CHỦ ĐỀ TUẦN 28

- **ĐẠI SỐ:**
  - **ĐA THỨC MỘT BIẾN**
  - **CỘNG TRỪ ĐA THỨC MỘT BIẾN**
- **HÌNH HỌC:**
  - **TÍNH CHẤT ĐƯỜNG TRUNG TRỰC CỦA MỘT ĐOẠN THẲNG**
  - **LUYỆN TẬP**

ĐẠI SỐ

ĐA THỨC MỘT BIẾN

A. Lý thuyết

1. Đa thức một biến

• Đa thức một biến là tổng của những đơn thức của cùng một biến.

• Một số được coi là một đa thức một biến.

• Bậc của đa thức một biến (khác đa thức không, đã thu gọn) là số mũ lớn nhất của biến trong đa thức đó.

Ví dụ 1: Đa thức $5x^5 + 4x^3 - 2x^2 + x$ là đa thức một biến (biến x); bậc của đa thức là 5.

Ví dụ 2: Cho đa thức sau: $5x^7 - 7x^6 + 5x^5 - 4x^4 + 7x^6 - 3x^2 + 1 - 5x^7 - 3x^5$

Bậc của đa thức đã cho là bao nhiêu?

Hướng dẫn giải:

Thu gọn đa thức ta được:

$$5x^7 - 7x^6 + 5x^5 - 4x^4 + 7x^6 - 3x^2 + 1 - 5x^7 - 3x^5$$

$$= \left(5x^7 - 5x^7\right) + \left(-7x^6 + 7x^6\right) + \left(5x^5 - 3x^5\right) - 4x^4 - 3x^2 + 1$$

$$= 2x^5 - 4x^4 - 3x^2 + 1$$

Đa thức đã cho có bậc là 5.

2. Sắp xếp một đa thức một biến

Để thuận lợi cho việc tính toán đối với các đa thức một biến, người ta thường sắp xếp các hạng tử của chúng theo lũy thừa tăng hoặc giảm của biến.

Ví dụ 1: Đối với đa thức $P(x) = 6x + 3 - 6x^2 + x^3 + 2x^4$

+ Khi sắp xếp các hạng tử của nó theo lũy thừa giảm của biến, ta được:

$P(x) = 2x^4 + x^3 - 6x^2 + 6x + 3$

+ Khi sắp xếp các hạng tử của nó theo lũy thừa tăng của biến, ta được:

$P(x) = 3 + 6x - 6x^2 + x^3 + 2x^4$

Nhận xét:

Mọi đa thức bậc 2 của biến x, sau khi đã sắp xếp các hạng tử của chúng theo lũy thừa giảm của biến, đều có dạng: $ax^2 + bx + c$

Trong đó a,b,c là các số cho trước và $a \neq 0$.

Chú ý:

+ Để sắp xếp các hạng tử của một đa thức, trước hết ta phải thu gọn đa thức đó.

+ Những chữ đại diện cho các số xác định cho trước được gọi là hằng số.

Ví dụ 2: Cho đa thức $P(x) = 2 + 5x^2 - 3x^3 + 4x - 2x - x^3 + 6x^5$. Thu gọn và sắp xếp đa thức

$P(x) = 2 + 5x^2 - 3x^3 + 4x^2 - 2x - x^3 + 6x^5$

$= 6x^5 + (-3x^3 - x^3) + (5x^2 + 4x^2) - 2x + 2$

$= 6x^5 - 4x^3 + 9x^2 - 2x + 2$

3. Hệ số

Hệ số của lũy thừa bậc 0 của biến gọi là hệ số tự do; hệ số của lũy thừa cao nhất của biến gọi là hệ số cao nhất.

