CHỦ ĐỀ TUẦN 29

- **ĐẠI SỐ:**
  - **LUYỆN TẬP**
  - **NGHIỆM CỦA ĐA THỨC MỘT BIẾN**
- **HÌNH HỌC:**
  - **TÍNH CHẤT BA ĐƯỜNG TRUNG TRỰC CỦA TAM GIÁC**
  - **LUYỆN TẬP**

ĐẠI SỐ

LUYỆN TẬP – CỘNG TRỪ ĐA THỨC MỘT BIẾN

Bài 49 trang 46 SGK: Hãy tìm bậc của mỗi đa thức sau:

$M = x^2 – 2xy + 5x^2 – 1$ $\qquad$ $N = x^2y^2 – y^2 + 5x^2 – 3x^2y + 5$

Lời giải:

a) Rút gọn đa thức M ta có :

$M = x^2 – 2xy + 5x^2 – 1 = (x^2+ 5x^2) – 2xy – 1 = 6x^2 – 2xy – 1$

Sau khi rút gọn, M có các hạng tử là:

$6x^2$ có bậc 2

$– 2xy$ có bậc 2

$– 1$ có bậc 0

Bậc của đa thức là bậc của hạng tử có bậc cao nhất

⇒ Đa thức $M = x^2 – 2xy + 5x^2 – 1$ có bậc 2.

b) $N = x^2y^2 – y^2 + 5x^2 – 3x^2y + 5$ có các hạng tử là

x^2y^2 có bậc 4 (vì biến x có bậc 2, biến y có bậc 2, tổng là 2 + 2 = 4)

$– y^2$ có bậc 2

$5x^2$ có bậc 2

$– 3x^2y$ có bậc 3 (vì biến x có bậc 2, biến y có bậc 1, tổng là 2 + 1 = 3)

5 có bậc 0

Bậc của đa thức là bậc của hạng tử có bậc cao nhất.

⇒ Đa thức $N = x^2y^2 - y^2 + 5x^2 - 3x^2y + 5$ có bậc 4

Bài 50 trang 46 SGK : Cho các đa thức:

$N = 15y^3 + 5y^2 - y^5 - 5y^2 - 4y^3 - 2y$ $M = y^2 + y^3 - 3y + 1 - y^2 + y^5 - y^3 + 7y^5$

a) Thu gọn các đa thức trên.

b) Tính N + M và N – M.

Lời giải:

a) $N = 15y^3 + 5y^2 - y^5 - 5y^2 - 4y^3 - 2y$

$= -y^5 + (15y^3 - 4y^3) + (5y^2 - 5y^2) - 2y$

$= -y^5 + 11y^3 + 0 - 2y$

$= - y^5 + 11y^3 - 2y.$

Và $M = y^2 + y^3 - 3y + 1 - y^2 + y^5 - y^3 + 7y^5$

$= (y^5 + 7y^5) + (y^3 - y^3) + (y^2 - y^2) - 3y + 1$

$= 8y^5 + 0 + 0 - 3y + 1.$

$= 8y^5 - 3y + 1.$

b) Ta đặt và thực hiện các phép tính N + M và N – M có

$$\begin{array}{rrrr} & N = & -y^5 & +11y^3 - 2y \\ - & & & \\ & M = & 8y^5 & -3y + 1 \\ \hline N - M & = & -9y^5 & +11y^3 + y - 1 \end{array}$$

Và

$$\begin{array}{rrrr} & N = & -y^5 & +11y^3 - 2y \\ + & & & \\ & M = & 8y^5 & -3y + 1 \\ \hline N + M & = & 7y^5 & +11y^3 - 5y + 1 \end{array}$$

Vậy: $N - M = -9y^5 + 11y^3 + y - 1$; $N + M = 7y^5 + 11y^3 - 5y + 1$

Bài 52 trang 46 SGK: Tính giá trị của đa thức $P(x) = x^2 - 2x - 8$ tại: $x = -1$; $x = 0$ và $x = 4$.

Lời giải:

Ta có $P(x) = x^2 – 2x – 8$

Thay $x = -1$ vào P(x), ta được:

$P(-1) = (-1)^2 - 2.(-1) - 8 = 1 + 2 – 8 = -5$.

