

Chương I: CĂN BẬC HAI. CĂN BẬC BA
§ 1. CĂN BẬC HAI

1) **Định nghĩa:** Căn bậc hai của một số a là số x sao cho $x^2 = a$

2) **Kí hiệu:**

a/ Số âm không có căn bậc hai

b/ Số 0 có một căn bậc hai là chính số 0 và viết $\sqrt{0} = 0$

c/ Số a dương có hai căn bậc hai đối nhau

✓ Căn bậc hai dương của a kí hiệu là \sqrt{a}
(gọi là **căn bậc hai số học của a**)

✓ Căn bậc hai âm của a kí hiệu là $-\sqrt{a}$

❖ **Ghi nhớ:**

$$\sqrt{a} = x \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x^2 = a \end{cases}$$

3) **Định lý:** Với hai số không âm a và b ta có : $a > b \Leftrightarrow \sqrt{a} > \sqrt{b}$

Ví dụ 1: So sánh

a) 4 và $\sqrt{15}$

Ta có:

$$16 > 15$$

$$\Rightarrow \sqrt{16} > \sqrt{15}$$

$$\Rightarrow 4 > \sqrt{15}$$

Vậy $4 > \sqrt{15}$

b) $\sqrt{11}$ và 3

Ta có:

$$11 > 9$$

$$\Rightarrow \sqrt{11} > \sqrt{9}$$

$$\Rightarrow \sqrt{11} > 3$$

Vậy $\sqrt{11} > 3$

Ví dụ 2: Tìm số x không âm, biết:

a) $\sqrt{x} - 2 = 3$

$$\sqrt{x} = 5$$

$$x = 5^2$$

$$x = 25$$

b) $2\sqrt{x} - 3 = 11$

$$2\sqrt{x} = 14$$

$$\sqrt{x} = 7$$

$$x = 7^2$$

$$x = 49$$

Ví dụ 3: Tìm số x không âm biết:

a) $\sqrt{x} > 2$

$$x > 2^2$$

$$x > 4$$

Vì số x không âm nên

$$x > 4$$

b) $\sqrt{x} < 3$

$$x < 3^2$$

$$x < 9$$

Vì số x không âm nên

$$0 \leq x < 9$$

Ví dụ 4: Khai triển hằng đẳng thức:

$$\begin{aligned} & (\sqrt{3} - 2)^2 \\ &= (\sqrt{3})^2 - 2 \cdot \sqrt{3} \cdot 2 + 2^2 \\ &= 3 - 4\sqrt{3} + 4 \\ &= 7 - 4\sqrt{3} \end{aligned}$$

BÀI TẬP VỀ NHÀ

1/ So sánh

7 và $\sqrt{45}$

2/ Tìm số x không âm, biết:

$$12 - 2\sqrt{x} = 2$$

3/ Tìm số x không âm biết:

$$\sqrt{x} \leq 4$$

4/ Khai triển hằng đẳng thức:

$$(\sqrt{5} + 3)^2$$

5/ Phân tích đa thức thành nhân tử

a) $a^2 - 3$

b) $a^3 - 2\sqrt{2}$

c) $a + 2\sqrt{a} + 1$ (với $a > 0$)

d) $a - 4\sqrt{a} + 4$ (với $a > 0$)

**§ 2. CĂN THỨC BẬC HAI
VÀ HẰNG ĐẲNG THỨC $\sqrt{A^2} = |A|$**

1) Cho A là một biểu thức đại số

\sqrt{A} được gọi là **căn thức bậc hai** của A

(A gọi là *biểu thức lấy căn hay biểu thức dưới dấu căn*)

2) \sqrt{A} xác định (có nghĩa) $\Leftrightarrow A \geq 0$

3) Hằng đẳng thức: $\sqrt{A^2} = |A| = \begin{cases} A & \text{nếu } A \geq 0 \\ -A & \text{nếu } A < 0 \end{cases}$

Ví dụ 1: Tìm x để mỗi căn thức bậc hai sau xác định:

<p>a) $\sqrt{x-5}$ $\sqrt{x-5}$ xác định khi $x-5 \geq 0$ $x \geq 5$ Vậy khi $x \geq 5$ thì $\sqrt{x-5}$ xác định</p>	<p>b) $\sqrt{\frac{5}{6-2x}}$</p>
--	--

	$\sqrt{\frac{5}{6-2x}}$ xác định khi $6 - 2x > 0$ $-2x > -6$ $x < \frac{-6}{-2}$ $x < 3$ Vậy khi $x < 3$ thì $\sqrt{\frac{5}{6-2x}}$ xác định
--	---

