

§4. ĐƯỜNG TRUNG BÌNH CỦA TAM GIÁC, HÌNH THANG.

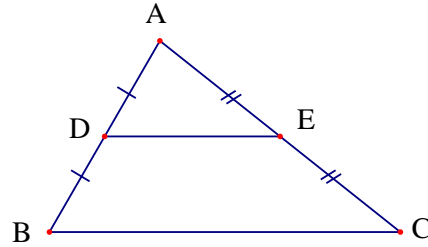
1. Đường trung bình của tam giác:

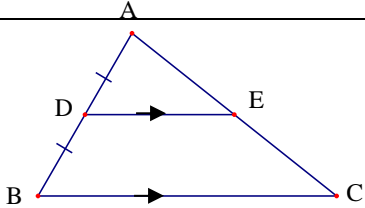
Định nghĩa:

ΔABC có:

$$\begin{cases} D \text{ trung điểm } AB \\ E \text{ trung điểm } AC \end{cases}$$

$\Rightarrow DE$ là đường trung bình của ΔABC .



Định lí 1	Định lí 2
<p>ΔABC có:</p> $\begin{cases} DA = DB \\ DE // BC \end{cases}$ <p>$\Rightarrow AE = EC$</p> 	<p>DE là đường trung bình của ΔABC</p> <p>$\Rightarrow DE // BC$ và $DE = \frac{BC}{2}$</p>

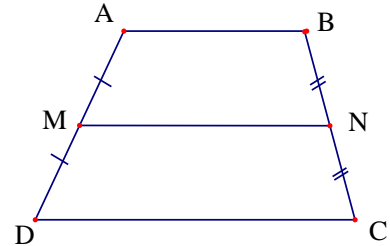
2. Đường trung bình của hình thang

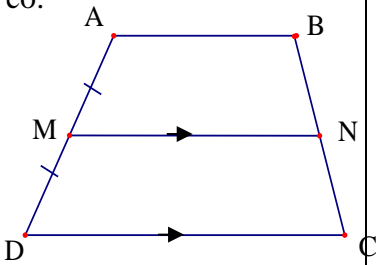
Định nghĩa:

Hình thang $ABCD$ ($AB // CD$) có:

$$\begin{cases} M \text{ trung điểm } AD \\ N \text{ trung điểm } BC \end{cases}$$

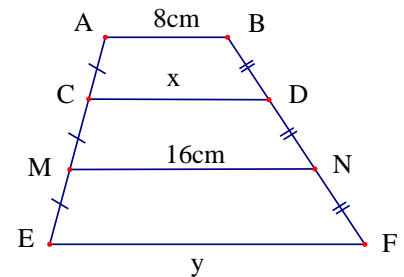
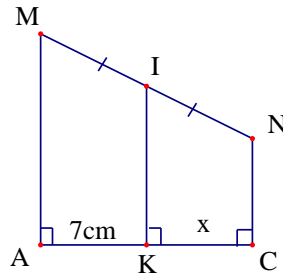
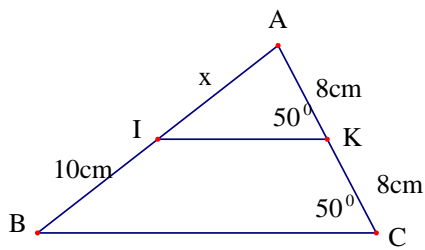
$\Rightarrow MN$ là đường trung bình hình thang $ABCD$.



Định lí 1	Định lí 2
<p>Hình thang $ABCD$ có:</p> $\begin{cases} MA = MD \\ MN // DC \end{cases}$ <p>$\Rightarrow NB = NC$</p> 	<p>MN là đường trung bình của hình thang $ABCD$</p> <p>$\Rightarrow MN // AB // CD$ và $MN = \frac{AB+CD}{2}$</p>



1. Tìm x, y



$AB // CD // MN // EF$

2. Cho ΔABC cân tại A. Gọi M, N, P là trung điểm AB, AC, BC.

a) Chứng minh : MNCB là hình thang cân.

b) Cho $MP = 3\text{cm}$. Tính AC.

3. Cho ΔABC cân tại A có đường cao AH. Gọi E, F là trung điểm AB, AC. EF cắt AH tại K.

a) Cm: $AH \perp EF$.

b) Cm: $KA = KH$.

4. Cho ΔABC , trung tuyến AM. Lấy D trên AC sao cho $DA = \frac{1}{2}DC$. Gọi I là giao điểm của AM và DB, gọi E là trung điểm DC.

a) Chứng minh $AD = DE = EC$.

b) Chứng minh DEMB là hình thang.

c) Chứng minh $IA = IM$.

5. Hình thang ABCD có đáy AB, CD. Gọi E, F, K là trung điểm AD, BC, BD.

a) Chứng minh : $AB // KF$.

b) Cho $AB = 4\text{cm}$. Tính KE.

c) Chứng minh : K, E, F thẳng hàng

6. Cho ΔABC cân tại A, trên AB và AC lấy các điểm M, N sao cho $BM = CN$.

a) Chứng minh ΔAMN cân và $\Delta AMN = \Delta ABC$.