Thay $x = 0$ vào P(x), ta được:

$P(0) = 0^2 - 2.0 – 8 = -8$.

Thay $x = 4$ vào P(x), ta được:

$P(4) = 4^2 - 2.4 – 8 = 16 – 8 – 8 = 0$.

Bài 53 trang 46 SGK: Cho các đa thức:

$P(x) = x^5 – 2x^4 + x^2 – x + 1$ $Q(x) = 6 – 2x + 3x^3 + x^4 – 3x^5$

Tính P(x) – Q(x) và Q(x) – P(x). Có nhận xét gì về các hệ số của hai đa thức tìm được?

Lời giải:

Sắp xếp lại các hạng tử của Q(x) ta có: $Q(x) = –3x^5 + x^4 + 3x^3 – 2x + 6$.

Đặt và thực hiện các phép tính P(x) – Q(x) và Q(x) – P(x), ta có:

$$
\begin{array}{rl}
- & \begin{array}{r} P(x) = x^5 - 2x^4 + x^2 - x + 1 \\ Q(x) = -3x^5 + x^4 + 3x^3 - 2x + 6 \end{array} \\ \hline
 & P(x) - Q(x) = 4x^5 - 3x^4 - 3x^3 + x^2 + x - 5
\end{array}
$$

Và:

$$
\begin{array}{rl}
- & \begin{array}{r} Q(x) = -3x^5 + x^4 + 3x^3 - 2x + 6 \\ P(x) = x^5 - 2x^4 + x^2 - x + 1 \end{array} \\ \hline
 & Q(x) - P(x) = -4x^5 + 3x^4 + 3x^3 - x^2 - x + 5
\end{array}
$$

Vậy $P(x) – Q(x) = 4x^5 – 3x^4 – 3x^3 + x^2 + x – 5$; $Q(x) – P(x) = – 4x^5 + 3x^4 + 3x^3 – x^2 – x + 5$

Nhận xét: Các hệ số tương ứng của P(x) – Q(x) và Q(x) – P(x) đối nhau.

Chú ý: Ta gọi hai đa thức có các hệ số tương ứng đối nhau là đa thức đối nhau.

NGHIỆM CỦA ĐA THỨC MỘT BIẾN

A. Lý thuyết

1. Nghiệm của đa thức một biến

Nếu tại x = a, đa thức P(x) có giá trị bằng 0 thì ta nói a (hoặc x = a) là một nghiệm của đa thức đó.

Ví dụ 1: Kiểm tra xem mỗi số 1; 2; -1 có phải là một nghiệm của đa thức f(x) = x^2 - 3x + 2 hay không?

Hướng dẫn giải:

Ta có đa thức:

$f(x) = x^2 - 3x + 2$

+ Với $x = 1$ ta có

$f(1) = 1^2 - 3.1 + 2 = 1 - 3 + 2 = 0$

Nên $x = 1$ là một nghiệm của đa thức $f(x)$

+ Với $x = 2$ ta có

$f(2) = 2^2 - 3.2 + 2 = 4 - 6 + 2 = 0$

Nên $x = 2$ là một nghiệm của đa thức $f(x)$

+ Với $x = -1$ ta có

$f(-1) = (-1)^2 - 3.(-1) + 2 = 1 + 3 + 2 = 6$

Nên $x = -1$ không là nghiệm của đa thức $f(x)$

Ví dụ 2: Cho đa thức f(x) = x^3 + 2x^2 + ax + 1

Tìm a biết rằng đa thức f(x) có một nghiệm x = -2

Hướng dẫn giải:

Đa thức $f(x)$ có một nghiệm $x=-2$

Nên $f(-2)=0$

Khi đó ta có: $(-2)^3+2.(-2)^2+(-2).a+1=0$

$\Leftrightarrow -2a+1=0 \Leftrightarrow a=\frac{1}{2}$

Vậy $a=\frac{1}{2}$ thì $f(x)$ có một nghiệm $x=-2$.

2. Chú ý:

+ Một đa thức (khác đa thức không) có thể có một nghiệm, hai nghiệm,… hoặc không có nghiệm.

