

Tuần từ 13/04/2020 đến 18/04/2020

CHỦ ĐỀ : BÀI TOÁN BẬC HAI

PHẦN 1, 2: PHƯƠNG TRÌNH QUY VỀ PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI, GIẢI BÀI TOÁN BẰNG CÁCH LẬP PHƯƠNG TRÌNH

A. Kiến thức cần nhớ:

I. Phương trình quy về phương trình bậc hai:

1. Phương trình trùng phương:

Phương trình có dạng $ax^4 + bx^2 + c = 0$ với $a \neq 0$ được gọi là *phương trình trùng phương*.

Bằng cách đặt $t = x^2$, với $t \geq 0$, ta được phương trình bậc hai theo ẩn t :
 $at^2 + bt + c = 0$

Để giải phương trình $ax^4 + bx^2 + c = 0$ với $a \neq 0$, ta làm theo các bước sau đây:

- **Bước 1:** Đặt $t = x^2$,. Điều kiện $t \geq 0$
- **Bước 2:** Giải phương trình bậc hai $at^2 + bt + c = 0$, tìm ra t
- **Bước 3:** Với mỗi giá trị của t thỏa mãn điều kiện $t \geq 0$, giải phương trình $x^2 = t$
- **Bước 4:** Kết luận nghiệm của phương trình ban đầu

Ví dụ 1: Giải phương trình $x^4 - 3x^2 - 4 = 0$

Giải

Bước 1: Đặt $t = x^2$,. Điều kiện $t \geq 0$

Bước 2: Ta được phương trình bậc hai với ẩn t như sau:

$$t^2 - 3t - 4 = 0 \quad (1)$$

$$(a = 1, b = -3, c = -4)$$

Giải phương trình (1)

$$\text{ta có: } \Delta = b^2 - 4ac = (-3)^2 - 4.1.(-4) = 25 > 0$$

⇒ Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt:

$$t_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-3) - \sqrt{25}}{2 \cdot 1} = -1 < 0 \quad (\text{loại})$$

$$t_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-3) + \sqrt{25}}{2 \cdot 1} = 4 > 0 \quad (\text{nhận})$$

Bước 3: Với $t = t_2 = 4 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm \sqrt{4} = \pm 2$

Bước 4: Vậy phương trình đã cho có hai nghiệm $x_1 = 2, x_2 = -2$

2. Phương trình chứa ẩn ở mẫu:

Để giải phương trình chứa ẩn ở mẫu, ta thực hiện các bước như sau:

Bước 1: Tìm điều kiện xác định (ĐKXĐ) của phương trình.

Bước 2: Quy đồng mẫu hai vế rồi khử mẫu.

Bước 3: Giải phương trình vừa nhận được.

Bước 4: Đối chiếu điều kiện xác định với các kết quả vừa nhận được và kết luận nghiệm.

Ví dụ 2: Giải phương trình chứa ẩn ở mẫu sau :

$$\frac{x-1}{x+1} - \frac{x+1}{x-1} = \frac{x^2}{x^2-1}$$

Giải

$$\frac{x-1}{x+1} - \frac{x+1}{x-1} = \frac{x^2}{x^2-1}$$

$$\Leftrightarrow \frac{x-1}{x+1} - \frac{x+1}{x-1} = \frac{x^2}{(x+1)(x-1)}$$

Bước 1: Điều kiện xác định: $x \neq 1$ và $x \neq -1$

Bước 2: Quy đồng mẫu thức hai vế của phương trình ta được:

$$\frac{(x-1)(x-1)}{(x+1)(x-1)} - \frac{(x+1)(x+1)}{(x+1)(x-1)} = \frac{x^2}{(x+1)(x-1)}$$

Bỏ mẫu hai vế của phương trình ta được:

$$(x-1)(x-1) - (x+1)(x+1) = x^2$$

$$\Leftrightarrow (x-1)^2 - (x+1)^2 = x^2$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 - x^2 - 2x - 1 - x^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow -x^2 - 4x = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 4x = 0$$

Bước 3: Giải phương trình bậc hai $x^2 + 4x = 0$

$$\Leftrightarrow x = 0 \text{ (nhận) hay } x = -4 \text{ (nhận)}$$

Bước 4: Vậy phương trình đã cho có hai nghiệm $x_1 = 0, x_2 = -4$

3. Phương trình tích:

Để giải phương trình tích, ta áp dụng tính chất $A.B = 0 \Leftrightarrow A = 0$ hoặc $B = 0$

Ví dụ 3: Giải các phương trình sau:

a) $(1 - 3x)(2x + 5) = 0$

b) $(x - 1)(x^2 - 4x + 3) = 0$

Giải:

a) $(1 - 3x)(2x + 5) = 0$

$$\Leftrightarrow 1 - 3x = 0 \text{ hoặc } 2x + 5 = 0$$

$$\Leftrightarrow 3x = 1 \text{ hoặc } 2x = -5$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{1}{3} \text{ hoặc } x = -\frac{5}{2}$$