- b) MNCB là hình gì?
- c) Gọi E, F, G, H là trung điểm của AM, AN, NC, MB. Chứng minh : EFGH là hình thang cân.
- d) $EF = 3\text{cm}$, $GH = 8\text{cm}$. Tính BC.
7. Cho ΔABC , các trung tuyến CD và BE cắt nhau tại G. Gọi I, K lần lượt là trung điểm của GB, GC. CM: $DE \parallel IK$ và $DE = IK$.
8. Cho ΔABC , đường cao AH. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm BC, CA, AB. Gọi Q là giao điểm của NP cắt AH. Chứng minh:
- a) MNQH là hình thang vuông.
- b) MNPH là hình thang cân.
9. Cho ΔABC , các trung tuyến BM, CN cắt nhau tại G. Gọi P, Q lần lượt là trung điểm của GB và BC. Chứng minh:
- a) BNMC là hình thang. b) PQCG là hình thang.
10. Cho ΔABC , các trung tuyến CD và BE cắt nhau tại G. Gọi I, K lần lượt là trung điểm của GB, GC. CM: $DI \parallel EK$, $DI = EK$.
11. Cho hình thang cân ABCD ($AB \parallel CD$, $AB < CD$); M, N lần lượt là trung điểm của AC và BD. Chứng minh ABMN và DCMN là hình thang cân.
12. Cho ΔABC cân tại A, $AM \perp BC$. Trên tia đối của tia AB lấy $AD = AB$.
- a) Chứng minh : $BD = 2CA$. Tính số đo BCD .
- b) Gọi N là trung điểm của CD. Chứng minh $MN = AC$ và $AN \perp AM$.
13. Cho ΔABC cân tại A, $AM \perp BC$; N là trung điểm AC. Kẻ $Ax \parallel BC$ và Ax cắt MN tại E. Chứng minh
- a) $Ax \perp AM$; b) $ME \parallel AB$; c) $ME = AC$.
14. Cho ΔABC vuông tại A, trung tuyến AM; I là trung điểm AC. Chứng minh
- a) $MI \perp AC$ b) ΔMAC cân c) $BC = 2AM$.
15. Cho ΔABC , các điểm D, E thuộc cạnh AC sao cho $AD = DE = EC$. Gọi M là trung điểm của BC, I là giao điểm của BD và AM.
- a) CM : ME là đường trung bình của $\Delta BCD \Rightarrow ME \parallel ID$.
- b) CM : I là trung điểm của AM.
16. Cho ΔABC , đường trung tuyến AM. Gọi D là trung điểm AM, E là giao điểm của BD và AC. Chứng minh rằng $AE = \frac{1}{2} EC$.

17. Cho ΔABC , các đường trung tuyến BD, CE cắt nhau tại G . Gọi I, K lần lượt là trung điểm của GB, GC . Chứng minh rằng
- a) IK là đường trung bình của ΔGBC . b) $IK = ED$ và $IK \parallel ED$.
18. Hình thang $ABCD$ có đáy AB và DC . Gọi E, F, I theo thứ tự là trung điểm của AD, BC và AC .
- a) Chứng minh IE là đường trung bình của ΔADC và EF là đường trung bình của hình thang $ABCD$.
- b) Chứng minh 3 điểm E, I, F thẳng hàng.
- c) Gọi K là giao điểm EF và BD . Chứng minh : $KB = KD$
- d) Chứng minh : $IE = KF$ và $KE = IF$.
- e) Cho biết $AB = 6\text{cm}; CD = 10\text{cm}$. Tính IK .
19. Cho tứ giác $ABCD$. Gọi E, F, K lần lượt là trung điểm các cạnh AD, BC, AC .
- a) So sánh EK và CD ; FK và AB
- b) Chứng minh rằng $EF \leq \frac{AB + CD}{2}$
20. Hình thang $ABCD$ có đáy AB và DC . Gọi M, N theo thứ tự là trung điểm của AD, BC . Gọi I, K theo thứ tự là giao điểm của MN với BD, AC . Biết $AB = 6\text{cm}, CD = 14\text{cm}$. Tính độ dài MI, IK, KN .
21. Cho tam giác ABC có các đường trung tuyến BD, CE . Gọi M, N theo thứ tự là trung điểm của BE, CD . Gọi I, K theo thứ tự là giao điểm của MN với BD, CE . Chứng minh $MI=IK=KN$.
22. Cho tam giác ABC , đường trung tuyến AM . Gọi O là trung điểm của AM . Qua O kẻ đường thẳng d cắt các cạnh AB và AC . Gọi AA', BB', CC' là các đường vuông góc kẻ từ A, B, C đến đường thẳng d . Chứng minh rằng : $AA' = \frac{BB' + CC'}{2}$
23. *Cho tam giác ABC , trọng tâm G . Vẽ đường thẳng d qua G , cắt các đoạn thẳng AB, AC . Gọi A', B', C' là hình chiếu của A, B, C trên d . Chứng minh $AA' = BB' + CC'$.
24. *Cho ba điểm A, B, C theo thứ tự ấy nằm trên đường thẳng d , biết $AB > BC$. Trong cùng một nửa mặt phẳng bờ là d vẽ hai tam giác đều ADB, BEC . Gọi M, N, P, Q, I theo thứ tự là trung điểm của các đoạn thẳng BD, AE, BE, CD và DE .
- a) Chứng minh I, M, N thẳng hàng và ba điểm I, Q, P thẳng hàng.
- b) Chứng minh tứ giác $MNPQ$ là hình thang cân.
- c) $NQ = \frac{1}{2}DE$

25. *Cho 3 điểm A, M, B thẳng hàng ($MA > MB$). Trên cùng một nửa mặt phẳng có bờ AB, vẽ các tam giác đều AMC, BMD. Gọi E, F, I, K theo thứ tự là trung điểm của CM, CB, DM, DA. Chứng minh EFIK là hình thang cân và $KF = \frac{CD}{2}$.