Ví dụ: Các hệ số của đa thức $6x^5 - x^4 + 5x^2 - x + 2$ là 6; -1; 5; -1; 2

Hệ số tự do là: 2

Hệ số cao nhất là: 6

B. Bài tập

Bài 1: Thu gọn các đa thức sau và sắp xếp theo lũy thừa giảm dần của biến

a) $2x^3 - x^5 + 3x^4 + x^2 - (1/2)x^3 + 3x^5 - 2x^2 - x^4 + 1$

b) $x^7 - 3x^4 + 2x^3 - x^2 - x^4 - x + x^7 - x^3 + 5$

Hướng dẫn giải:

a) Ta có:

$$2x^3 - x^5 + 3x^4 + x^2 - \frac{1}{2}x^3 + 3x^5 - 2x^2 - x^4 + 1$$

$$= \left(2x^3 - \frac{1}{2}x^3\right) + \left(-x^5 + 3x^5\right) + \left(3x^4 - x^4\right) + \left(x^2 - 2x^2\right) + 1$$

$$= \frac{3}{2}x^3 + 2x^5 + 2x^4 - x^2 + 1$$

$$= 2x^5 + 2x^4 + \frac{3}{2}x^3 - x^2 + 1$$

b) Ta có:

$$x^7 - 3x^4 + 2x^3 - x^2 - x^4 - x + x^7 - x^3 + 5$$

$$= \left(x^7 + x^7\right) + \left(-3x^4 - x^4\right) + \left(2x^3 - x^3\right) + \left(-x^2\right) - x + 5$$

$$= 2x^7 - 4x^4 + x^3 - x^2 - x + 5$$

Bài 2: Tính giá trị của các biểu thức sau:

a) $x + x^2 + x^3 + x^4 + ... + x^{99} + x^{100}$ tại $x = -1$

b) $x^2 + x^4 + x^6 + ... + x^{98} + x^{100}$ tại $x = -1$

Hướng dẫn giải:

a) Thay $x = -1$ và ta được:

$$x + x^2 + x^3 + x^4 + \ldots + x^{99} + x^{100}$$

$$= (-1) + (-1)^2 + (-1)^3 + (-1)^4 + \ldots + (-1)^{99} + (-1)^{100}$$

$$= -1 + 1 - 1 + 1 - 1 + 1 + \ldots - 1 + 1 = 0$$

b) Thay $x = -1$ ta được:

$$x^2 + x^4 + x^6 + \ldots + x^{98} + x^{100}$$

$$= (-1)^2 + (-1)^4 + (-1)^6 + (-1)^8 + \ldots + (-1)^{98} + (-1)^{100}$$

$$= \underbrace{1 + 1 + 1 + 1 + \ldots + 1}_{50\ so\ hang} = 50$$

CỘNG; TRỪ ĐA THỨC MỘT BIẾN

A. Lý thuyết

Để cộng (hay trừ) các đa thức một biến, ta làm một trong hai cách sau:

• Cách 1: Cộng, trừ đa thức theo "hàng ngang"

• Cách 2: Sắp xếp các hạng tử của hai đa thức cùng theo lũy thừa giảm (hoặc tăng) của biến rồi đặt phép tính theo cột dọc tương ứng như cộng, trừ các số (chú ý đặt các đơn thức đồng dạng ở cùng một cột)

Ví dụ 1: Cho hai đa thức $P(x) = x^5 - 2x^4 + x^2 - x + 1$; $Q(x) = 6 - 2x + 3x^3 + x^4 - 3x^5$. Tính $P(x) - Q(x)$.

Ta có: $P(x) - Q(x) = (x^5 - 2x^4 + x^2 - x + 1) - (6 - 2x + 3x^3 + x^4 - 3x^5)$

$= x^5 - 2x^4 + x^2 - x + 1 - 6 + 2x - 3x^3 - x^4 + 3x^5$

$= (x^5 + 3x^5) + (-2x^4 - x^4) - 3x^3 + x^2 + (-x + 2x) + (1 - 6)$

$= 4x^5 - 3x^4 - 3x^3 + x^2 + x^5$

Ví dụ 2: Cho các đa thức

$f(x) = 3x^2 - 7 + 5x - 6x^2 - 4x^3 + 8 - 5x^5 - x^3$ $\qquad$ $g(x) = -x^4 + 2x - 1 + 2x^4 + 3x^3 + 2 - x$

a) Thu gọn các đa thức trên rồi sắp xếp chúng theo thứ tự giảm dần lũy thừa của biến