Vậy phương trình đã cho có nghiệm $x = \frac{1}{3}, x = -\frac{5}{2}$

b) $(x - 1)(x^2 - 4x + 3) = 0$

$$\Leftrightarrow x - 1 = 0 \text{ hoặc } x^2 - 4x + 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 1 \text{ hoặc } (x - 1)(x - 3) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 1 \text{ hoặc } x - 1 = 0 \text{ hoặc } x - 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 1 \text{ hoặc } x = 3$$

Vậy phương trình đã cho có nghiệm $x = 1, x = 3$

II. Giải bài toán bằng cách lập phương trình.

Các bước giải bài toán bằng cách lập phương trình:

Bước 1: Lập phương trình: Chọn ẩn và tìm điều kiện của ẩn (thông thường ẩn là đại lượng mà bài toán yêu cầu tìm).

Bước 2: Lập bảng

	Đại lượng 1	Đại lượng 2	Đại lượng 3
Liên hệ lúc đầu			
Liên hệ lúc sau			
Phương trình			

Bước 3: Trình bày lời giải bài toán.

Ví dụ: Giải bài toán sau: Một đội xe theo kế hoạch chở hết 140 tấn hàng trong một số ngày qui định. Do mỗi ngày đội đó chở vượt mức 5 tấn nên đội đó hoàn thành kế hoạch sớm hơn thời gian qui định 1 ngày và chở thêm được 10 tấn. Hỏi theo kế hoạch đội xe chở hàng hết bao nhiêu ngày?

Phân tích bài toán:

Bước 1: Gọi x (ngày) là thời gian đội xe chở hàng theo kế hoạch ($x > 1$)

Bước 2:

	Số hàng phải chở (tấn)	Số ngày phải chở (ngày)	Số hàng mỗi ngày phải chở (tấn)
Kế hoạch	140	x	$\frac{140}{x}$
Thực tế	$140+10=150$	$x-1$	$\frac{150}{x-1}$
Phương trình	$\frac{150}{x-1} - \frac{140}{x} = 5$		

Bước 3:**Giải:**

Gọi x (ngày) là thời gian đội xe chở hàng theo kế hoạch ($x > 1$)

Vì thực tế mỗi ngày đội đó chở vượt kế hoạch là 5 tấn nên ta có phương trình:

$$\frac{150}{x-1} - \frac{140}{x} = 5$$

$$\Leftrightarrow \frac{150x}{(x-1).x} - \frac{140(x-1)}{x(x-1)} = \frac{5x(x-1)}{x(x-1)}$$

$$\Leftrightarrow 150x - 140(x-1) = 5x(x-1)$$

$$\Leftrightarrow 150x - 140x + 140 = 5x^2 - 5x$$

$$\Leftrightarrow 10x + 140 - 5x^2 + 5x = 0$$

$$\Leftrightarrow -5x^2 + 15x + 140 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 3x - 28 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 7 \text{ (nhận vì } 7 > 1) \text{ hoặc } x = -4 \text{ (loại vì } -4 < 1)$$

Vậy theo kế hoạch đội xe chở hàng hết 7 ngày.

B. Bài tập:

Bài 1: Giải các phương trình trùng phương sau:

a) $2x^4 - 3x^2 + 1 = 0$

Đặt $t = x^2$, điều kiện $t \geq 0$

Ta được phương trình bậc hai với ẩn t như sau:

$$2t^2 - 3t + 1 = 0 \quad (1)$$

$$(a = 2, b = -3, c = 1)$$

Giải phương trình (1)

$$\text{ta có: } \Delta = b^2 - 4ac = (-3)^2 - 4.2.1 = 1 > 0$$

\Rightarrow Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt:

$$t_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-3) - \sqrt{1}}{2.2} = \frac{1}{2} > 0 \quad (\text{nhận})$$

$$t_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-3) + \sqrt{1}}{2.2} = 1 > 0 \quad (\text{nhận})$$

$$\text{Với } t = t_1 = \frac{1}{2} \Rightarrow x^2 = \frac{1}{2} \Rightarrow x = \pm \sqrt{\frac{1}{2}} = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\text{Với } t = t_2 = 1 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm \sqrt{1} = \pm 1$$

Vậy phương trình đã cho có bốn nghiệm $x_1 = \frac{-\sqrt{2}}{2}, x_2 = \frac{\sqrt{2}}{2}, x_3 = -1, x_4 = 1$

b) $x^4 - x^2 - 6 = 0$

c) $6x^4 - x^2 = 2x^4 + 4x^2 + 9$

d) $(x^2 - 2)(x^2 + 4) = x^2 + 12$

Bài 2: Thực hiện kế hoạch mùa hè xanh, lớp 9A được phân công trồng 420 cây. Lớp dự định chia đều số cây cho mỗi học sinh trong lớp. Nhưng đến giờ trồng cây, có 5 bạn vắng, vì vậy mỗi bạn phải trồng thêm 2 cây nữa so với quy định. Hỏi lớp 9A có bao nhiêu học sinh?