+ Số nghiệm của một đa thức (khác đa thức không) không vượt quá bậc của nó. Chẳng hạn: đa thức bậc nhất chỉ có một nghiệm, đa thức bậc hai không quá hai nghiệm,…

Ví dụ: Tìm nghiệm của đa thức P(x) = 2y + 6

Từ 2y + 6 = 0 ⇒ 2y = -6 ⇒ y = -6/2 = -3

Vậy nghiệm của đa thức P(x) là -3.

Ví dụ 2: Giả sử a, b, c là các hằng số sao cho a + b + c = 0. Chứng minh rằng đa thức f(x) = ax^2 + bx + c có một nghiệm là x = 1 . Áp dụng để tìm một nghiệm của đa thức f(x) = $8x^2$ - 6x - 2.

Hướng dẫn giải:

Ta có: $f(1)=a.1^2+b.1+c=a+b+c=0$

Vậy $x=1$ là một nghiệm của đa thức $f(x)$

Ta có: $8+(-6)+(-2)=0$

Nên đa thức $f(x)=8x^2-6x-2$ có một nghiệm là $x=1$

B. Bài tập

Bài 1: Chứng tỏ các đa thức sau không có nghiệm a) P(x) = x^2 + 1 b) Q(y) = $2y^4$ + 5

Hướng dẫn giải:

a) Vì $x^2 \geq 0$ nên $x^2 + 1 \geq 1$

Do đó: P(x) = x^2 + 1 > 0 nên đa thức P(x) vô nghiệm.

b) Vì $y^4 \geq 0$ nên $2y^4 + 5 > 0$

Do đó: $Q(y) = 2y^4 + 5 > 0$ nên đa thức Q(x) vô nghiệm.

Bài 2: Tìm nghiệm của đa thức a) $x^2 - 2003x - 2004 = 0$ b) $2005x^2 - 2004x - 1 = 0$

Hướng dẫn giải:

a) Đa thức $x^2 - 2003x - 2004 = 0$ có hệ số $a = 1$, $b = -2003$, $c = -2004$

Khi đó ta có: $a - b + c = 1 - (-2003) + (-2004) = 0$

Nên đa thức $x^2 - 2003x - 2004 = 0$ có nghiệm $x = -1$

b) Đa thức $2005x^2 - 2004x - 1 = 0$ có hệ số $a = 2005$, $b = -2004$, $c = -1$

Khi đó ta có: $a + b + c = 2005 - 2004 - 1 = 0$

Nên đa thức $2005x^2 - 2004x - 1 = 0$ có nghiệm $x = 1$

HÌNH HỌC

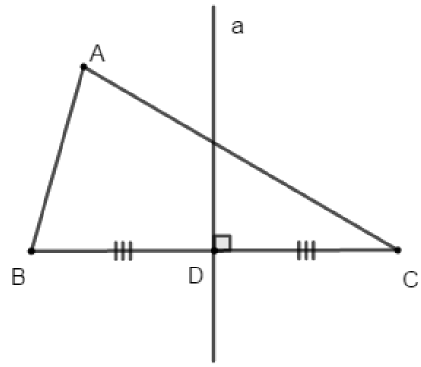
TÍNH CHẤT BA ĐƯỜNG TRUNG TRỰC CỦA TAM GIÁC

A. Lý thuyết

1. Đường trung trực của tam giác

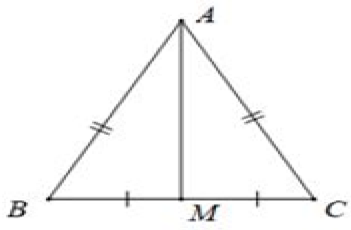
• Trong một tam giác, đường trung trực của mỗi cạnh gọi là đường trung trực của tam giác đó.

Ví dụ: a là đường trung trực ứng với cạnh BC của tam giác ABC.



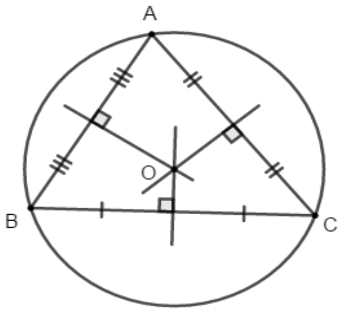
• Mỗi tam giác có ba đường trung trực.

Tính chất: Trong một tam giác cân, đường trung trực của cạnh đáy đồng thời là đường trung tuyến ứng với cạnh này.