b) Xác định bậc của mỗi đa thức

c) Cho biết hệ số cao nhất và hệ số tự do của mỗi đa thức

d) Tính $f(x) + g(x)$ và $f(x) - g(x)$

Hướng dẫn giải:

a) Ta có

$f(x) = 3x^2 - 7 + 5x - 6x^2 - 4x^3 + 8 - 5x^5 - x^3$

$\Rightarrow f(x) = -5x^5 + (-4x^3 - x^3) + (3x^2 - 6x^2) + 5x + (-7 + 8)$

$\Rightarrow f(x) = -5x^5 - 5x^3 - 3x^2 + 5x + 1$

Lại có: $g(x) = -x^4 + 2x - 1 + 2x^4 + 3x^3 + 2 - x$

$\Rightarrow g(x) = (-x^4 + 2x^4) + 3x^3 + (2x - x) + (-1 + 2)$

$\Rightarrow g(x) = x^4 + 3x^3 + x + 1$

b) Đa thức f(x) có bậc 5.   Đa thức g(x) có bậc 4

c) Đa thức f(x) có hệ số cao nhất là -5 và hệ số tự do là 1.   Đa thức g(x) có hệ số cao nhất là 1 và hệ số tự do là 1

d) Ta có:

$$f(x)+g(x)=\left(-5x^5-5x^3-3x^2+5x+1\right)+\left(x^4+3x^3+x+1\right)$$

$$=-5x^5+x^4-2x^3-3x^2+6x+2$$

$$f(x)-g(x)=\left(-5x^5-5x^3-3x^2+5x+1\right)-\left(x^4+3x^3+x+1\right)$$

$$=-5x^5-x^4-8x^3-3x^2+4x$$

Ví dụ 3: Tìm đa thức h(x) sao cho f(x) - h(x) = g(x) biết

a) f(x) = $x^2 + x + 1$ và g(x) = $7x^5 + x^4 - 2x^3 + 4$

b) f(x) = $x^4 + 6x^3 - 4x^2 + 2x - 1$ và g(x) = x + 3

Hướng dẫn giải:

Có: $f(x)-h(x)=g(x)$

Suy ra h(x) = f(x) – g(x)

a) Ta có:

$$h(x)=f(x)-g(x)$$

$$=\left(x^2+x+1\right)-\left(7x^5+x^4-2x^3+4\right)$$

$$=-7x^5-x^4+2x^3+x^2+x-3$$

b) Ta có:

$$h(x)=f(x)-g(x)$$

$$=\left(x^4+6x^3-4x^2+2x-1\right)-(x+3)$$

$$=x^4+6x^3-4x^2+x-4$$

B. Bài tập

Bài 1: Cho đa thức P(x) = $-9x^3 + 5x^4 + 8x^2 - 15x^3 - 4x^2 - x^4 + 15 - 7x^3$. Tính P(1), P(0), P(-1)

Hướng dẫn giải:

Trước hết ta thu gọn đa thức:

$P(x) = -9x^3 + 5x^4 + 8x^2 - 15x^3 - 4x^2 - x^4 + 15 - 7x^3$

$= \left(-9x^3 - 7x^3 - 15x^3\right) + \left(5x^4 - x^4\right) + \left(8x^2 - 4x^2\right) + 15$

$= -31x^3 + 4x^4 + 4x^2 + 15$

$= 4x^4 - 31x^3 + 4x^2 + 15$

Khi đó ta có:

$P(1) = 4.(1)^4 - 31.(1)^3 + 4.(1)^2 + 15$
$= 4 - 31 + 4 + 15 = -8$

$P(0) = 4.(0)^4 - 31.(0)^3 + 4.(0)^2 + 15$
$= 0 - 0 + 0 + 15 = 15$

$P(-1) = 4.(-1)^4 - 31.(-1)^3 + 4.(-1)^2 + 15$
$= 4 + 31 + 4 + 15 = 54$

Bài 2: Cho đa thức : $A = -3x^3 + 4x^2 - 5x + 6$; $B = 3x^3 - 6x^2 + 5x - 4$

a) Tính C = A + B, D = A - B, E = C - D

b) Tính các giá trị của đa thức A, B, C, D tại x = -1

Hướng dẫn giải:

a) Ta có:

$C = A + B$

$= \left(-3x^3 + 4x^2 - 5x + 6\right) + \left(3x^3 - 6x^2 + 5x - 4\right)$

$= \left(-3x^3 + 3x^3\right) + \left(4x^2 - 6x^2\right) + \left(-5x + 5x\right) + (6 - 4)$

$= -2x^2 + 2$

$D = A - B$

$= \left(-3x^3 + 4x^2 - 5x + 6\right) - \left(3x^3 - 6x^2 + 5x - 4\right)$

$= \left(-3x^3 - 3x^3\right) + \left(4x^2 + 6x^2\right) + \left(-5x - 5x\right) + (6 + 4)$

$= -6x^3 + 10x^2 - 10x + 10$

$E = C - D$

$= \left(-2x^2 + 2\right) - \left(-6x^3 + 10x^2 - 10x + 10\right)$

$= -2x^2 + 2 + 6x^3 - 10x^2 + 10x - 10$

$= 6x^3 - 12x^2 + 10x - 8$

b) Tính giá trị biểu thức tại x = -1

$A = -3.(-1)^3 + 4.(-1)^2 - 5.(-1) + 6$

$= 3 + 4 + 5 + 6 = 18$

$B = 3.(-1)^3 - 6.(-1)^2 + 5.(-1) - 4$

$= -3 - 6 - 5 - 4 = -18$

$C = -2.(-1)^2 + 2 = 0$

$D = -6.(-1)^3 + 10.(-1)^2 - 10.(-1) + 10$

$= 6 + 10 + 10 + 10 = 36$

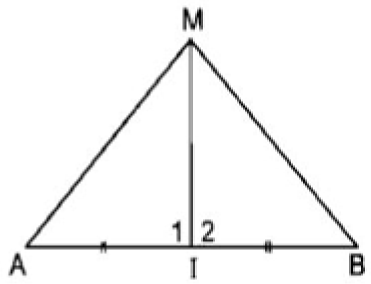
TÍNH CHẤT ĐƯỜNG TRUNG TRỰC CỦA MỘT ĐOẠN THẲNG

A. Lý thuyết

1. Định lý về tính chất các điểm thuộc đường trung trực

Điểm nằm trên đường trung trực của một đoạn thẳng thì cách đều hai mút của đoạn thẳng đó.

2. Định lý đảo



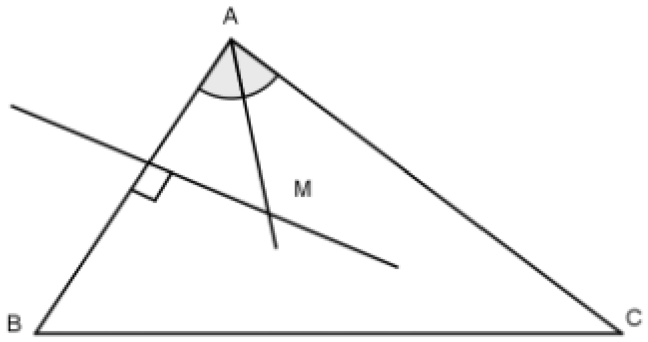
Điểm cách đều hai mút của một đoạn thẳng thì nằm trên đường trung trực của đoạn thẳng đó.

MA = MB ⇒ M thuộc đường trung trực của AB

Nhận xét: Từ hai định lý thuận và đảo, ta có: Tập hợp các điểm cách đều hai mút của một đoạn thẳng là đường trung trực của đoạn thẳng đó.

