AB$ . Qua  $O$  vẽ hai tia vuông góc với nhau và cắt  $Ax$  ở  $C$ ,  $By$  ở  $D$  (xem hình 116).

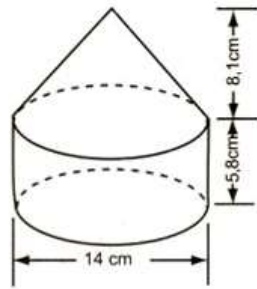


Hình 116

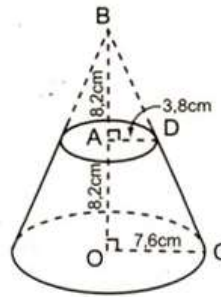
- Chứng minh  $AOC$  và  $BDO$  là hai tam giác đồng dạng; từ đó suy ra tích  $AC \cdot BD$  không đổi.
- Tính diện tích hình thang  $ABCD$  khi  $\widehat{COA} = 60^\circ$

c) Với  $\widehat{COA} = 60^\circ$  cho hình vẽ quay xung quanh AB. Tính tỉ số thể tích các hình do các tam giác AOC và BOD tạo thành.

46. Hãy tính thể tích các hình dưới đây theo kích thước đã cho (h.117).

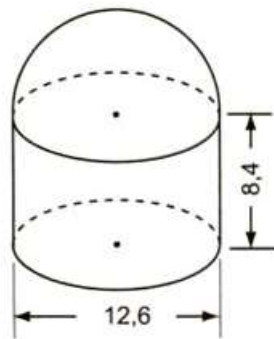


a)

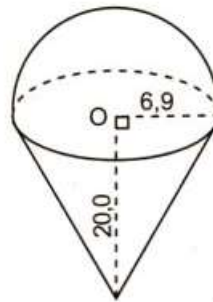


b)

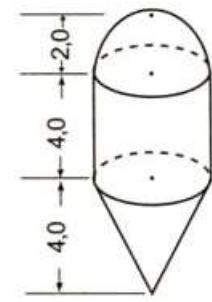
47. Hãy tính thể tích các hình dưới đây theo kích thước đã cho (h.118) (đơn vị: cm).



a)



b)

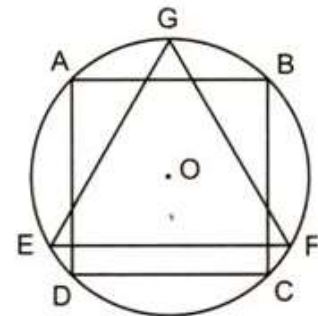


c)

Hình 118

48. Cho hình

vuông ABCD nội tiếp đường tròn tâm O, bán kính R và GEF là tam giác đều nội tiếp đường tròn đó, EF là dây song song với AB (h.119). Cho hình đó quay xung quanh trục GO. Chứng minh rằng:



Hình 119

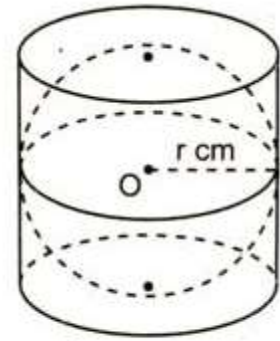
a) Bình phương thể tích của hình trụ sinh ra bởi hình vuông bằng tích của thể tích hình cầu sinh ra bởi hình tròn và thể tích hình nón do tam giác đều sinh ra.

b) Bình phương diện tích toàn phần của hình trụ bằng tích của diện tích hình cầu và diện tích toàn phần của hình nón.

49. Hình 120 mô tả một hình cầu được đặt khít vào trong một hình trụ, các kích thước cho trên hình vẽ.

Hãy tính:

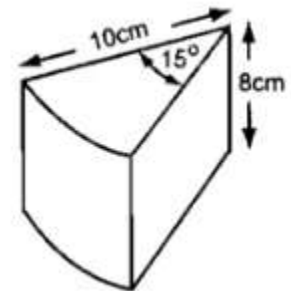
- Thể tích hình cầu.
- Thể tích hình trụ.
- Hiệu giữa thể tích hình trụ và thể tích hình cầu.
- Thể tích của một hình nón có bán kính đường tròn đáy là  $r$  cm và chiều cao  $2r$  cm.
- Từ các kết quả a), b), c), d) hãy tìm mối liên hệ giữa chúng.



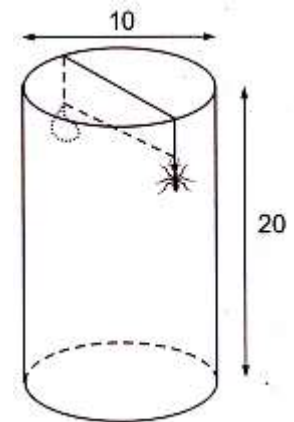
Hình 120

50. Một cái cốc hình trụ được đổ đầy sữa. Liệu em có thể rót ra đúng một nửa lượng sữa mà không cần phải sử dụng các dụng cụ đo hay không?

. Hình vẽ là một mẫu pho mát được cắt ra từ một khối pho mát dạng hình trụ (có các kích thước như trên hình vẽ). Khối lượng của mẫu pho mát là bao nhiêu? Biết rằng khối lượng riêng của pho mát là  $3g/cm^2$ .



51. Thành bên trong của một lọ thủy tinh dạng hình trụ có một giọt mật cách miệng lọ 3cm. Bên ngoài thành lọ có một con kiến đậu ở điểm đối diện với giọt mật qua tâm đường tròn (song song với đường tròn đáy – xem hình vẽ). Hãy chỉ ra đường đi ngắn nhất của con kiến để đến đúng giọt mật, biết rằng chiều cao của cái lọ là 20cm và đường kính đường tròn đáy là 10 cm (lấy  $\pi \approx 3,14$ )



52. Từ một hình nón, người thợ tiện có thể tiện ra một hình trụ cao nhưng “hẹp” hoặc một hình trụ rộng nhưng “thấp” Trong trường hợp nào thì thợ tiện loại bỏ ít vật liệu hơn?