Ta có: tam giác ABC cân tại A có đường trung trực của đoạn thẳng BC là AM, khi đó AM cũng là trung tuyến ứng với cạnh BC của tam giác ABC.

2. Tính chất ba đường trung trực của tam giác



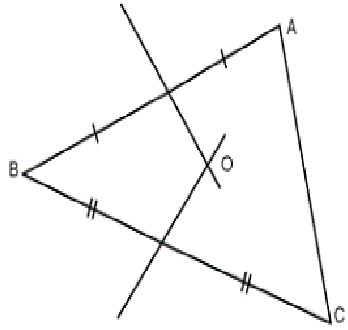
Ba đường trung trực của một tam giác cùng đi qua một điểm. Điểm này cách đều ba đỉnh của tam giác đó.

Điểm O là giao điểm ba đường trung trực của tam giác ABC, ta có

OA = OB = OC

Chú ý: Vì giao điểm O của ba đường trung trực của tam giác ABC cách đều ba đỉnh của tam giác đó nên có một đường tròn tâm O đi qua ba đỉnh A, B, C. Ta gọi đường tròn đó là đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

3. Ví dụ



Ví dụ 1: Cho tam giác ABC. Tìm một điểm O cách đều ba điểm A, B, C

Hướng dẫn giải:

Điểm O cách đều hai điểm A, B suy ra điểm O nằm trên đường trung trực của AB

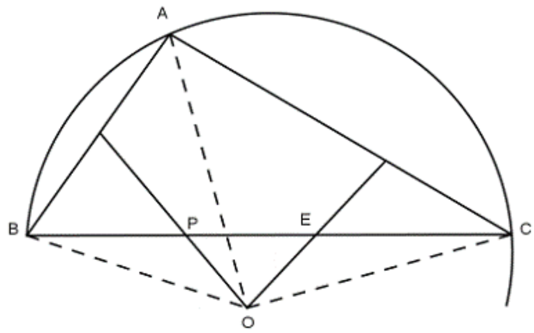
Điểm O cách đều hai điểm B, C suy ra điểm O nằm trên đường trung trực của BC

Điểm O cách đều hai điểm A, C suy ra điểm O nằm trên đường trung trực của AC

Do đó: điểm O cách đều ba điểm A, B, C thì O là giao điểm của ba đường trung trực của tam giác ABC.

Ví dụ 2: Cho tam giác ABC có $\hat{A}$ là góc tù. Các đường trung trực của AB và AC cắt nhau tại O và cắt BC theo thứ tự tại P và E. Đường tròn tâm O bán kính OA đi qua những điểm nào trong hình vẽ

Hướng dẫn giải:



Ta có O là điểm thuộc trung trực của đoạn AB nên OA = OB

Lại có O thuộc đường trung trực của đoạn AC nên OA = OC

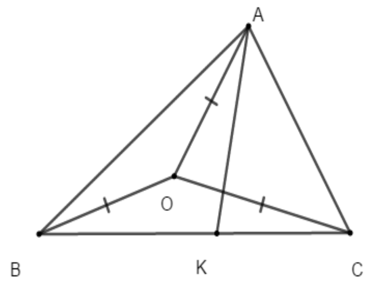
Từ (1) và (2) suy ra OA = OB = OC

Vậy đường tròn (O, OA) đi qua các điểm A, B, C

B. Bài tập

Bài 1: Cho tam giác ABC có đường phân giác AK của góc A. Biết rằng giao điểm của đường phân giác của tam giác ABK trùng với giao điểm ba đường trung trực của tam giác ABC. Tìm số đo các góc của tam giác ABC.