Ví dụ : Cho ΔABC. Hãy tìm một điểm cách đều hai cạnh AB, AC và cách đều hai đỉnh A, B

Hướng dẫn giải:



Mọi điểm trên tia phân giác của góc A thì cách đều hai cạnh AB, AC (tính chất tia phân giác của một góc)

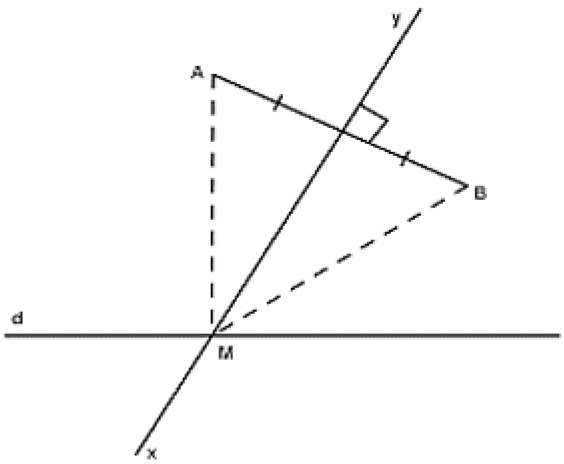
Mọi điểm trên đường trung trực của AB thì cách đều hai đỉnh A, B (tính chất đường trung trực của một đoạn thẳng)

Vậy điểm M cần tìm là giao điểm của đường phân giác góc A và đường trung trực của AB.

B. Bài tập

Bài 1: Cho đoạn thẳng AB thuộc nửa mặt phẳng bờ d. Xác định điểm M thuộc d sao cho M cách đều hai điểm A, B.

Hướng dẫn giải:



Vẽ trung trực xy của đoạn thẳng AB

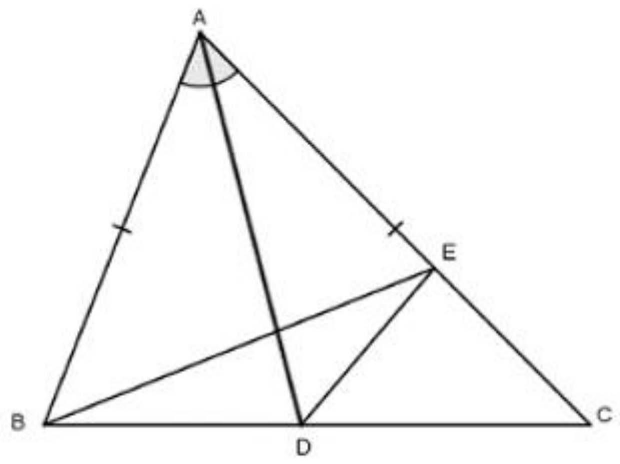
Giả sử xy cắt d tại điểm M, ta có: MA = MB

+ Nếu AB ⊥ d thì xy // d, ta không xác định được điểm M

+ Ngoài trường hợp AB ⊥ d , ta luôn xác định được điểm M và M là duy nhất.

Bài 2: : Cho tam giác ABC có AC > AB, phân giác AD. Trên AC lấy điểm E sao cho AE = AB. Chứng minh rằng AD vuông góc với BE.

Hướng dẫn giải:



Nối BE và ED

Xét ΔADB và ΔADE có:

AD cạnh chung

∠BAD = ∠EAD (AD là tia phân giác góc BAC)

AB = AE (gt)

Do đó: ∠ADB = ∠ADE (c-g-c)

Suy ra DB = DE ⇒ D thuộc đường trung trực của đoạn BE

Lại có AB = AE (gt) ⇒ A thuộc đường trung trực của đoạn BE

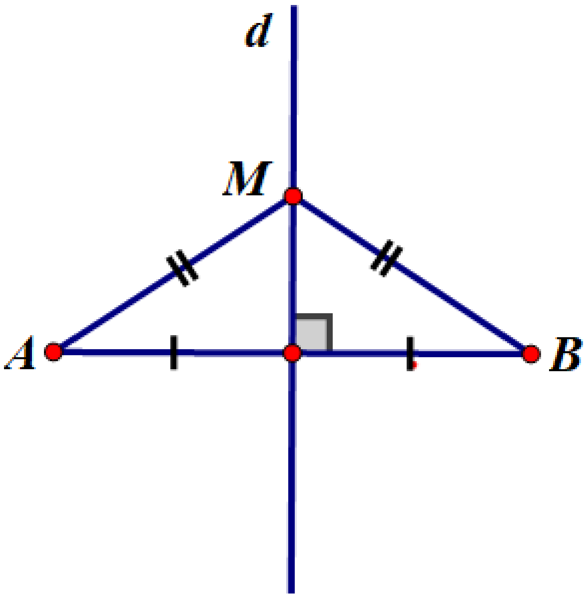
Do đó AD là đường trung trực của BE

Hay AD vuông góc với BE

LUYỆN TẬP

Bài 7 trang 75: Hãy viết giả thiết, kết luận của định lí.