Ví dụ 2: Rút gọn

a) $\sqrt{(\sqrt{3}-1)^2}$ $= \sqrt{3}-1 $ $= \sqrt{3}-1$	b) $\sqrt{(2-\sqrt{5})^2}$ $= 2-\sqrt{5} $ $= -2+\sqrt{5}$	c) $\sqrt{(\sqrt{2}+\sqrt{3})^2}$ $= \sqrt{2}+\sqrt{3} $ $= \sqrt{2}+\sqrt{3}$
--	---	---

Ví dụ 3: Rút gọn

a) $\sqrt{(x-2)^2}$ (với $x \geq 2$) $= x-2 $ $= x-2$ (Vì $x \geq 2$ nên $x-2 \geq 0$)	b) $\sqrt{x^2-2x+1}$ (với $x < 1$) $= \sqrt{(x-1)^2}$ $= x-1 $ $= -x+1$ (Vì $x < 1$ nên $x-1 < 0$)
--	---

Ví dụ 4: Thu gọn

a) $\sqrt{4+2\sqrt{3}}$ $= \sqrt{3+2\sqrt{3}.1+1}$ $= \sqrt{(\sqrt{3})^2+2\sqrt{3}.1+1^2}$ $= \sqrt{(\sqrt{3}+1)^2}$ $= \sqrt{3}+1 $	b) $\sqrt{7-4\sqrt{3}}$ $= \sqrt{4-2.2.\sqrt{3}+3}$ $= \sqrt{2^2-2.2.\sqrt{3}+(\sqrt{3})^2}$ $= \sqrt{(2-\sqrt{3})^2}$ $= 2-\sqrt{3} $ $= 2-\sqrt{3}$	c) $\sqrt{9-4\sqrt{5}}$ $= \sqrt{4-2.2.\sqrt{5}+5}$ $= \sqrt{2^2-2.2.\sqrt{5}+(\sqrt{5})^2}$ $= \sqrt{(2-\sqrt{5})^2}$ $= 2-\sqrt{5} $ $= -2+\sqrt{5}$
---	---	--

Ví dụ 5: Tìm x

$$\sqrt{x^2 - 6x + 9} - 1 = 4$$

$$\sqrt{x^2 - 2 \cdot x \cdot 3 + 3^2} = 5$$

$$\sqrt{(x - 3)^2} = 5$$

$$|x - 3| = 5$$

$$x - 3 = 5 \text{ hay } x - 3 = -5$$

$$x = 8 \quad \text{hay } x = -2$$

BÀI TẬP VỀ NHÀ**Bài 1: Rút gọn**

$$a) \sqrt{6 - 2\sqrt{5}}$$

$$b) \sqrt{11 + 4\sqrt{7}}$$

$$c) \sqrt{11 - 6\sqrt{2}}$$

$$d) \left(\sqrt{8 + 2\sqrt{7}} - \sqrt{7 + 2\sqrt{6}} \right) \cdot (\sqrt{7} + \sqrt{6})$$

Bài 2: Tìm x

$$a) \sqrt{x^2 - 10x + 25} + 7 = 10$$

$$b) \sqrt{9x^2 + 6x + 1} - 3 = 1$$

§3 LIÊN HỆ GIỮA PHÉP NHÂN VÀ PHÉP KHAI PHƯƠNG.

I. Định lí: Với hai số a và b không âm, ta có $\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$

❖ **Chú ý:** Định lí trên có thể mở rộng cho tích của nhiều số không âm

II. Áp dụng:

1) Quy tắc khai phương một tích	
$a) \sqrt{49 \cdot 25}$ $= \sqrt{49} \cdot \sqrt{25}$ $= 7 \cdot 5$ $= 35$	$b) \sqrt{250 \cdot 360}$ $= \sqrt{25 \cdot 36 \cdot 100}$ $= \sqrt{25} \cdot \sqrt{36} \cdot \sqrt{100}$ $= 5 \cdot 6 \cdot 10$ $= 300$

2) Quy tắc nhân các căn bậc hai

$\begin{aligned} & \text{a)} \sqrt{3} \cdot \sqrt{12} \\ & = \sqrt{3 \cdot 12} \\ & = \sqrt{36} \\ & = 6 \end{aligned}$	$\begin{aligned} & \text{b)} \sqrt{20} \cdot \sqrt{8} \cdot \sqrt{2,5} \\ & = \sqrt{20 \cdot 8 \cdot 2,5} \\ & = \sqrt{(2 \cdot 8) \cdot (10 \cdot 2,5)} \\ & = \sqrt{16 \cdot 25} \\ & = \sqrt{16} \cdot \sqrt{25} \\ & = 20 \end{aligned}$
---	--

Chú ý:

Một cách tổng quát, với hai biểu thức A và B không âm thì

$$\sqrt{A \cdot B} = \sqrt{A} \cdot \sqrt{B}$$

Ví dụ :

$$\begin{aligned} & \sqrt{3a^3} \cdot \sqrt{12a} \\ & = \sqrt{3a^3 \cdot 12a} \\ & = \sqrt{(3 \cdot 12)(a^3 \cdot a)} \\ & = \sqrt{36 \cdot a^4} \\ & = \sqrt{36} \cdot \sqrt{a^4} \\ & = 6\sqrt{(a^2)^2} \\ & = 6|a^2| \\ & = 6a^2 \quad (a^2 \geq 0) \end{aligned}$$

CÁC DẠNG TOÁN THƯỜNG GẶP

Ví dụ 1: Thu gọn

$\begin{aligned} \text{a)} & \sqrt{50} - 7\sqrt{2} + \sqrt{18} \\ &= \sqrt{25 \cdot 2} - 7\sqrt{2} + \sqrt{9 \cdot 2} \\ &= \sqrt{25} \cdot \sqrt{2} - 7\sqrt{2} + \sqrt{9} \cdot \sqrt{2} \\ &= 5\sqrt{2} - 7\sqrt{2} + 3\sqrt{2} \\ &= \sqrt{2} \end{aligned}$	$\begin{aligned} \text{b)} & 8\sqrt{98} + 4\sqrt{27} - 3\sqrt{48} - 7\sqrt{128} \\ &= 8 \cdot \sqrt{49 \cdot 2} + 4\sqrt{9 \cdot 3} - 3\sqrt{16 \cdot 3} - 7\sqrt{64 \cdot 2} \\ &= 8 \cdot \sqrt{49} \cdot \sqrt{2} + 4 \cdot \sqrt{9} \cdot \sqrt{3} - 3 \cdot \sqrt{16} \cdot \sqrt{3} - 7\sqrt{64} \cdot \sqrt{2} \\ &= 56\sqrt{2} + 12\sqrt{3} - 12\sqrt{3} - 56\sqrt{2} \\ &= 0 \end{aligned}$
--	--

Ví dụ 2: Tìm x

$\begin{aligned} \text{a)} & \sqrt{16(x-1)} = 20 \\ \text{Điều kiện: } & x-1 \geq 0 \\ & x \geq 1 \\ & \sqrt{16} \cdot \sqrt{x-1} = 20 \\ & 4\sqrt{x-1} = 20 \\ & \sqrt{x-1} = 5 \\ & x-1 = 5^2 \\ & x = 26 \\ & \text{(Nhận)} \\ & \text{Vậy } x = 26 \end{aligned}$	$\begin{aligned} \text{b)} & \sqrt{4x-8} + \sqrt{9x-18} - 3 = 17 \\ \text{Điều kiện: } & x-2 \geq 0 \\ & x \geq 2 \\ & \sqrt{4x-8} + \sqrt{9x-18} - 3 = 17 \\ & \sqrt{4(x-2)} + \sqrt{9(x-2)} = 20 \\ & \sqrt{4} \cdot \sqrt{x-2} + \sqrt{9} \cdot \sqrt{x-2} = 20 \\ & 2\sqrt{x-2} + 3\sqrt{x-2} = 20 \\ & 5\sqrt{x-2} = 20 \\ & \sqrt{x-2} = 4 \\ & x-2 = 4^2 \\ & x = 18 \\ & \text{(Nhận)} \\ & \text{Vậy } x = 18 \end{aligned}$
---	---

BÀI TẬP VỀ NHÀ

Bài 1: Thu gọn:

$$\text{a)} 2\sqrt{28} + 2\sqrt{63} - 3\sqrt{175} + \sqrt{112}$$

$$\text{b)} 2\sqrt{75} - 5\sqrt{27} + 4\sqrt{48} - \sqrt{192}$$

Bài 2: Tìm x biết :

$$\text{a)} 2\sqrt{16x+48} - 1 = 5$$

$$\text{b)} \sqrt{5x-3} - \frac{2}{3}\sqrt{45x-27} + 3\sqrt{20x-12} = 15$$

Bài 3: Thu gọn:

$$\text{a/ } (3 - \sqrt{5})\sqrt{14 + 6\sqrt{5}}$$

$$\text{b/ } (\sqrt{7} + \sqrt{3})\sqrt{10 - 2\sqrt{21}}$$

$$\text{c/ } (3 + \sqrt{5})\sqrt{56 - 24\sqrt{5}}$$

$$\text{d/ } (\sqrt{6} - \sqrt{2})\sqrt{2 + \sqrt{3}}$$

$$\text{e/ } (\sqrt{10} + \sqrt{6})\sqrt{4 - \sqrt{15}}$$

$$\text{f/ } (\sqrt{10} - 3\sqrt{2})\sqrt{7 + 3\sqrt{5}}$$