Hướng dẫn giải:



Gọi O là giao điểm của 3 đường phân giác của tam giác ABK

Theo đề bài, O là giao điểm của ba đường trung trực của tam giác ABC

Vậy OA = OB = OC

Do đó: các tam giác AOB, AOC, BOC là các tam giác cân tại đỉnh O

Khi đó:

$$\begin{cases} \widehat{OAB} = \widehat{OBA} \\ \widehat{OBC} = \widehat{OCB} \\ \widehat{OAC} = \widehat{OCA} \end{cases} \text{(tính chất tam giác cân)}$$

Đặt $\widehat{OAB} = a$ thì $\widehat{KAB} = 2\widehat{OAB} = 2a$

(AO là tia phân giác của góc BAK)

Suy ra $\widehat{BAC} = 2\widehat{BAK} = 2.2a = 4a$

(AK là tia phân giác của góc BAC)

Lại có:

$\widehat{OBA} = \widehat{OAB} = a \Rightarrow \widehat{ABC} = \widehat{ABK} = 2\widehat{OBA} = 2a$

(BO là tia phân giác của góc ABK)

Xét tam giác AOB và tam giác COB có:

OB cạnh chung

OA = OC

$\widehat{AOB} = \widehat{COB}$

Do đó $\Delta AOB = \Delta COB$ (c – g – c)

Suy ra $AB = CB$

Vậy tam giác ABC cân tại đỉnh B

Suy ra: $\widehat{BCA} = \widehat{BAC} = 4a$

Khi đó ta có: $\widehat{ABC} + \widehat{BCA} + \widehat{BAC} = 180^\circ$

(tổng ba góc trong tam giác ABC)

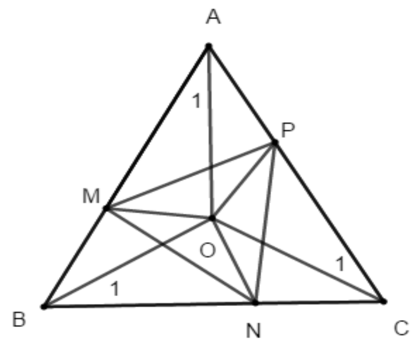
Hay $2a + 4a + 4a = 180^0 \Rightarrow 10a = 180^0 \Rightarrow a = 18^0$

Vậy số đo cách góc của tam giác ABC là:

$\widehat{A} = \widehat{C} = 18^0.4 = 72^0; \widehat{B} = 2.18^0 = 36^0$

Bài 2: Trên ba cạnh AB, BC và CA của tam giác đều ABC, lấy các điểm theo thứ tự M, N, P sao cho AM = BN = CP. Gọi O là giao điểm của ba đường trung trực của tam giác ABC. Chứng minh O cũng là giao điểm của ba đường trung trực của tam giác MNP.

Hướng dẫn giải:



+ Theo giả thiết O là giao điểm của ba đường trung trực của tam giác ABC nên ta có: (giao điểm của ba đường trung trực trong tam giác cách đều ba đỉnh của tam giác)

+ Ta có: tam giác ABC đều có O là giao điểm ba đường trung trực nên O cũng là giao điểm của ba đường phân giác trong tam giác ABC

Suy ra AO, BO, CO lần lượt là các tia phân giác các góc BAC, ABC và ACB

Mà $\widehat{BAC} = \widehat{ABC} = \widehat{ACB}$ (tam giác ABC đều)

Do đó $\widehat{A_1} = \widehat{B_1} = \widehat{C_1}$

$$\left(\widehat{A_1} = \frac{1}{2}\widehat{BAC}; \widehat{B_1} = \frac{1}{2}\widehat{ABC}; \widehat{C_1} = \frac{1}{2}\widehat{ACB}\right)$$

+ Xét tam giác AOM và tam giác BON có:

OA = OB (cmt)

AM = BN (gt)

$\widehat{A_1} = \widehat{B_1}$ (cmt)

Khi đó:

$\Delta AOM = \Delta BON$ (c – g – c) $\Rightarrow$ OM = ON (1)

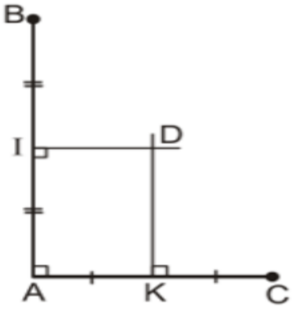
Chứng minh tương tự ta cũng có:

$\Delta AOM = \Delta COP$ (c – g – c) $\Rightarrow$ OM = OP (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow OM = ON = OP$

Hay O là giao điểm của ba đường trung trực tam giác MNP.

Bài 55 trang 80 SGK: Cho hình 51. Chứng minh ba điểm B, C, D thẳng hàng.