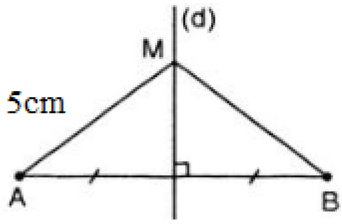
Lời giải



GT	ΔABM có d là đường trung trực; MA = MB.
KL	$M \in d$.

Bài 44 trang 76: Gọi M là điểm nằm trên đường trung trực của đoạn thẳng AB, cho đoạn thẳng MA có độ dài 5cm. Hỏi độ dài MB bằng bao nhiêu?

Lời giải:

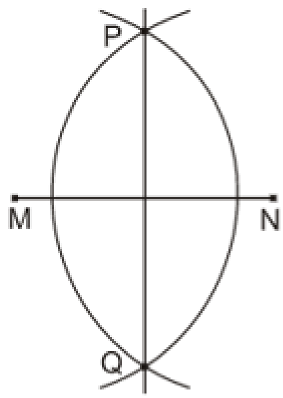


Điểm M thuộc đường trung trực của AB ⇒ MA = MB (định lí thuận)

Vì MA = 5cm nên MB = 5cm

Bài 45 trang 76: Chứng minh đường thẳng PQ được vẽ như trong hình 43 đúng là đường trung trực của đoạn thẳng MN.

Gợi ý: Sử dụng định lí 2



Hình 43

Lời giải:

Ta có : Hai cung tròn tâm M và N có bán kính bằng nhau và cắt nhau tại P, Q.

Nên MP = NP và MQ = NQ

⇒ P; Q cách đều hai mút M, N của đoạn thẳng MN

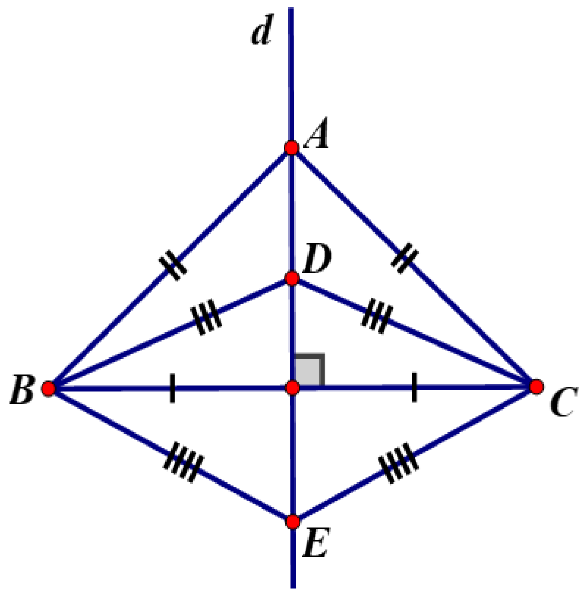
nên theo định lí 2 : P; Q thuộc đường trung trực của MN

hay đường thẳng qua P, Q là đường trung trực của MN.

Vậy PQ là đường trung trực của MN

Bài 46 trang 76: Cho ba tam giác cân ABC, DBC, EBC có chung đáy BC. Chứng minh ba điểm A, D, E thẳng hàng.

Lời giải:



Vì ΔABC cân tại A ⇒ AB = AC

⇒ A thuộc đường trung trực của BC.

Vì ΔDBC cân tại D ⇒ DB = DC

⇒ D thuộc đường trung trực của BC

Vì ΔEBC cân tại E ⇒ EB = EC

⇒ E thuộc đường trung trực của BC

Do đó A, D, E cùng thuộc đường trung trực của BC

Vậy A, D, E thẳng hàng