53. Một chiếc xô hình nón cụt làm bằng tôn để đựng nước. Các bán kính đáy là 14cm và 9cm, chiều cao là 23cm.

- Tính dung tích của xô
- Tính diện tích tôn để làm xô (không kể diện tích các chỗ ghép)

54. Từ một khúc hình trụ cao 15cm người ta tiện thành một hình nón có thể tích lớn nhất. Biết phần gỗ bỏ đi có thể tích là  $640\pi \text{ cm}^3$

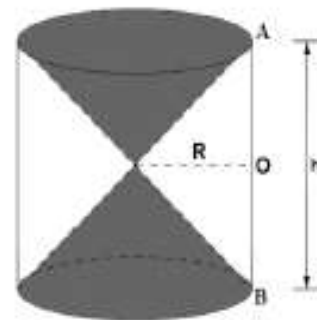
- Tính thể tích khúc gỗ hình trụ
- Tính diện tích xung quanh hình nón

55. Với hai quả dưa hấu (Xem như là hai hình cầu) một to và một nhỏ, tỉ số các đường kính của chúng là 5:4, nhưng giá của quả to gấp rưỡi giá của quả nhỏ. Bạn chọn mua quả nào thì lợi hơn? (xem “chất lượng” của chúng là như nhau)

56. Cho tam giác đều ABC cạnh a, đường cao AH. Ta quay nửa đường tròn nội tiếp và nửa đường tròn ngoại tiếp tam giác đều này một vòng quanh AH. Tính:

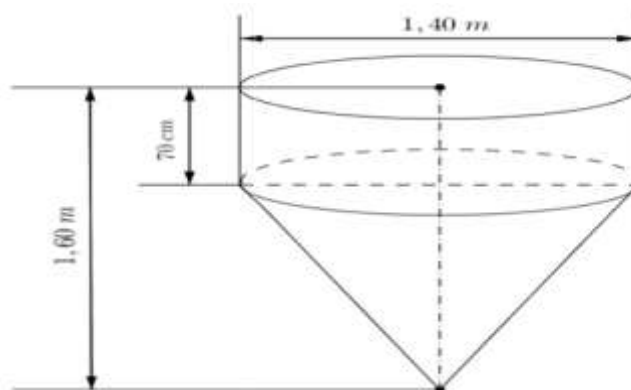
- Tỉ số diện tích hai mặt cầu nội tiếp và ngoại tiếp hình nón
- Tỉ số thể tích của hai hình cầu nói trên
- Tính thể tích phần không gian giới hạn bởi hình nón và hình cầu ngoại tiếp hình nón.

57. Hình bên cho ta hình ảnh của một đồng hồ cát với các kích thước kèm theo  $OA=OB$ . Khi đó tỉ số tổng thể tích của hai hình nón ( $V_n$ ) và thể tích của hình trụ ( $V_t$ ) bằng bao nhiêu.



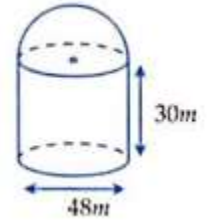
58. Để làm cống thoát nước cho một khu vực dân cư người ta cần đúc 500 ống hình trụ có đường kính trong và chiều cao của mỗi ống bằng 1m, độ dày của thành ống là 10 cm. Chọn mác bê tông là 250 (tức mỗi khối bê tông là 7 bao xi măng). Hỏi phải chuẩn bị bao nhiêu bao xi-măng để làm đủ số ống nói trên.

59. Một phần dụng cụ gồm một phần có dạng trụ, phần còn lại có dạng nón, một hình trụ, đường kính đáy 1,4m, chiều cao 70cm, và một hình nón, bán kính đáy bằng bán kính hình trụ, chiều cao hình nón bằng 0,9m (Các kích thước cho trên hình 100).

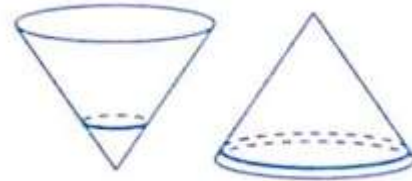


Khi đó diện tích mặt ngoài của dụng cụ (Không tính nắp đáy) có giá trị là bao nhiêu.

60. Một cái tháp khổng lồ có thân là hình trụ và mái là một nửa hình cầu. Người ta muốn sơn toàn bộ mặt ngoài của tháp (kể cả mái). Tính diện tích  $S$  cần sơn (làm tròn đến mét vuông).



61. Một cái phễu có dạng hình nón. Người ta đổ một lượng nước vào phễu sao cho chiều cao của lượng nước trong phễu bằng  $\frac{1}{3}$  chiều cao của phễu. Hỏi nếu bịt kín miệng phễu rồi đảo lộn ngược phễu lên thì chiều cao của nước bằng bao nhiêu? Biết rằng chiều cao của phễu là  $15\text{ cm}$ .



62. Hộp phô mai có dạng hình trụ, đường kính đáy là  $12,2\text{ cm}$  và chiều cao là  $2,4\text{ cm}$

- Biết rằng 8 miếng phô mai được xếp nằm sát bên trong hộp và độ dày của giấy gói từng miếng là ko đáng kể. Hỏi thể tích của một miếng phô mai là bao nhiêu ?
- Tính diện tích giấy gói được sử dụng cho một miếng phô mai ( Ghi kết quả gần đúng chính xác đến 1 chữ số thập phân sau dấu phẩy )