Hình 51

Lời giải:

Từ hình vẽ ta có:

+ DK là đường trung trực của AC ⇒ DA = DC.

+ DI là đường trung trực của AB ⇒ DA = DB.

+ Ta có: DI // AC (vì cùng vuông góc với AB)

Mà DK $\perp$ AC ⇒ DK $\perp$ DI ⇒ $\widehat{KDI} = 90^o$.

+ Xét ΔADK và ΔCDK có:

AD = DC (cmt)

AK = CK (hình vẽ)

DK là cạnh chung

DK là cạnh chung

Do đó ΔADK = ΔCDK (c.c.c).

$\Rightarrow \widehat{ADK} = \widehat{CDK}$ (hai góc tương ứng).

$\Rightarrow \widehat{ADC} = \widehat{ADK} + \widehat{KDC} = 2\widehat{ADK}$ (1)

+ Xét ΔADI và ΔBDI ta có:

AD = BD (cmt)

AI = BI (hình vẽ)

DI là cạnh chung

Do đó ΔADI = ΔBDI (c.c.c).

$\Rightarrow \widehat{ADI} = \widehat{BDI}$ (hai góc tương ứng).

$\Rightarrow \widehat{ADB} = \widehat{ADI} + \widehat{BDI} = 2\widehat{ADI}$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra: $\widehat{BDC} = \widehat{BDA} + \widehat{CDA} = 2\widehat{ADI} + 2\widehat{ADK} = 2\widehat{KDI} = 2.90^o = 180^o$

Vậy ba điểm B, D, C thẳng hàng.

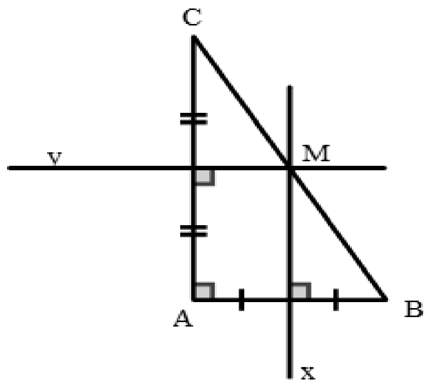
Bài 56 trang 80 SGK: Sử dụng bài 55 để chứng minh rằng: Điểm cách đều ba đỉnh của một tam giác vuông là trung điểm của cạnh huyền của tam giác đó.

Từ đó hãy tính độ dài đường trung tuyến xuất phát từ đỉnh góc vuông theo độ dài cạnh huyền của một tam giác vuông.

Lời giải:

ừ đó hãy tính độ dài đường trung tuyến xuất phát từ đỉnh góc vuông theo độ dài cạnh huyền của một tam giác vuông.

Lời giải:



+ Giả sử ΔABC vuông tại A.

x là đường trung trực của cạnh AB, y là đường trung trực của cạnh AC.

x cắt y tại M, khi đó M là điểm cách đều ba đỉnh của ΔABC.

+ Áp dụng kết quả bài 55 ta có B, M, C thẳng hàng.

+ M cách đều A, B, C ⇒ MB = MC ⇒ M là trung điểm của cạnh BC (đpcm).

+) Giả sử AM là trung tuyến của ΔABC

Suy ra M là trung điểm của cạnh BC

Do đó $MB = MC = \frac{BC}{2}$.

Mà MA = MB = MC (cmt) nên $MA = \frac{BC}{2}$.

Vậy độ dài đường trung tuyến xuất phát từ đỉnh góc vuông bằng một nửa độ dài cạnh huyền.

Bài 57 trang 80 SGK: Có một chi tiết máy (mà đường viền ngoài là đường tròn) bị gãy. Làm thế nào để xác định được bán kính của đường viền này?

Lời giải:

Hình 52

Để xác định được bán kính ta cần xác định được tâm của đường tròn chứa chi tiết máy này. Ta xác định tâm như sau:

+ Lấy ba điểm phân biệt A, B, C trên đường viền ngoài chi tiết máy.

+ Vẽ đường trung trực cạnh AB và cạnh BC. Hai đường trung trực này cắt nhau tại D. Khi đó D là tâm cần xác định.

+ Bán kính đường tròn cần tìm là độ dài đoạn DB (hoặc DA hoặc DC).

Ta có hình vẽ minh họa